Lógica - Informe Preliminar 4

Sistemas de Inteligencia Artificial - ITBA

Gonzalo Castiglione, Alan Karpovsky, Martín Sturla

Martes 29 de Mayo de 2012

Índice

1. Unificador más general

1. $p(x, b, b)$ y $p(a, y, z)$

   - $\{b/y, b/z, a/x\}$

2. $p(g(f(v)),\ g(u))$ y $p(x, x)$

   - $\{f(v)/u, g(f(v))/x\}$

3. $p(g(y),\ f(x, h(x), y))$ y $p(x, f(z, u, v))$

   - $\{g(y)/x, g(y)/z, h(g(y))/u, y/v\}$

4. $p(g(y),\ f(x, h(x), y))$ y $p(x, f(z, x, v))$

   - No se puede

5. $p(x, f(x))$ y $p(y, y)$

   - No se puede

6. $p(x, f(x), d)$ y $p(c, f(c), y)$

   - $\{c/x, d/y\}$

7. $p(f(g(x)),\ g(z))$ y $p(f(y), y)$

   - $\{x/z, g(x)/y\}$

8. $p(g(f(x)), z)$ y $p(g(y), y)$

   - $\{f(x)/y, f(x)/z\}$

9. $p(f(g(x)), x)$ y $p(g(g(h(z))), h(z))$

   - No se puede

10. $conoce(padre(u), u)$ y $conoce(x, x)$

    - No se puede

11. $entre(1, 2, 3)$ y $entre(y, s(x), 3)$

    - No se puede

12. $entre(1, z, 3)$ y $entre(y, s(y), 3)$

- $\{S(1)/z, 1/y\}$

13. $menor(x, y)$ y $mayor(u, v)$

    - No se puede

2. Resolución por refutación

Dada: $\forall x\ a(x) \Rightarrow \exists x\ b(x) \vdash \exists x\ (a(x) \Rightarrow b(x))$

Conversión a **CNF** de: $\forall x\ a(x) \Rightarrow \exists x\ b(x)$

1. **Eliminación de la implicación**
   - *a)* $\forall x\ a(x) \Rightarrow \exists x\ b(x)$
   - *b)* $\neg(\forall x\ a(x)) \vee (\exists x\ b(x))$
2. **Reducción del alcance de la negación**
   - *a)* $\exists x\ \neg a(x) \vee \exists x\ b(x)$
3. **Estandarización de variables**
   - *a)* $\exists x\ \neg a(x) \vee \exists z\ b(z)$

Conversión a **CNF** de: $\exists x\ (a(x) \Rightarrow b(x))$

1. **Eliminación de la implicación**
   - *a)* $\exists x\ (a(x) \Rightarrow b(x))$
   - *b)* $\exists x\ (\neg a(x) \vee b(x))$
2. **Estandarización de variables**
   - *a)* $\exists x\ (\neg a(x) \vee b(x))$
   - *b)* $\exists y\ (\neg a(y) \vee b(y))$

Negación de lo que quiero demostrar (resolución por refutación):

$\forall y\ (a(y) \wedge \neg b(y))$

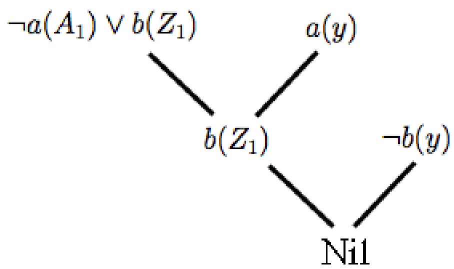
Entonces obtenemos: $\{\neg a(A_1) \vee b(Z_1), a(y), \neg b(y)\}$. Sean:

$$\neg a(A_1) \vee b(Z_1) \tag{1}$$

$$a(y) \tag{2}$$

$$\neg b(y) \tag{3}$$

Resolución:



Aclaración: En el primer nivel se utiliza la sustitución $\{A_1/y\}$ y en el segundo $\{Z_1/y\}$

3. Demostración 1: $\forall z\ \exists x\ H(z, x)$

Transformación a **CNF**:

$$F(S_1(y), y) \tag{4}$$

$$G(S_2(z), z) \tag{5}$$

$$\neg F(u, v) \vee \neg G(v, w) \vee H(u, w) \tag{6}$$

$$(\neg H(p, q) \vee F(p, S_3(p, q))) \wedge (\neg H(p, q) \vee G(S_3(p, q))) \tag{7}$$

Negación de lo que se desea probar llevado a **CNF**:

$$\neg H(a, x) \tag{8}$$

Ahora la base del conocimiento estará dada por:

$$F(S_1(y), y) \tag{9}$$

$$G(S_2(z), z) \tag{10}$$

$$\neg F(u, v) \vee \neg G(v, w) \vee H(u, w) \tag{11}$$

$$\neg H(a, x) \tag{12}$$

$$\neg H(p, q) \vee F(p, S_3(p, q)) \tag{13}$$

$$\neg H(p, q) \vee G(S_3(p, q)) \tag{14}$$

Nótese que las funciones S_1, S_2 y S_3 son las introducidas por el proceso de *Skolemización*

Resolución:

