基于 TDD 的量子模型检测中的可达性分析

硕士学位论文答辩

高丁超

导师：应圣钢

中国科学院软件研究所

2024 年 4 月 22 日

目录

目录

- **标题:** 基于 TDD 的量子模型检测中的可达性分析
- **总结:**
  - 问题: 如何在量子系统中验证命题。
  - 解决方案: 采用量子模型检测。
  - 挑战: 原有的方法随着量子比特数量的增加，资源需求指数级增长。
  - 方法: 引入新的数据结构 TDD 对量子算法进行表示，同时实现了优化算法进一步减少了时间消耗。

量子计算的关键概念

- **量子比特（Qubits）**： the quantum version of the classic binary
- **叠加态（Superposition）**： $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$
- **纠缠（Entanglement）**：$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$
- **量子门（Quantum Gates）**

量子门操作例子

- **单量子门例子**：
  $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
- **多量子门例子**：$\text{CNOT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- **测量，比如 Z 基测量**：状态为 $|0\rangle$ 输出 1，状态为 $|1\rangle$ 输出 -1。

量子计算例子

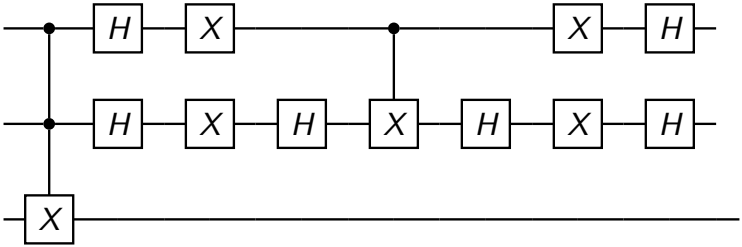


图: Grover_3 算法的电路。

研究背景

- 量子计算的快速发展
  - 规模化拓展
    - IBM: Condor **1121**; 中科大: 九章三号 **255**
  - 容错计算
    - IonQ: **29**; QuEra: **48**

研究背景

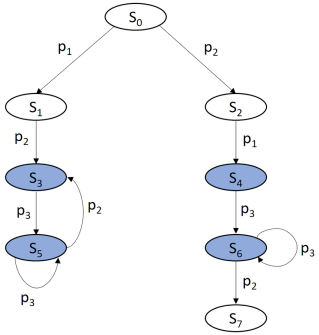
- 量子计算的快速发展
  - 规模化拓展
    - IBM: Condor **1121**; 中科大: 九章三号 **255**
  - 容错计算
    - IonQ: **29**; QuEra: **48**
- 现有验证方法
  - 模型检测自动化程度高，但存在资源爆炸的问题
  - 定理证明处理复杂问题有明显优势，但自动化程度低

量子迁移系统

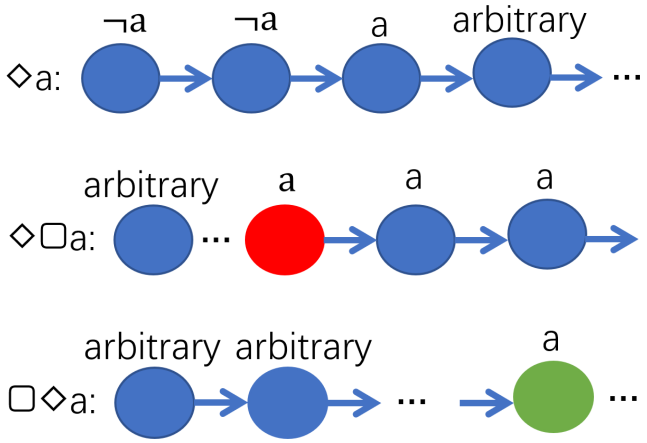
- **迁移系统 (transition system)**: (S, I, Σ, T)

$$where \begin{cases} x = x_1, \cdots, x_n \\ y = y_1, \cdots, y_n \\ \sigma = \sigma_1, \cdots, \sigma_m \end{cases}$$

