Ejercicios:

1. Sea $\{p_n\}$ la sucesión definida por: $p_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$. Muestre que $\{p_n\}$ diverge a pesar de que: $\lim_{n\to\infty}(p_n - p_{n-1}) = 0$.
2. Sea $f(x) = (x-1)^{10}$, $p = 1$ y $p_n = 1 + \frac{1}{n}$. Muestre que $|f(p_n)| < 10^{-3}$ siempre que $n > 1$. Pero para que ocurra que $|p - p_n| < 10^{-3}$ requiere mas de 1000 iteraciones del método de la bisección

4/1/2020

① $p_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \rightarrow p_1 = 1, \ p_2 = \frac{1}{1} + \frac{1}{2}, \ p_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \ldots$

$\lim_{n\to\infty} p_n - p_{n-1} = 0$

$$\lim_{n\to\infty} p_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} + \frac{1}{n} = \lim_{n\to\infty} 1 + \underbrace{\sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k}}_{\neq 0} + \underbrace{\frac{1}{n}}_{\to 0}$$

En el ∞ cada término de la sumatoria tiene un valor cada vez más cercano al $\emptyset$, pero no son nulos ni negativos por lo cual la sumatoria se incrementa hasta el infinito.

② $f(x) = (x-1)^{10}, \ p = 1, \ p_n = 1 + \frac{1}{n}$

$|f(p_n)| < 10^{-3}, \ n > 1$

$|p - p_n| < 10^{-3}, \ n > 1000$

$f(p = 1 \Rightarrow x = 1) = (1-1)^{10} = \emptyset$

$f(p_n = 1 + 1/n) \ldots ?$

$\underline{n=2}$: $f(p_2 = 1 + 1/2) = (1 + 1/2 - 1)^{10} = 0.00098 < 10^{-3}$

cuanto más grande sea el "n" más chica va a ser la diferencia con la raíz real $(p=1)$

la peor aproximación es la que "n" más grande que se puede alcanzar $\Rightarrow$ cota error es la que existe para $n=2$ que es 10^{-3} $\Rightarrow$ la aproximación de la raíz tiene a lo sumo un error de 10^{-3}.

Por teorema de Bisección: $|p_n - p_{n-1}| \leq \frac{b-a}{2^n} = 10^{-3}$

¿Quiénes son a y b?