Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ingeniería

1er Cuatrimestre de 2022

Análisis numérico I (75.12-95.04-95.13)

Guía de trabajos prácticos 2
Ecuaciones no lineales

Profesora responsable: Magíster Ing. Miryam Sassano

Bibliografía

- Burden R.L., Faires J.D. *Análisis Numérico*, Grupo Editorial Iberoamericano 1985.
- Chapra S., Canale R.*Métodos Numéricos para Ingenieros*, Mac Graw Hill 1985
- Kincaid D., Cheney W. *Análisis Numérico: las matemáticas del cálculo científico*, Addison Wesley, 1994.
- Zill, D. G. (2007). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*, Grupo Editorial Iberoamericana
- Mathews, J. H., Fink, D. K., *Métodos Numéricos con Matlab*, Tercera Edición, Editorial Prentice Hall, 2000.
- Nakamura, S., *Análisis Numérico y Visualización Gráfica con Matlab*, Prentice Hall, 1997

Ecuaciones no lineales

1. Dada la función: $f(x) = e^x \cdot (sen(x) + cos(x) - 2 \cdot x - 2)$
   Hallar una de las raíces en el intervalo $[-2.5; -0.5]$ por el método de la bisección, trabajando con 6 (seis) cifras significativas, con una tolerancia de 10^{-5}. Informar la cantidad de iteraciones que son necesarias para obtener la tolerancia indicada.

2. Las siguientes ecuaciones tienen una raíz en el intervalo $(0; 1,6)$. Determinarlas con un error menor que 0.02 por el método de la bisección.
   - $x \cdot cos(x) = ln(x)$ $\rightarrow x \cos x - \ln(x)$
   - $2 \cdot x - e^{-x} = 0$
   - $e^{-2x} = 1 - x$

3. Sea $f(x) = \frac{x^2}{4} - sen(x)$, se desea encontrar la primer raíz positiva de $f(x)$.
   - Hallar un intervalo de partida para utilizar el método de la bisección.
   - Estimar el número de aproximaciones necesarias para hallar la raíz con una tolerancia para el error absoluto de 0.02. Calcular la raíz.
   - Si la tolerancia de 0.02 es sobre el error relativo, ¿cuántas aproximaciones se requieren?
   - Sabiendo que la raíz buscada con 6 (seis) cifras significativas es $\alpha = 1.93375$ obtener conclusiones sobre la performance del método.

4. Aplicar el método del punto fijo para encontrar la mejor aproximación de la raíz de la función $f(x) = \frac{x^2}{4} - sen(x)$ en el intervalo $I = [1.5; 2]$ con 7 (siete) cifras significativas y tolerancia de 10^{-6}. ¿Cuántas iteraciones se necesitan? Hacer gráficos de $g(x)$, la función identidad y los sucesivos términos de la sucesión generada.

5. La ecuación $e^{\frac{x}{4}} = x$ tiene dos raíces reales.
   - Verificar que sólo una de ellas puede obtenerse con el método de punto fijo en la forma $x_{k+1} = e^{\frac{x_k}{4}}$. Explicar porqué no puede obtenerse la otra raíz de esta manera.
   - Obtener una aproximación a la raíz que sí puede obtenerse con ese esquema iterativo con un error menor que 10^{-3}. Representar gráficamente la marcha hacia el punto atractor verificando que es en *escalera*.

6. ¿Tiene raíces la función $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}-1}{x^2-25}$? Fundamentar.

7. Se desea hallar la primera raíz positiva de la ecuación $x = cos(x)$ con el método de *Newton Raphson*.
   - Plantee el método iterativo correspondiente para el problema, usando el método de punto fijo.
   - Estudie las propiedades de convergencia del método propuesto. Encuentre explícitamente un intervalo de convergencia.
   - Encuentre el cero buscado con una tolerancia para el error relativo de 10^{-10}.

8. Estudiar la convergencia del método de *Newton Raphson* aplicado a la ecuación $x^2 - 1 = 0$. Elegir como valor inicial $x_0 = 2$ y calcular aproximaciones de la raíz con precisión sucesivamente creciente.

9. Determinar la raíz no nula de la ecuación $x = 1 - e^{-2x}$, usando el método de *Newton Raphson* con 5 (cinco) cifras significativas. Verificar las condiciones de convergencia del método en el intervalo elegido.