- **量子迁移系统**: $(\mathcal{H}, \mathcal{H}_0, Act, \{U_\alpha, \alpha \in Act\})$



可达性问题



量子模型检测例子

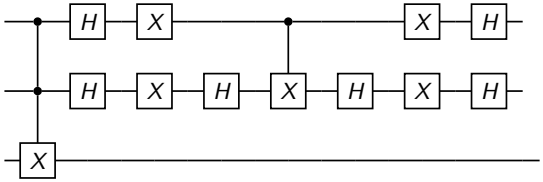


图: Grover_3 算法的电路。

- oracle 为 ccx，即 $O|x\rangle|y\rangle = |x\rangle|f(x) \oplus y\rangle, f(x) = x_1 \wedge x_2$。
- **model:** $(\mathcal{H}_8, S = span\{|++-\rangle, |11-\rangle\}, \{1\}, \mathcal{T}_1)$, $\mathcal{T}_1 = (2|\Psi\rangle\langle\Psi| - I)O$
- **property:** $\mathcal{T}_1(S) = S$

张量决策图（TDD）

- **TDD 定义**：由节点集 V、边集 E、索引函数 $index$、值函数 $value$、低高边映射 $low/high$ 和权重 w 组成。
-
  - 节点集 V 分为非终端节点 V_N 和终端节点 V_T，且有唯一根节点 $r_{\mathcal{F}}$。
  - 边集 E 包含所有低边 $(v, low(v))$ 和高边 $(v, high(v))$。
  - 索引函数 $index$ 分配索引，值函数 $value$ 赋予终端节点复数值，w 为边赋权重，特别是根边权重 $w_{\mathcal{F}}$。

TDD 例子

$$P = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

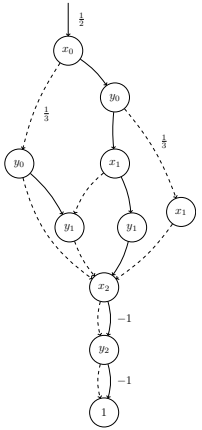


图: 可以用 10 个 TDD 节点表示一个 $8 * 8$ 的矩阵。其中 TDD 虚线表示低点，实线表示高边。

相关工作效率比较

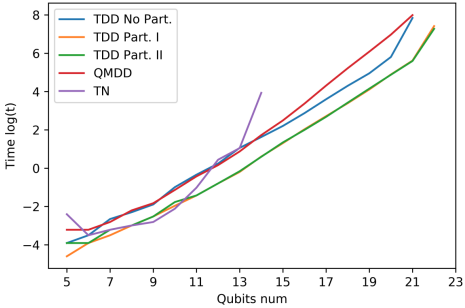


图: 应用不同技术对 QFT 算法进行模拟的时间对比

- TDD No part,TDD part I, TDD part II 为不同的 TDD 收缩算法。
- QMDD 为量子多值决策图，是一种常用的模型检测方法。
- TN 为 Google 的 tensro network，是一种常用的张量方法。

目录

解决方案简介：

- **研究问题**：
- **基本方法**：将转移关系和初态转化为 TDD 表示，然后计算系统的状态转移。
- **改进算法**：
  - **addition partition:** 寻找依赖最多的索引项，从而分割线路。
  - **contraction partition:** 通过预设的参数进行线路分割。
- **创新点**：
  - 通过 TDD，可以自动化的验证更大规模的量子算法。
  - 通过 C++ 重构，实现了比过去 TDD 更好的运行效率。

