Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn)
Graduação em Ciência da Computação

Informática Teórica

(IF689)
$1^{\underline{o}}$ Semestre de 2022
$1^{\underline{a}}$ Prova
10 de Agosto de 2022

Linguagens Regulares
Escolha 2(duas) questões

1. (2,5)

(i) Seja $PAR(w)$ como sendo a cadeia formada a partir dos símbolos nas posições pares da cadeia w. Por exemplo, $PAR(1011010) = 011$. Se L for regular, $\{PAR(w) \mid w \in L\}$ será regular? Prove sua resposta.
(ii) Para quaisquer expressões regulares R e S, as linguagens $L(R(SR)^*)$ e $L((RS)^*R)$ são iguais? Explique sua resposta. (Não vale dar apenas uma resposta do tipo SIM/NÃO. É preciso dar uma explicação.)

2. (2,5)

Para cada uma das afirmações abaixo, diga se é Verdadeira ou Falsa, justificando abreviadamente sua resposta:
(a) Se $A \neq B \neq C$ forem linguagens tais que $A \cap B = C$ e B, C forem ambas regulares, então A também tem que ser regular.
(b) Se L for regular, então a linguagem $\{xy \mid x \in L, y \notin L\}$ também é regular.
(c) $b^*a^* \cap a^*b^* = a^* \cup b^*$.

3. (2,5)

Para expressões regulares R e S, defina a ordenação $R \preceq S$ como sendo $L(R) \subseteq L(S)$.
(a) Mostre que se $R_1 \preceq S_1$ e $R_2 \preceq S_2$ então $(R_1 \circ R_2) \preceq (S_1 \circ S_2)$.
(b) Mostre que se $R \preceq S$ então $(R^*) \preceq (S^*)$.
(c) Suponha que $S \preceq T$ e $(R \circ T) \preceq T$. Prove por indução sobre n que, para todo $n \geq 0$, $(R^n \circ S) \preceq T$ (ou seja, $(R^* \circ S) \preceq T$).

4. (2,5)

Considere a linguagem $F = \{a^ib^jc^k \mid i, j, k \geq 0$ e se $i = 1$ então $j = k\}$.
(a) Mostre que F não é regular.

(b) Mostre que F se comporta como uma linguagem regular no lema do bombeamento. Ou seja, tome um comprimento de bombeamento p e mostre que F satisfaz as três condições do lema do bombeamento para esse valor de p.
(c) Explique por que as partes (a) e (b) não contradizem o lema do bombeamento.

Linguagens Livres-do-Contexto
Escolha 2(duas) questões

5. (2,5)
Seja $L = \{w\#x \mid \text{a reversa de } w \text{ é uma subcadeia de } x, \text{ onde } w, x \in \{0,1\}^*\}$. Mostre que L é livre-do-contexto.

6. (2,5)
Seja $L = \{w\#t \mid w \text{ é uma subcadeia de } t, \text{ onde } w, t \in \{0,1\}^*\}$. Usando o lema do bombeamento, mostre que L **não** é livre-do-contexto.

7. (2,5)
Seja C uma linguagem livre-do-contexto e L uma linguagem regular. Prove que a linguagem $C \cap L$ é livre-do-contexto. Use isso para mostrar que a linguagem $A = \{w \mid w \in \{a,b,c\}^* \text{ e contém o mesmo número de } a\text{'s, } b\text{'s e } c\text{'s}\}$ não é livre-do-contexto.

8. (2,5)
Considere a seguinte GLC G:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & 1S1 \mid T \\ T & \rightarrow & 1X1 \mid X \\ X & \rightarrow & 0X0 \mid 1 \end{array}$$

(a) Quais são as primeiras 4 cadeias na enumeração lexicográfica de $L(G)$?
(b) Dê um exemplo de uma cadeia $w \in \{0,1\}^+$ tal que $|w| > 7$ e $w \notin L(G)$.
(c) Mostre que G é ambígua.