10. Determinar la raíz de la ecuación $x \cdot ln(x) - 1 = 0$, usando el método de *Newton Raphson* con 6 (seis) cifras significativas.

11. Aplicar el método de *Newton Raphson* para determinar una raíz compleja de la ecuación $x^2 + 1 = 0$; comenzar las iteraciones con $x_0 = 1 + i$.
    f(x) = x^2 + 1
    f'(x) = 2x

12. Sea la ecuación $f(x) = x^3 - 9 \cdot x^2 + 24 \cdot x - 20 = 0$.
    - Aplicar el método de *Newton Raphson* con $x_0 = 1,5$. Detener el proceso cuando se obtengan 3 (tres) cifras significativas correctas.
    - Aplicar el método de *Newton Raphson* para el caso de raíces múltiples y las mismas condiciones del punto a.

13. Hallar la raíz negativa de la función $f(x) = x^2 - x - 2$, utilizando el método de *Newton Raphson* y aritmética de punto flotante de 4 dígitos. Estimar el error que se comete entre dos iteraciones consecutivas.

14. Considerar la ecuación $e^x = sen(x)$.
    - Verificar que esta ecuación tiene infinitas soluciones reales negativas. ¿Qué puede concluirse de la distancia entre soluciones consecutivas muy alejadas de $x = 0$?
    - Usando el método de *Newton* obtenga aproximaciones con error menor que 10^{-6} para las tres raíces más cercanas a $x = 0$.

15. Se desea hallar la raíz negativa de la función $f(x) = x^3 - 1.9 \cdot x^2 - 1.05 \cdot x + 2.745$ con 6 (seis) dígitos de precisión. Utilizar el método de *Newton Raphson*, partir de $x_0 = -1$ y no superar las 10 iteraciones, verificar que la convergencia es lineal.

16. Aplicar el método de la secante para hallar la raíz no nula de $f(x) = \frac{x^2}{4} - sen(x)$ con una tolerancia del 0.1 %.

17. Usando el método de *Newton Raphson*, hallar la raíz negativa de $f(x) = 3 \cdot x^2 - 3$. Luego comparar con los otros métodos: *bisección, régula falsi , secante y punto fijo*. ¿Cual método es mejor? Trabajar con aritmetica de punto flotante de 6 (seis) dígitos, con tolerancia de 10^{-4}.

18. La función $f(x) = sen(x) - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x}$ tiene 2 ceros en el intervalo $[0; 2]$. Uno es $x = 0$, se desea hallar el otro. Para ello se utiliza un método de punto fijo basado en la función de iteración $g(x) = x - f(x)$. Las figuras muestran g y g' en el intervalo $[0; 2]$.
    - Hallar, un intervalo que contenga al cero buscado como único cero de $f(x)$.
    - Mostrar que en dicho intervalo el método propuesto converge.
    - Hallar el cero con una tolerancia del 1 % para el error relativo entre dos pasos consecutivos.
    - Hallar el orden de convergencia del método y la constante asintótica del error.

19. Dada la profundidad h y el período T de una ola, su longitud de onda l surge de la relación de dispersión $\omega^2 = g \cdot k \cdot tangh(k \cdot h)$, donde $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ es la pulsación, g es la aceleración de la gravedad y $k = \frac{2 \cdot \pi}{l}$ es el número de onda. Conociendo $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ y $h = 4m$, se desea calcular cual es la longitud de onda correspondiente a un ola con $T = 5seg$.
    - Utilizar el método de punto fijo para calcular la solución.
    - Utilizar el método de *Newton Raphson* para calcular la solución con 4 dígitos de precisión.
    - Utilizando como semilla el resultado del primer item.

20. Para un tiro oblicuo considerando el amortiguamiento viscoso del aire (fuerza resistente de módulo proporcional a la primera potencia de la velocidad) el alcance L satisface:

$$A \cdot L + B \cdot ln(1 - C \cdot L) = 0$$

    Determinar el alcance L (con error relativo menor al 1 %) para los siguientes casos:
    - $A = 2$; $B = 10$; $C = 0.1$.
    - $A = 4$; $B = 10$; $C = 0.1$.