

No exprese ningún cálculo en forma fraccionaria. El examen se aprueba con tres ejercicios correctamente resueltos en su totalidad. Salvo indicación contraria, use al menos 5 cifras de precisión (preferible usar memorias de la calculadora)

Apellido, nombre(s): _____

1. El calor que recibe un cuerpo cuando pasa del estado sólido al estado líquido se calcula como $Q = mL$, siendo m la masa de sustancia que cambia de estado y L el calor latente de fusión. Si se sabe que el calor necesario para fundir una masa m de aluminio es $500J$ con un error relativo porcentual del 2% y el calor latente de fusión del aluminio es $L_f = (3.97 \times 10^5 \pm 0.01 \times 10^5) J/Kg$.
 - (a) Estimar la masa de aluminio fundida con su cota de error absoluto. Expresar $m = \bar{m} \pm \Delta m$.
 - (b) Estimar el error relativo porcentual de la masa.
2. Se desea conocer la solución de la ecuación $\text{sen}(x) + e^{-x} = 0$ que se sabe está en el intervalo $[0, 5]$.
 - (a) Indique qué cantidad n de iteraciones deberían realizarse según el método de la bisección para obtener una cota para el error absoluto que sea menor a 0.6.
 - (b) Realice las n iteraciones del método de la bisección y, utilizando la última aproximación como semilla, aplique el método de Newton Raphson hasta lograr una tolerancia de 1×10^{-4} . Expresé el resultado como $r = \bar{r} \pm \Delta r$.
 - (c) Si usted tuviera que programar el método anterior, ¿sería correcto proponer como criterio de paro una comparación entre la aproximación hallada evaluada en la función en cada paso y el *cero*, que al cumplirse detenga las iteraciones? ¿por qué?
3. Se considera que en la fase inicial de una pandemia podría aproximarse la evolución de contagios según una función exponencial. En Argentina, el primer caso de COVID-19 se registró el 3 de marzo de 2020 y seis días después se registró el primer contagio en la provincia de Chaco. A partir de ese primer mes, donde la cantidad de infectados/as en esa provincia ascendió a 81 contagiados, se registraron los casos mensuales que se vuelcan en la tabla de más abajo.
 - (a) Use la aproximación de cuadrados mínimos para determinar una ecuación que permita calcular la cantidad de casos en función del mes.
 - (b) Estime la cantidad de infectados/as en Chaco en el mes de junio (mes 4).

Mes	1	2	3	5
Cantidad de infectados/as	81	314	874	3326

4. Dados los datos: $f(1) = 2$, $f(3) = 8$, $f'(1) = 0$, $f'(3) = 8.78889831$, se pide:
 - (a) Hallar un polinomio interpolante de orden 3 y estimar $f(2)$.
 - (b) ¿Es único el polinomio interpolante hallado? ¿Se puede acotar el error cometido sin otra información sobre la función f ?
5. Dado el sistema de ecuaciones lineales $Ax = b$, con A simétrica definida positiva, resolver el sistema mediante descomposición de Cholesky. Escriba todos los pasos intermedios.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 14 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Recuerde:

$$L_{i,i} = \sqrt{A_{i,i} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k}^2} \quad L_{j,i} = \frac{A_{j,i} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{j,k} L_{i,k}}{L_{i,i}} \quad \text{para } j > i$$

NOTA: sumatorias con límite superior nulo se definen nulas, i.e. $\sum_{k=1}^0 x_k = 0$