基于 TDD 的量子模型检测中的可达性分析

硕士中期报告

高丁超
导师：应圣钢

中国科学院软件研究所

2023 年 12 月 25 日

目录

目录

学分要求

学分要求总结:

- **公共必修课**: 7 **学分**
- **公共选修课**: $\geq$ 2 **学分**
- **专业学位课**: $\geq$ 12 **学分**
- **总学分**: $\geq$ 30 **学分**

目前学分:

- **公共必修课**: 7 **学分**
- **公共选修课**: 8 **学分**
- **专业学位课**: 18 **学分**
- **总学分**: 35 **学分**

研究要求

发表论文要求：

至少作为排名前 3 的作者向 CCF-A/B 类等高水平国际刊物/会议投稿了长文且评价意见不是很差。

已投稿：Xing Hong, Dingchao Gao 等. Image Computation for Quantum Transition Systems.

ICCAD 2023 (CCF-B):

投稿状态：拒稿
审稿人意见（5 分制）：2, 4, 4

DAC 2024 (CCF-A):

投稿状态：在审
预计反馈日期：2024 年 2 月 26 日

目录

标题: 基于 TDD 的量子模型检测中的可达性分析

总结:

问题*:* 如何在量子系统中验证命题。

解决方案*:* 采用量子模型检测。

挑战*:* 原有的方法随着量子比特数量的增加，资源需求指数级增长。

方法*:* 引入新的数据结构 TDD 对量子算法进行表示，同时实现了优化算法进一步减少了时间消耗。

量子计算的关键概念

量子比特（Qubits）： the quantum version of the classic binary

叠加态（Superposition）： $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$

纠缠（Entanglement）：$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$

量子门（Quantum Gates）

量子门

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

量子计算例子

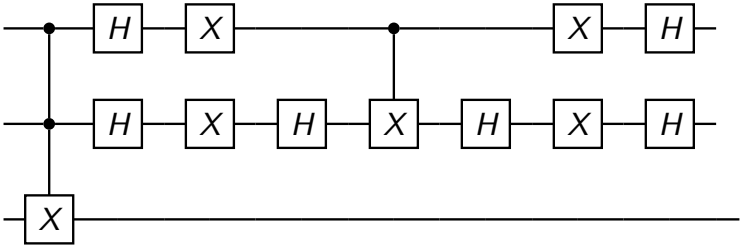


图: Grover_3 算法的电路。

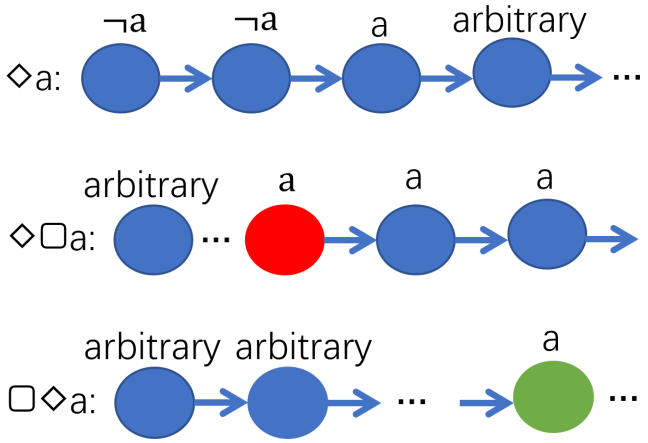
量子迁移系统

迁移系统 (transition system): (S, I, Σ, T)

$$where \begin{cases} x = x_1, \cdots, x_n \\ y = y_1, \cdots, y_n \\ \sigma = \sigma_1, \cdots, \sigma_m \end{cases}$$

