

# Métodos de búsqueda no informados

Gonzalo V. Castiglione, Alan E. Karpovsky, Martín Sturla  
*Estudiantes Instituto Tecnológico de Buenos Aires (ITBA)*

15 de Marzo de 2012

*Entrega Preliminar 1 - Informe*

**Resumen**—El presente informe busca analizar y comparar distintas estrategias de búsqueda no informadas sobre un problema en particular (Skyscraper puzzle) haciendo uso de un motor de inferencias.

**Palabras clave**—DFS, BFS, General Problem Solver, depth-first, breadth-first, search strategy

## I. INTRODUCCIÓN

EL juego *Edificios* también conocido como *Skyscraper puzzle* es una variante del conocido *Sudoku* y consiste de una grilla cuadrada con números en su borde que representan las pistas sobre cuántos edificios se visualizan en esa dirección. El tablero, visto desde arriba, representa un espacio cubierto de edificios. Cada casillero debe ser completado con un dígito que va entre 1 y  $N$ , siendo  $N$  el tamaño de la grilla; haciendo que cada fila y cada columna contengan sólo una vez a cada dígito (como sucede en el Sudoku).

## II. ESTADOS DEL PROBLEMA

### A. Estado inicial

El estado inicial del problema es un tablero que contiene sólo las pistas en sus bordes (no contiene ningún edificio en la grilla). Para que el problema tenga solución éste tablero debe ser válido; es decir que no cualquier combinación de pistas sobre la visibilidad de edificios en esa dirección conducirán a un problema resoluble.

### B. Estado final

El estado final del problema es un tablero con todos los casilleros completos (lleno de edificios) que cumpla con las reglas del juego citadas anteriormente.

## III. MODELADO DEL PROBLEMA

El tablero del juego se modeló mediante la creación de la clase Board; la misma contiene una variable privada de tipo matriz de enteros que representa a la grilla propiamente dicha. Si un casillero de dicha matriz tiene un 0, significa que está vacío; si en cambio tiene un número  $k \in [1, n]$  significa que hay situado un edificio con altura  $k$ .

Las pistas o restricciones del tablero (números en los bordes del mismo) se modelaron con un arreglo de cuatro vectores de enteros (TOP, BOTTOM, LEFT, RIGHT) que simplemente contienen la restricción en esa dirección. Cabe destacar que en los estados únicamente se guarda el tablero; guardar las restricciones sería redundante. Ver **Figura 1** en la sección **Anexo B**.

## IV. REGLAS

Dado un tablero de tamaño  $n \times n$  podemos describir las reglas del problema en forma general como sigue:

*Poner un edificio de altura  $x$  en la posición  $(i, j)$  del tablero, con  $x \in [1, n]$ .*

Por lo que, que dado un tablero de  $n \times n$ , el total de reglas está dado por  $n \times n \times n = n^3$  ya que por cada fila y por cada columna, se tienen  $n$  edificios distintos para colocar.

Ejemplos de reglas:

- Poner un edificio de altura 1 en la posición (0,0)
- Poner un edificio de altura 4 en la posición (3,1)
- ...

Las reglas así definidas producen un factor de ramificación de  $n^3$  lo que hace que, para tableros grandes (mayores a  $5 \times 5$ ) se tarde un tiempo muy considerable (en el orden de las horas) en encontrar la solución. Para subsanar este inconveniente se puede plantear el problema enunciando con un conjunto de reglas distinto, descripto a continuación:

*Poner un edificio de tamaño  $x$  en el próximo lugar disponible de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, con  $x \in [1, n]$ .*

En un tablero de  $n \times n$  el conjunto de reglas quedaría definido de la siguiente forma:

- Poner un edificio de altura 1 en el próximo lugar disponible de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo.
- $\vdots$
- Poner un edificio de altura  $n$  en el próximo lugar disponible de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo.

Esto otorga un factor de ramificación igual a  $n$  siendo este muy inferior al del caso anterior.

Se decidió implementar ambos conjuntos de reglas y los resultados fueron comparados en las tablas de la sección **Anexo A**.

## V. COSTOS

Debido a la naturaleza del problema, la aplicación de todas las reglas tiene el mismo costo y éste es unitario. Es decir que la transición de un estado  $X$  a un estado  $Y$ , en nuestro caso, siempre cuesta 1.

## VI. ALGORITMOS DE BÚSQUEDA IMPLEMENTADOS

Hemos implementado cuatro algoritmos de búsqueda no informada diferentes. Los mismos son: DFS, BFS, IDFS, HIDS.

## VII. HEURÍSTICAS

La idea detrás de las heurísticas, en un problema de satisfacción de restricciones como el discutido, no es hallar el camino óptimo a la solución ya que previamente se conoce su profundidad y costo, sino descartar caminos que no conducirán al algoritmo hacia la solución. Esto se logra, para un determinado nodo, asignándole el valor *infinito* a la función  $h(n)$  de los sucesores irresolubles de éste.

### A. Heurística 1

Si una restricción indica el número 1, esa fila o columna deberá comenzar con la altura máxima ( $n$ ). Además si la restricción opuesta es un 2, se coloca  $n - 1$  al lado de este.

