Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn)
Graduação em Ciência da Computação

Informática Teórica

(IF689)
2º Semestre de 2015
1ª Prova
06 de Outubro de 2015

Linguagens Regulares (Escolha 3(três) questões)

1. (2,0)

Suponha que L_1 e L_2 sejam linguagens regulares (sobre o mesmo alfabeto Σ) reconhecidas por AFD's M_1 e M_2 respectivamente. Mostre que existe um autômato finito **determinístico** M tal que, para toda cadeia w sobre Σ, M aceita w se e somente se $w \notin L_1$ ou $w \in L_2$.

2. (2,0)

Seja $\Sigma = \{a, b\}$.
(i) Construa um AFN que reconheça a linguagem sobre Σ que contém todas as cadeias com um símbolo a na quarta posição contando a partir do último símbolo.
(ii) Construa um AFD de tamanho mínimo que reconheça a linguagem sobre Σ que contenha todas as cadeias contendo um símbolo b na penúltima posição.

3. (2,0)

Seja M um autômato finito e M' um autômato finito obtido a partir de M pela troca de estados de aceitação por estados de não-aceitação.
(i) O que significa dizer que M é determinístico?
(ii) Se M for determinístico, explique por que a linguagem reconhecida or M' é o complemento da linguagem aceita por M.
(iii) Dê um exemplo, com a devida justificação, para mostrar que a propriedade descrita no item (ii) pode não ser válida se M for não-determinístico.

4. (2,0)

Considere as seguintes linguagens: $L_1 = \{a^r b^s \mid r, s \geq 0 \text{ e } s = r^2\}$, e $L_2 = \{a^r b^s \mid r, s \geq 0 \text{ e } s \neq r^2\}$.
(a) Prove, usando o Lema do Bombeamento, que L_1 não é regular.
(b) Prove que L_2 não é regular. (Dica: Use o fato de que L_1 não é regular, e as propriedades de fechamento da classe das linguagens regulares.)

5. (2,0)

Mostre que se um autômato finito determinístico M aceita pelo menos uma cadeia, então ele aceita uma cadeia cujo comprimento é menor que o número de estados de M.

6. (2,0)

Para expressões regulares R e S, defina $R \preceq S$ como sendo $L(R) \subseteq L(S)$.
(a) Mostre que se $R_1 \preceq S_1$ e $R_2 \preceq S_2$ então $(R_1 \circ R_2) \preceq ()S_1 \circ S_2$.
(b) Mostre que se $R \preceq S$ então $(R^*) \preceq (S^*)$.
(c) Suponha que $S \preceq T$ e $(R \circ T) \preceq T$. Prove por indução sobre n que, para todo $n \geq 0$, $(R^n \circ S) \preceq T$ (ou seja, $(R^* \circ S) \preceq T$).

Ling. Livres-do-Contexto (Escolha 3(três) questões)

7. (1,5)

Dê a definição de: (i) gramática linear à esquerda; (ii) gramática linear à direita; (iii) gramática regular. Descreva sucintamente os principais passos da demonstração de que uma linguagem é regular se e somente se ela for gerada por uma gramática regular.

8. (1,5)

Dê uma gramática livre-do-contexto que gere a linguagem:

$$L = \{0^m 1^n 2^k \mid m = n \text{ ou } n = k \text{ onde } m, n, k \geq 0\}.$$

Sua gramática é ambígua? Por que ou por que não? Justifique suas respostas.

9. (1,5)

Seja $G = (V, \Sigma, R, S)$ a seguinte gramática. $V = \{A, B, C\}$; $\Sigma = \{a, \$\}$; e R é o conjunto de regras:

$$\begin{array}{lcl} A & \to & BB \mid C \\ B & \to & aB \mid Ba \mid \$ \\ C & \to & aCaa \mid \$ \end{array}$$

(i) Descreva $L(G)$ em português.

(ii) Dê a árvore sintática e uma derivação mais à esquerda de duas cadeias de $L(G)$.

(iii) Construa G' tal que $L(G') = L(G)$, e G' esteja na forma normal de Chomsky.

10. (1,5)

Considere as seguintes linguagens:

$$L_1 = \{2^m 0^n 1^n \mid m, n \geq 0\} \qquad L_2 = \{0^n 1^n 2^m \mid m, n \geq 0\}$$

Para gerar L_1 damos a gramática $G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$ com $\Sigma = \{0, 1, 2\}$, $V_1 = \{S_1, A, B\}$ e as produções P_1 abaixo.

Para gerar L_2 damos a gramática $G_2 = (V_2, \Sigma, P_2, S_2)$ com $\Sigma = \{0, 1, 2\}$, $V_2 = \{S_2, C, D\}$ e as produções P_2 abaixo.

Produções P_1 :	Produções P_2 :
$S_1 \to AB$	$S_2 \to CD$
$A \to \varepsilon \mid 2A$	$C \to \varepsilon \mid 0C1$
$B \to \varepsilon \mid 0B1$	$D \to \varepsilon \mid D2$

(a) Considere a GLC $G_3 = (V_3, \Sigma, P_3, S_3)$ com $\Sigma = \{0, 1, 2\}$, $V_3 = \{S_3, S_1, S_2, A, B, C, D\}$ e as produções $P_3 = P_1 \cup P_2 \cup \{P_3 \to S_1 \mid S_2\}$. Exprima a linguagem gerada por G_3 como uma função de $L(G_1)$ e $L(G_2)$.

(b) Mostre que L_3 é ambígua.

(c) Dê uma gramática não-ambígua que gere L_3.

11. (1,5)

Descreva sucintamente os principais passos da demonstração de que toda linguagem reconhecida por um autômato com pilha é livre-do-contexto. Aplique o método empregado na demonstração para encontrar uma GLC G que gere a linguagem reconhecida pelo seguinte AP:

$M = (Q, \Sigma_\varepsilon, \Gamma_\varepsilon, q_0, \delta, F)$, onde:

$Q = \{r, s, t\}$, $q_0 = r$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{\$, U\}$, $F = \{t\}$ e:

$\delta(r, \varepsilon, \varepsilon) = (s, \$)$, $\delta(s, 0, \varepsilon) = (s, U)$, $\delta(s, 1, U) = (s, \varepsilon)$,

$\delta(s, \varepsilon, \$) = (t, \varepsilon)$.