De **(11)** y **(13)** utilizando las substituciones $\{u/p, S_3(p, q)/v\}$ se obtiene

$$\neg G(S_3(p, q), w) \vee \neg H(u, q) \vee H(v, w) \tag{15}$$

De **(14)** y **(15)** utilizando las substituciones $\{q/w\}$ se obtiene

$$\neg H(u, q) \vee H(v, q) \tag{16}$$

De **(12)** y **(16)** utilizando las substituciones $\{a/v, q/x\}$ se obtiene

$$\neg H(u, q) \tag{17}$$

De **(11)** y **(17)** utilizando las substituciones $\{w/q\}$ se obtiene

$$\neg F(u, v) \vee \neg G(v, w) \tag{18}$$

De **(9)** y **(18)** utilizando las substituciones $\{S_1(y)/u, y/v\}$ se obtiene

$$\neg G(y, w) \tag{19}$$

De **(12)** y **(19)** utilizando las substituciones $\{S_2(z)/y, z/w\}$ se obtiene **NIL**

4. Demostración 2: $\exists y \ Gato(y) \wedge Mata(curiosidad, y)$

Como primer paso se convierte todo a **CNF** obteniendo:

1. $\neg Animal(y) \vee \neg Mata(x, y) \vee \neg Ama(x, z)$
2. $\neg Animal(x) \vee Ama(pedro, x)$
3. $Mata(Pedro, Felix) \vee Mata(curiosidad, Felix)$
4. $Gato(Felix)$
5. $\neg Gato(x) \vee Animal(x)$
6. Negación de lo que se desea probar: $\neg Gato(y) \vee \neg Mata(curiosidad, y)$

Resolución:

- De (4) + (5) con la sustitución $\{Felix/x\}$ se obtiene

   7. $Animal(Felix)$

- De (4) + (6) con la sustitución $\{Felix/y\}$ se obtiene

   8. $\neg Mata(curiosidad, Felix)$

- De (3) + (8) se obtiene

   9. $Mata(Pedro, felix)$

- De (7) + (1) con la sustitución $\{Felix/y\}$ se obtiene

   10. $\neg Mata(x, Felix) \vee \neg Ama(x, z)$

- De (9) + (10) con la sustitución $\{Pedro/x\}$ se obtiene

   11. $\neg Ama(Pedro, z)$

- De (7) + (2) con la sustitución $\{Felix/x\}$ se obtiene

   12. $Ama(pedro, Felix)$

- De (11) + (12) con la sustitución $\{Felix/z\}$ se obtiene

   13. **NIL**

Como se ha visto en la demostración, se ha logrado demostrar que $\exists y \ Gato(y) \wedge Mata(curiosidad, y)$.

5. Demostración 3: $\forall x \; Ultimo(cons(2, cons(1, Nil)), x)$

Primero se convierte todo a **CNF**:

$$Ultimo(cons(x, Nil), x) \tag{20}$$

$$\neg Ultimo(y, z) \lor Ultimo(cons(w, y), z) \tag{21}$$

$$\neg Ultimo(cons(2, cons(1, Nil)), p) \tag{22}$$

Resolución:

De **(21)** y **(22)** utilizando las substituciones $\{z/w, cons(1, Nil)/y, z/p\}$ se obtiene

$$\neg Ultimo(cons(1, Nil), z) \tag{23}$$

De **(20)** y **(23)** utilizando las substituciones $\{1/x, 1/z\}$ se obtiene **NIL**

6. Resolución por refutación

1. Tony, Mike y John pertenecen al Club Alpino.
2. Cada miembro del Club Alpino es, o esquiador, o alpinista o ambas cosas.
3. A ningún alpinista le gusta que llueva.
4. A todos los esquiadores les gusta que nieve.
5. A Mike no le gusta lo que le gusta a Tony, y le gusta lo que le disgusta a Tony.
6. A Tony le gusta que llueva y que nieve.
7. ¿Quién es un miembro del Club Alpino que es alpinista y no es esquiador?

Por cuestiones de practicidad se utiliza el siguiente reemplazo: $T = Tony$, $M = Mike$, $J = John$.

Definanse las siguientes funciones:

- Alpino(x): x pertenece al Club Alpino
- gusta(x,y): al sujeto x le gusta y
- Esquiador(x): x es esquiador
- Alpinista(x): x es alpinista

Luego del pasaje a **CNF** se obtiene:

$$Alpino(T) \tag{24}$$

$$Alpino(M) \tag{25}$$

$$Alpino(J) \tag{26}$$

$$\neg Alpino(x) \lor Esquiador(x) \lor Alpinista(x) \tag{27}$$

$$\neg Alpinista(y) \lor gusta(y, llueve) \tag{28}$$

$$\neg Esquiador(z) \lor gusta(z, nieve) \tag{29}$$

$$\neg gusta(T, p) \lor \neg gusta(M, p) \tag{30}$$

$$gusta(T, p) \lor gusta(M, p) \tag{31}$$

$$gusta(T, llueve) \tag{32}$$

$$gusta(T, nieve) \tag{33}$$

Resolución:

De **(30)** y **(33)** utilizando las substituciones $\{nieve/p\}$ se obtiene

$$\neg gusta(M, nieve) \tag{34}$$

De **(29)** y **(34)** utilizando las substituciones $\{M/z\}$ se obtiene

$$\neg Esquiador(M) \tag{35}$$

De **(27)** y **(35)** utilizando las substituciones $\{M/x\}$ se obtiene

$$\neg Alpino(M) \lor Alpinista(M) \tag{36}$$

De **(25)** y **(36)** se obtiene

$$\neg Alpinista(M) \tag{37}$$

De **(25)** y **(27)** utilizando las substituciones $\{M/x\}$ se obtiene

$$Esquiador(M) \lor Alpinista(M) \tag{38}$$

De **(35)** y **(38)** se obtiene

$$Alpinista(M) \tag{39}$$

De **(37)** y **(39)** se obtiene **NIL**