### B. Heurística 2

Dado un tablero de dimensión  $n$ , si una restricción indica algún número distinto de 1, esa fila o columna trivialmente no podrá comenzar con ( $n$ ).

Si se considera el caso general, si una restricción indica algún número  $a$  mayor o igual que 1, esa fila o columna deberá tener un edificio con la altura máxima ( $n$ ) a, al menos,  $a$  casilleros de distancia. Esto es fácil de verificar: si el edificio de altura máxima está a una distancia de  $k$ , a lo sumo puede haber  $k$  edificios observados. Considerando que ambos lados tienen restricciones (izquierda y derecha ó arriba y abajo), se puede localizar a algunos casilleros donde está la altura máxima. Por ejemplo, si tenemos  $K$  como restricción izquierda y  $R$  como restricción derecha, esto implica que la altura máxima tiene que estar a, al menos,  $R$  casilleros desde la izquierda y a, al menos,  $K$  casilleros desde la derecha.

Pero aún se puede generalizar más. Sea  $k$  la altura de un cierto edificio. Dado una restricción  $a$ , se verifica que el edificio de altura  $k$  debe estar como mínimo a una distancia de  $a - n + k$ . La demostración es análoga a la anterior. Desde ya, si dicha distancia es menor o igual que uno no hay ningún tipo de información útil. Asimismo, cuanto mayor sea este número mayor es la información obtenida: las

posibilidades para colocar el edificio con altura  $k$  son menores. Es fácil ver que  $a + k - (n + 1)$  es la cantidad de casilleros que no pueden contener al edificio de altura  $k$ , por lo que se aplicará esta heurística únicamente cuando  $a + k - 1 > n$ , es decir cuando el número en la restricción y la altura del edificio es relativamente alta comparado a  $n$ .

De esta generalidad se obtiene un resultado útil. Dado una fila o columna con restricción  $n$ , cada edificio de altura  $k$  debe estar al menos  $n - n + k = k$  distancia. En otras palabras, el edificio de altura máxima debe estar a  $n$  casilleros de distancia, el de altura  $n - 1$  a distancia  $n - 1$  o mayor, y así sucesivamente. Esto implica que los edificios deben estar ordenados de menor a mayor si se da esta situación.

## VIII. RESULTADOS

A través de las distintas pruebas realizadas se observó que el algoritmo con mejor desempeño cualquiera sea la dimensión del tablero, es el DFS. Ver tablas en la sección **Anexo A**. A su vez, entendiendo que para este trabajo los métodos debían ser desinformados y no podíamos aplicar heurísticas, resultó interesante comparar los tiempos obtenidos en el punto anterior con los tiempos obtenidos dándole un orden particular a las reglas antes de que el *General Problem Solver* comience a resolver. Básicamente lo que se hizo fue preprocesar las pistas o restricciones del tablero y ordenar el conjunto de reglas por única vez. Los tiempos obtenidos preprocesando las reglas fueron superiores a los anteriores pero aún muy inferiores al obtenido por el conjunto reducido de reglas.

Observando las tablas se puede apreciar que el orden de eficiencia de los algoritmos fue DFS, IDFS, BFS, en ese orden.

## IX. CONCLUSIÓN

ES notable destacar la cantidad tiempo requerido y uso de recursos para resolver pequeños problemas con métodos no informados. Luego de ver los resultados obtenidos para pequeños tableros, se necesitó hacer uso de un pre-ordenamiento de las reglas ya que la resolución del problema tomaba un tiempo en el orden de las horas para tableros tan simples como ser  $4 \times 4$ .

Resultó muy interesante también la forma de resolver problemas mediante la aplicación del mismo conjunto de reglas en forma repetida y variando el orden en cual se agregan los nuevos estados al conjunto de no explorados.

No sorprende que el DFS haya sido el algoritmo con mejor desempeño, dado que al tener un árbol con profundidad acotada, el DFS evita los inconvenientes más usuales como pasarse de la profundidad de la solución óptima o entrar en ciclos del grafo (la cota de profundidad le es muy útil). El IDFS tiene una performance un poco menor dado que como el problema tiene profundidad acotada de  $n$ , el IDFS no es más que un DFS con el overhead extra de tener que iterar por las  $n - 1$  profundidades anteriores. El BFS resultó ser el menos óptimo dado que son demasiados los estados que debe explorar para llegar a la solución en problemas exponenciales como es el de los *Skycrapers*.