量子迁移系统: $(\mathcal{H}, \mathcal{H}_0, Act, \{U_\alpha, \alpha \in Act\})$

可达性问题



量子模型检测例子

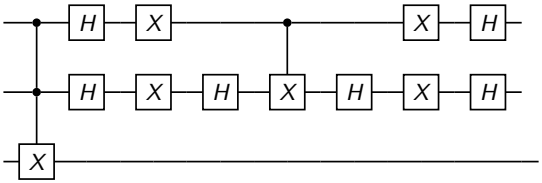


图: Grover_3 算法的电路。
其中 oracle 为 ccx，即 $O|x\rangle|y\rangle = |x\rangle|f(x) \oplus y\rangle, f(x) = x_1 \wedge x_2$

model: $(\mathcal{H}_8, S = span\{|++-\rangle, |11-\rangle\}, \{1\}, \mathcal{T}_1)$, $\mathcal{T}_1 = (2|\Psi\rangle\langle\Psi| - I)O$

property: $\mathcal{T}_1(S) = S$

张量决策图（TDD）

TDD 定义：由节点集 V、边集 E、索引函数 *index*、值函数 *value*、低高边映射 *low*/*high* 和权重 w 组成。

- 节点集 V 分为非终端节点 V_N 和终端节点 V_T，且有唯一根节点 $r_{\mathcal{F}}$。
- 边集 E 包含所有低边 $(v, low(v))$ 和高边 $(v, high(v))$。
- 索引函数 *index* 分配索引，值函数 *value* 赋予终端节点复数值，w 为边赋权重，特别是根边权重 $w_{\mathcal{F}}$。

TDD 例子

$$P = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

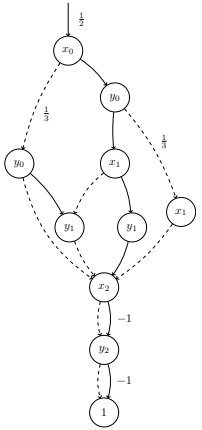


图: 可以用 10 个 TDD 节点表示一个 $8 * 8$ 的矩阵。其中 TDD 虚线表示低点，实线表示高边。

相关工作效率比较

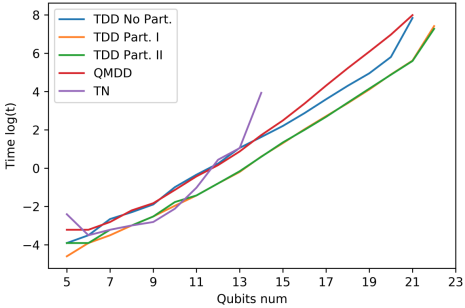
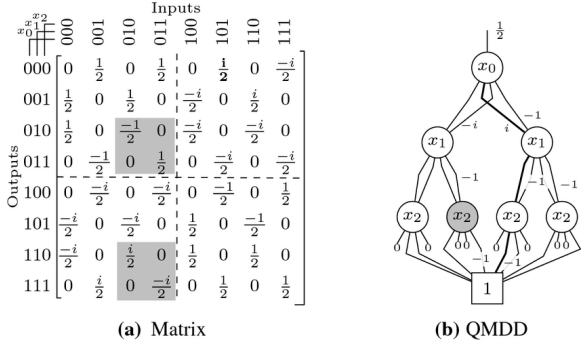


图: 应用不同技术对 QFT 算法进行模拟的时间对比

TDD No part,TDD part I, TDD part II 为不同的 TDD 收缩算法。
QMDD 为量子多值决策图，是一种常用的模型检测方法。
TN 为 Google 的 tensro network，是一种常用的张量方法。

相关工作-QMDD



(a) Matrix **(b)** QMDD

图: 一个 QMDD 的示例。
TDD 只有高边和低边，表示更简洁。

目录

解决方案简介：

基本方法：将转移关系和初态转化为 TDD 表示，然后计算系统的状态转移。

改进算法：

- **addition partition:** 寻找依赖最多的索引项，从而分割线路。
- **contraction partition:** 通过预设的参数进行线路分割。