adddition partition

- 将量子电路转换为索引依赖图 G。
- 通过图 G 的连通度选择索引进行电路分割。

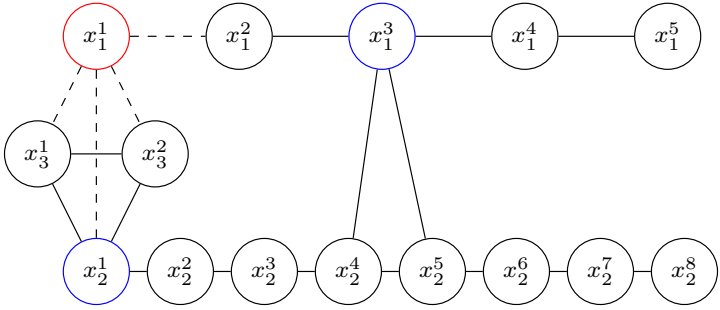


图: Grover_3 电路的索引依赖图。对索引项 x_3^1, x_3^2 进行线路分割，效果更好。

Contraction partition

- 确定预设参数 k1 和 k2。
- 分割电路，每部分包括最多 k1 个量子比特，连接最多 k2 个多比特门。

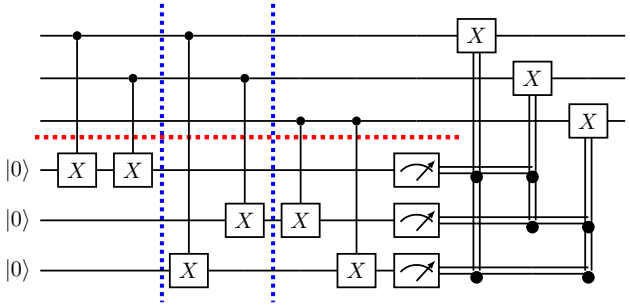


图: 对 bit flip 电路进行划分，其中 k1=3,k2=2。

工作成果

benchmark	basic	addition	contraction
Grover 20	∼5 分	∼4 分	∼4 秒
Quantum Fourier Transform 20	∼20 分	∼11 分	<1 秒
Quantum Random walk 20	∼6 分	∼4 分	∼15 秒
Bernstein-Vazirani 100	∼7 秒	∼7 秒	∼0.4 秒
GHZ 500	∼3 秒	∼1.5 秒	∼1.7 秒

表: 对不同量子算法计算一步迁移的时间消耗

- 对于有特殊结构的算法，如 GHZ 算法，addition partiton 有更好的执行效率。
- 对于一般的电路，contraction partition 的执行效率更好。

工作成果

- 通过 C++ 重构 TDD，改进了内存管理，从而加快了计算效率。

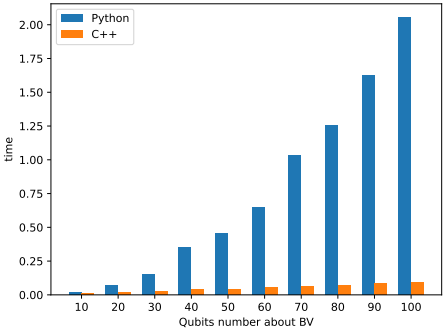


图: 用 python 和 c++ 不同版本的 TDD 运行 Bernstein-Vazirani 算法的时间效率比较

未来计划

- 应用等价性，可以化简数据结构。
- 结合优化算法与 C++ 的优势，进一步提高执行效率。

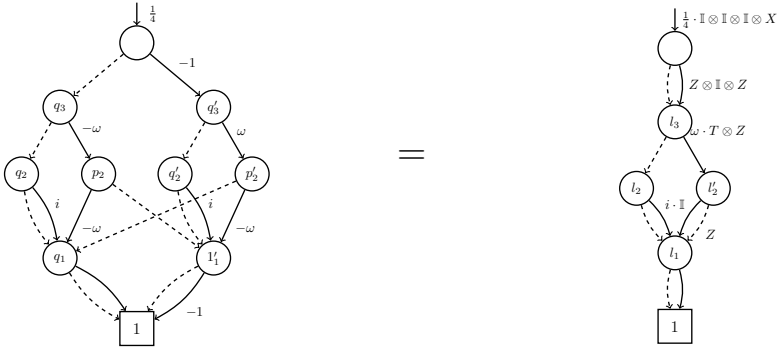


图: Local Invertible Map-DD

目录

目录

谢谢