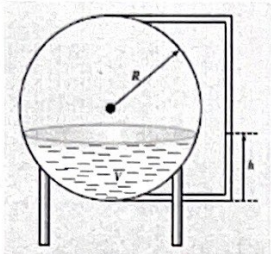


EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

1. Suponga que está diseñando un tanque esférico de almacenamiento de agua para un poblado pequeño de un país en desarrollo. El volumen del líquido que puede contener se calcula como: $V = \frac{\pi h^2(3R-h)}{3}$ donde V = volumen (m^3), h = profundidad del agua en el tanque (m) y R = radio del tanque



(m). Si $R = 3m$, ¿a qué profundidad debe llenarse el tanque de modo que contenga $30m^3$? Hacer tres iteraciones del método de Newton-Raphson para determinar la respuesta. Encontrar el error relativo aproximado después de cada iteración. Trabajar con 2 decimales ($\pi = 3.14$).

2. Usar tres iteraciones del método de Newton para sistemas no lineales, para obtener una aproximación de la intersección de las circunferencias:

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-4)^2 = 5 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases} \quad \text{Tomar como semilla } (x_0, y_0)^t = (3.8, 1.7)$$

3. Un automóvil diesel acelera gradualmente, de tal manera que para los primeros 10 segundos la aceleración está dada por: $a(t) = 0.12t^2 + 0.6t, (\frac{m}{s^2})$. Si el auto parte del reposo, con velocidad inicial nula. Se pide:

- Plantear el problema de valores iniciales.
- Usar 2 iteraciones del método de Runge Kutta del punto medio, para obtener la posición y la velocidad del móvil al cabo de 1 segundo.

4. Se desea aproximar la función $f(x) = 3^x - 1$ mediante un trazador cúbico natural de la forma: $S(x) = \begin{cases} S_0 = a_0 + b_0(x-x_0) + c_0(x-x_0)^2 + d_0(x-x_0)^3 & x_0 \leq x \leq x_1 \\ S_1 = a_1 + b_1(x-x_1) + c_1(x-x_1)^2 + d_1(x-x_1)^3 & x_1 \leq x \leq x_2 \end{cases}$ Tomar $(x_0, x_1, x_2) = (0, 1, 3)$. Determinar los coeficientes y calcular $S(2.5)$

5. Se observa que ciertos datos medidos tienen un comportamiento aproximadamente lineal en un gráfico $x - \log(y)$. (Donde $\log(y)$, es el logaritmo decimal de y)

- Use la aproximación de cuadrados mínimos para determinar una ecuación que ajuste los datos.
- Estime el valor de y para $x_0 = 3.0$

x	0.5	1.0	1.5	2.0	4.0
y	5.655	4.582	3.240	2.868	0.980