FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

18-12-2023 Análisis Numérico I (75.12- 95.04) Integrador

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

Apellido: .... Nombres : ....
Padrón: ....

1. Un modelo matemático para el área $A(t)(cm^2)$ que ocupa una colonia de bacterias B (dendroides) es: $\frac{dA(t)}{dt} = A(t)(2.128 - 0.0432A(t))$. El tiempo está medido en días. Inicialmente el área es $0.24cm^2$.

   a) Plantear el problema de valores iniciales.

   b) Aplicar tres iteraciones del método de Runge Kutta del punto medio para completar la siguiente tabla:

t, días	1	2	3
$A(t)$			

   . Trabajar con cuatro decimales y redondeo.

2. Aproximar el valor de $ln(2)$ a partir de la expresión integral: $ln(2) = \int_1^2 \frac{1}{x}dx$. Utilizar el algoritmo de integración de *Romberg* con tres extrapolaciones. ((AYUDA: MÉTODO DE ROMBERG: $h_i = \frac{b-a}{2^{i-1}}$,
$R_{i,1} = \frac{1}{2}[R_{i-1,1} + h_{i-1}\sum_{k=1}^{2^{i-2}} f(a + (2k-1)h_{i-1})]$ $R_{i,j} = \frac{4^{j-1}R_{i,j-1} - R_{i-1,j-1}}{4^{j-1}-1}$).

3. a) Demostrar la siguiente afirmación: Sea $g \in C^{m+1}[a,b]$, tiene un cero de multiplicidad m en $p \in [a,b]$, existe un método de convergencia cuadrática para hallar esta raíz, como raíz simple de una función adecuada.

   b) Usar dos iteraciones del método demostrado en a) para hallar la raíz múltiple de: $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$. Trababajar al menos con cuatro decimales y redondeo. Tomar como semilla $x_0 = 0.9$.

4. Dado el sistema lineal $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = -5 \end{cases}$

   a) Demostrar que $\rho(T_{GS}) = 0.5$. Siendo T_{GS} la matriz del método de *Gauss-Seidel* asociada al sistema.

   b) Realizar tres iteraciones del método de *Gauss-Seidel* utilizar al menos 4 decimales y redondeo. Estimar el error relativo cometido entre dos iteraciones consecutivas.

5. Un investigador obtiene los datos siguientes, de un experimento para determinar el crecimiento de bacterias $k(c)$ donde c es la concentración de oxígeno:

$c(m/L)$	0.5	0.8	1.5	2.5	4
$k(c)$	1.1	2.4	5.3	7.6	8.9

   Se sabe que dichos datos pueden modelarse mediante la función: $k(c) = \frac{k_{max}c^2}{c_s + c^2}$ donde k_{max} y c_s, son parámetros.

   a) Usar cuadrados mínimos para estimar dichos parámetros.

   b) Pronosticar la tasa de crecimiento para $c = 2m/L$. Trabajar al menos con tres decimales y redondeo.