PRÁCTICO

Teoría de Errores

problema →  → aproximación numérica + ERROR

Fuentes de Error

- Redondeo (precisión de un instrumento)
- Inherente (leer una cosa en el instrumento y que sea otra)
- Truncamiento $\left(P(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \dots \right)$

↳ la decisión que toma el humano

Ej. redondeo:
- $3+3=6$
- $3.3=9$
- $(\sqrt{3})^2 \simeq 3$ (trunca por $\sqrt{\ }$ y ^{2})

Error Absoluto $\boxed{e_x = x - \bar{x}}$ cuánto le pifio al valor verdadero

x: valor de "verdad"; $\bar{x}$: medición

x no existe, me lo suelen dar. Es muy difícil conseguirlo.

COTA ERROR $\boxed{|e_x| \leq \Delta x}$

No sabemos cuál es el valor real, pero sabemos entre qué valores está y acotar el error absoluto.

Error Relativo $\boxed{e_{rx} = \dfrac{x - \bar{x}}{x}}$, $x \neq 0$

COTA ERROR RELATIVO $\boxed{\Delta e_{rx} = \dfrac{\Delta x}{\bar{x}}}$

De nuevo no tenemos x, pero sí entre qué valores está.

Es un valor relativo a lo medido.

Convenciones

- $\boxed{x = \bar{x} \pm \Delta x}$
- Cota de error sólo se representa con 1 número
- siempre se mayora y nos quedamos con ese número

Ejemplo:

- $\bar{x} = 123.45678$

  $\Delta x = 0.0033$

  $x = \bar{x} \pm \Delta x \longrightarrow 0.0033 < 0.004$

Raíces

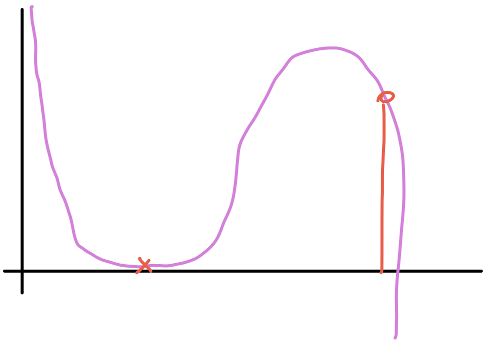
Bisección

- f continua
- cambio de signo en el intervalo

Ejemplo:

$f(x) = x \sin x - \ln x$

no hay que tomar como criterio de paro cuando la función está cerca de 0, puede pasar:



Podemos usar ...

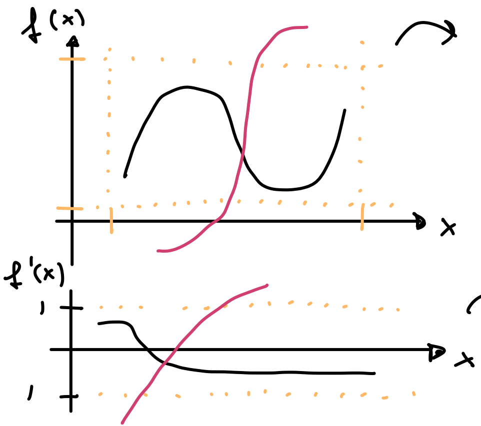
- # iter.
- dif. iter. suc.
- error relativo (peligroso)

Para establecer un criterio de paro de # iter conviene usar la cantidad de Bisección $\left(\log_2\left(\frac{b_0 - a_0}{\Delta x}\right) = n\right)$.

Es una buena medida para establecer hasta que n toleramos: si el método es menos eficiente que Bisección, no está muy bueno ☺.

Punto Fijo

- f continua
- existencia
- unicidad



cumple existencia

cumple unicidad

COTA DE ERROR

$\frac{k}{1-k}|x_n - x_{n-1}|$, $k \in$ cota determinada

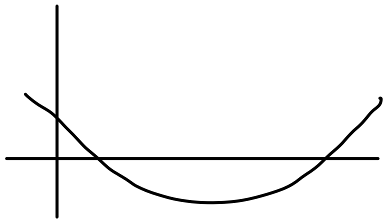
($\neq$ a los demás)

- sencillo
- criterio de paro

Ejemplo:

$f(x) = e^{x/4} - x$

definimos un intervalo ... la función es:

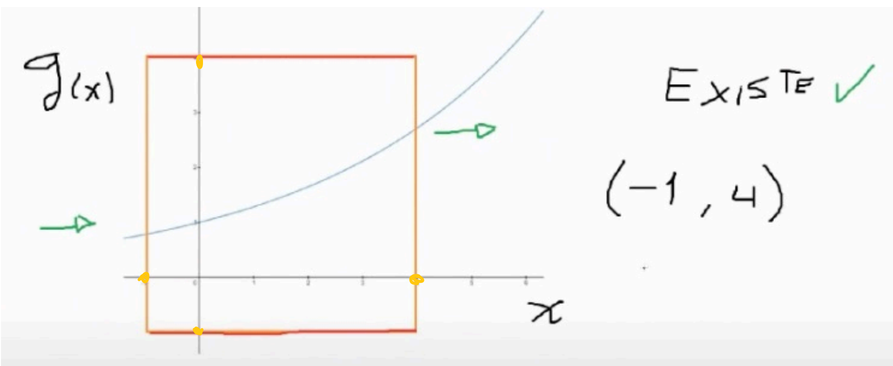


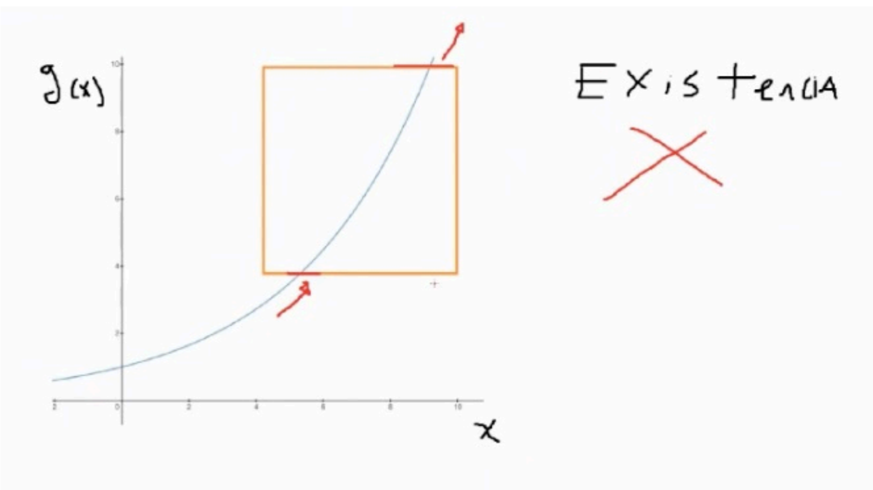
agarro 2 intervalos: $[-1,4]$ y $[4,10]$

a $f(x)$ le queremos buscar la raíz, a $g(x)$ le buscamos punto fijo.

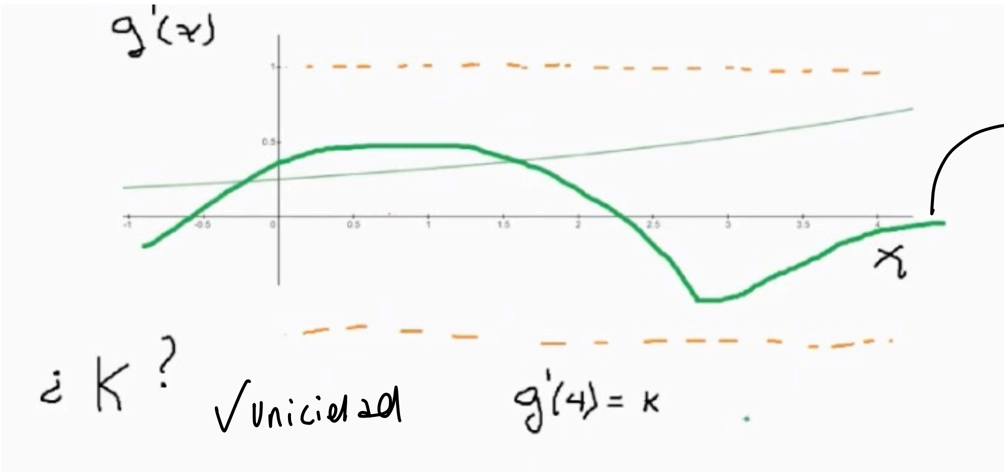
$$g(x) = x - \underbrace{f(x)}_{\substack{=0 \\ \text{en } x_0 \text{ de} \\ \text{la raíz}}}$$

$$e^{x/4} = x - g(x)$$





Con la g propuesta no se puede buscar la segunda raíz



en este caso tenemos que analizar la 2° derivada y buscamos puntos de inflexión e ver si son extremos locales, los comparamos contra los límites del intervalo y obtenemos el k.

✓existencia } ? semilla → $x_0 = 4$

✓unicidad } ? crit. paro → $\Delta x = 0{,}001$

$x_1 = e^{x_0/4} = e$

$x_2 = e^{x_1/4} = 1{,}9730$

$x_3 = 1{,}6376$

$x_4 = 1{,}5059$

$x_5 = 1{,}4571$

$x_6 = 1{,}4395$

$x_7 = 1{,}4331$

$x_8 = 1{,}4309$

$x_9 = 1{,}4301$

$x_{10} = 1{,}4298$

$x_{11} = 1{,}4292$

$x_{12} = 1{,}4296 \longrightarrow e^{x_{12}/4} = 1{,}4296 \in$ P.F.

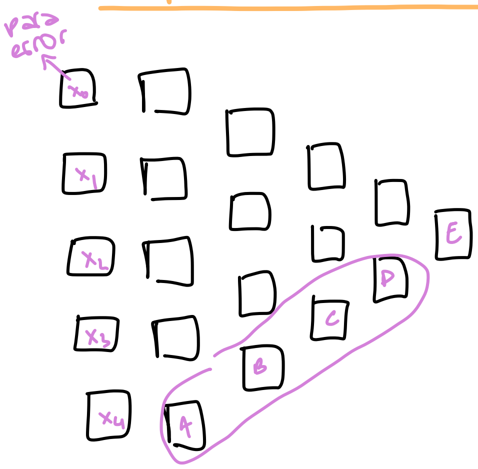
¡OJO! la calcu está redondeando...

$\bar{x} = \underbrace{1{,}42961182}_{\text{preciso}}5$ ... ¿hasta dónde creo? $\boxed{\text{9 CIFRAS}}$

↳ de acá en adelante no sé

Clase Consultas

Interpolación : Error Newton



$$P_{N3}(x) = A + B(x-x_4) + C(x-x_4)(x-x_3) + D(x-x_4)(x-x_3)(x-x_2)$$

$$\varepsilon_{N3}(x) = E\,(x-x_4)(x-x_3)(x-x_2)(x-x_1)$$