## ANEXO A: TABLAS

*Nota: N/A significa que el algoritmo no encontró la respuesta en un tiempo razonable. Algunos tableros han sido corridos durante horas y otros durante varios minutos.*

## A. DFS

|                            | Conj. reglas 1<br>(estándar)                | Conj. reglas 2<br>(reducido) |
|----------------------------|---|------------------------------|
| Tablero 1<br>(3 × 3)       |   |                              |
| Tiempo                     | 245ms                                       | 3ms                          |
| Nodos frontera             | 82  | 4                            |
| Nodos expandidos           | 993   | 10                           |
| Estados generados          | 1076  | 15                           |
| Profundidad de la solución | 9   | 9                            |
|                            |   |                              |
| Tablero 2<br>(4 × 4)       |   |                              |
| Tiempo                     | N/A   | 9ms                          |
| Nodos frontera             | 290   | 3                            |
| Nodos expandidos           | 91236                                       | 93                           |
| Estados generados          | 91527                                       | 97                           |
| Profundidad de la solución | 11 (cantidad edificios<br>puestos al corte) | 16                           |
|                            |   |                              |
| Tablero 3<br>(5 × 5)       |   |                              |
| Tiempo                     | N/A   | 331ms                        |
| Nodos frontera             | 935   | 7                            |
| Nodos expandidos           | 65729                                       | 901                          |
| Estados generados          | 66665                                       | 909                          |
| Profundidad de la solución | 17 (cantidad edificios<br>puestos al corte) | 25                           |

TABLE I  
COMPARACIÓN DE TIEMPOS PARA DFS CON DISTINTOS SETS DE REGLAS

*B. BFS*

|                               | Conj. reglas 1<br>(estándar)               | Conj. reglas 2<br>(reducido) |
|-------------------------------|--|------------------------------|
| Tablero 1<br>( $3 \times 3$ ) |  |                              |
| Tiempo                        | 3 sec 793 ms                               | 11ms                         |
| Nodos frontera                | 0  | 0                            |
| Nodos expandidos              | 7132                                       | 16                           |
| Estados generados             | 7133                                       | 17                           |
| Profundidad de la solución    | 9  | 9                            |
|                               |  |                              |
| Tablero 2<br>( $4 \times 4$ ) |  |                              |
| Tiempo                        | <i>N/A</i>                                 | 58ms                         |
| Nodos frontera                | 52836                                      | 1                            |
| Nodos expandidos              | 4132                                       | 111                          |
| Estados generados             | 57522                                      | 113                          |
| Profundidad de la solución    | 3 (cantidad edificios<br>puestos al corte) | 16                           |
|                               |  |                              |
| Tablero 3<br>( $5 \times 5$ ) |  |                              |
| Tiempo                        | <i>N/A</i>                                 | 519ms                        |
| Nodos frontera                | 152016                                     | 0                            |
| Nodos expandidos              | 3488                                       | 1889                         |
| Estados generados             | 155505                                     | 1890                         |
| Profundidad de la solución    | 2 (cantidad edificios<br>puestos al corte) | 25                           |

TABLE II  
COMPARACIÓN DE TIEMPOS PARA BFS CON DISTINTOS SETS DE REGLAS

*C. IDFS*

|                               | Conj. reglas 1<br>(estándar)                | Conj. reglas 2<br>(reducido) |
|-------------------------------|---|------------------------------|
| Tablero 1<br>( $3 \times 3$ ) |   |                              |
| Tiempo                        | 802ms                                       | 21ms                         |
| Nodos frontera                | 82  | 4                            |
| Nodos expandidos              | 2583  | 57                           |
| Estados generados             | 2666  | 62                           |
| Profundidad de la solución    | 9   | 9                            |
|                               |   |                              |
| Tablero 2<br>( $4 \times 4$ ) |   |                              |
| Tiempo                        | <i>N/A</i>                                  | 68ms                         |
| Nodos frontera                | 297   | 3                            |
| Nodos expandidos              | 28979                                       | 833                          |
| Estados generados             | 29777                                       | 837                          |
| Profundidad de la solución    | 10 (cantidad edificios<br>puestos al corte) | 16                           |
|                               |   |                              |
| Tablero 3<br>( $5 \times 5$ ) |   |                              |
| Tiempo                        | <i>N/A</i>                                  | 1sec 643ms                   |
| Nodos frontera                | 954   | 7                            |
| Nodos expandidos              | 25571                                       | 6528                         |
| Estados generados             | 26526                                       | 6536                         |
| Profundidad de la solución    | 19 (cantidad edificios<br>puestos al corte) | 25                           |

TABLE III  
COMPARACIÓN DE TIEMPOS PARA IDFS CON DISTINTOS SETS DE REGLAS

## ANEXO B: IMÁGENES

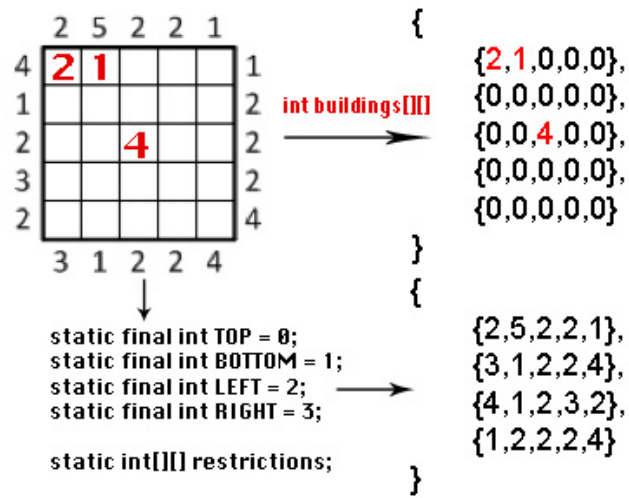


Figura 1: Modelado del problema