创新点：

- 通过 TDD，可以自动化的验证更大规模的量子算法。
- 通过 C++ 重构，实现了比过去 TDD 更好的运行效率。

adddition partition

- 将量子电路转换为索引依赖图 G。
- 通过图 G 的连通度选择索引进行电路分割。

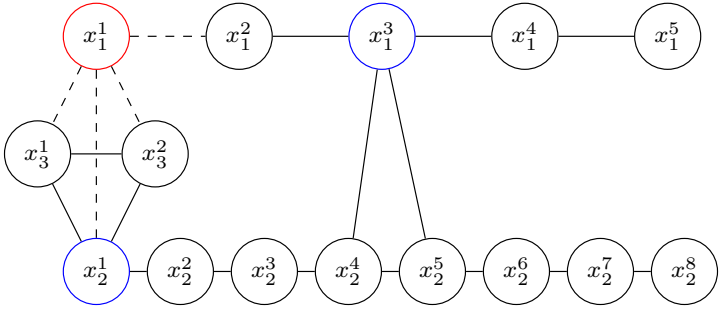


图: Grover_3 电路的索引依赖图。对索引项 x_3^1, x_3^2 进行线路分割，效果更好。

Contraction partition

- 确定预设参数 k1 和 k2。
- 分割电路，每部分包括最多 k1 个量子比特，连接最多 k2 个多比特门。

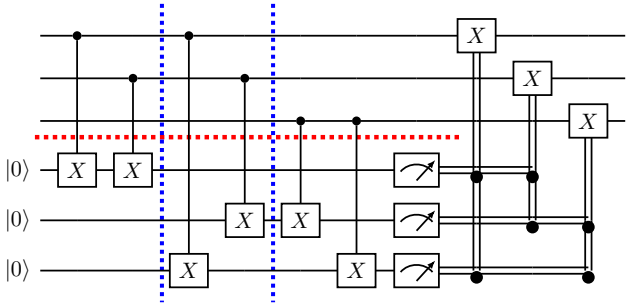


图: 对 bit flip 电路进行划分，其中 k1=3,k2=2。

工作成果

benchmark	basic	addition	contraction
Grover 20	∼5 分	∼4 分	∼4 秒
Quantum Fourier Transform 20	∼20 分	∼11 分	<1 秒
Quantum Random walk 20	∼6 分	∼4 分	∼15 秒
Bernstein-Vazirani 100	∼7 秒	∼7 秒	∼0.4 秒
GHZ 500	∼3 秒	∼1.5 秒	∼1.7 秒

表: 对不同量子算法计算一步迁移的时间消耗

- 对于有特殊结构的算法，如 GHZ 算法，addition partiton 有更好的执行效率。
- 对于一般的电路，contraction partition 的执行效率更好。

工作成果

- 通过 C++ 重构 TDD，改进了内存管理，从而加快了计算效率。

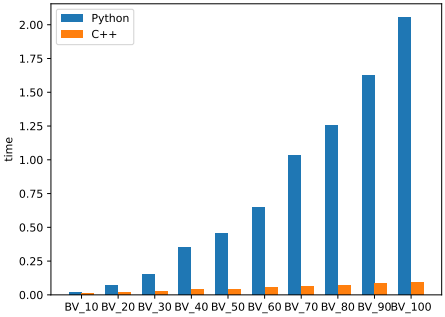


图: 用 python 和 c++ 不同版本的 TDD 运行 Bernstein-Vazirani 算法的时间效率比较

未来计划

- 应用等价性，可以化简数据结构。
- 结合优化算法与 C++ 的优势，进一步提高执行效率。

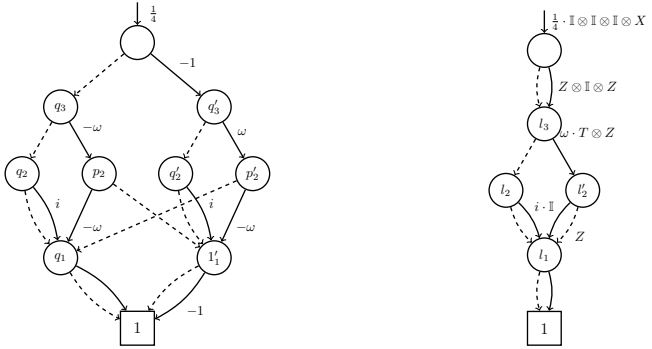


图: Local Invertible Map-DD

谢谢