Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ingeniería

1er Cuatrimestre de 2022

Análisis numérico I (75.12-95.04-95.13)

Guía de trabajos prácticos 1
Teoría Lineal de Errores

Profesora responsable: Magíster Ing. Miryam Sassano

Bibliografía

- Burden R.L., Faires J.D. *Análisis Numérico*, Grupo Editorial Iberoamericano 1985.
- Chapra S., Canale R.*Métodos Numéricos para Ingenieros*, Mac Graw Hill 1985
- Kincaid D., Cheney W. *Análisis Numérico: las matemáticas del cálculo científico*, Addison Wesley, 1994.
- Zill, D. G. (2007). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*, Grupo Editorial Iberoamericana
- Mathews, J. H., Fink, D. K., *Métodos Numéricos con Matlab*, Tercera Edición, Editorial Prentice Hall, 2000.
- Nakamura, S., *Análisis Numérico y Visualización Gráfica con Matlab*, Prentice Hall, 1997

Teoría Lineal de Errores

1. Si a y b son los valores que tienen dos magnitudes y $\bar{a}$ y $\bar{b}$ son los valores medidos de dichas magnitudes, obtener para cada una de ellas:

   - El error absoluto, el error relativo y una cota para el error relativo.
   - Obtener el $e_{r(a+b)}$ con estos datos: $a = 2$, $\bar{a} = 2.01$, $b = 3$ y $\bar{b} = 3.02$.
   - Calcular el $e_{r(a-b)}$ con los datos del item anterior.
   - Obtener el $e_{r(a.b)}$ cuando $a = 2$, $\bar{a} = 2.02$, $b = 1$ y $\bar{b} = 1.6$.
     Redondear los resultados con 3 cifras significativas.

   $\Delta x = 0,1$ cm

2. Si el resultado de medir cierta longitud con una regla graduada en milímetros es $\bar{x} = 3cm$. Dar una cota para el error absoluto y dar una cota para el error relativo de x. $x = (3 \pm 0,1)$ cm

3. Suponga que el resultado de una operación dió: $\bar{x} = 0.2489$, $|e_x| = 0.6 \cdot 10^{-4}$ $= \Delta x$

   $x = 0.2489 \pm 0.00006$

   - ¿Es posible afirmar que tiene $t = 4$ cifras significativas correctas? Justifique la respuesta. sí
   - ¿Es posible afirmar que tiene $t = 3$ cifras significativas correctas? Justifique la respuesta. Si es así, diga cómo se debe expresar. sí

4. Calcular con tres cifras significativas las siguientes expresiones:

   - $1.3134 \cdot \pi$ $\rightarrow 1,31 \cdot 3,14 = 4,11$
   - $0.3751 \cdot e$ $\rightarrow 0,375 \cdot 2,71 = 1,02$
   - $\pi \cdot e$ $\rightarrow 3,14 \cdot 2,71 = 8,51$

5. Hallar cotas para los errores inherentes propagados (absolutos y relativos) en los siguientes cálculos, donde: $x = 2.00 \pm 0.01$, $y = 3.00 \pm 0.05$ y $z = 4.00 \pm 0.02$.

   - $f = 3x + y - z$
   - $f = \frac{x \cdot y}{z}$
   - $f = x \cdot sen(\frac{y}{40})$

6. Siendo $x = 2.0 \pm 0.1$, $y = 3.0 \pm 0.2$ y $z = 1.0 \pm 0.1$ hallar una cota para el error absoluto inherente propagado de la siguiente expresión:

   - $w = \frac{x \cdot y^2}{\sqrt{z}}$

7. Calcular la expresión, utilizando para $\sqrt{2}$ el valor aproximado 1.41 ± 0.01:

   - $f = (\sqrt{2} - 1)^6$ $\rightarrow \bar{f} = 0.41^6 = 0,00475 \rightarrow f = 0,005 \pm 0,02 \rightarrow f = 0,01 \pm 0,02$?
   - $f = \frac{1}{(\sqrt{2}-1)^6}$
   - $f = (3 - 2\sqrt{2})^3$
   - $f = \frac{1}{(3-2\sqrt{2})^3}$
   - $f = 99 - 70\sqrt{2}$
   - $f = \frac{1}{99-70\sqrt{2}}$

8. Se están realizando observaciones de un satélite para determinar su velocidad.
   En la primera observación la distancia medida al satélite fue $r = 30000 \pm 10km$.
   Cinco segundos más tarde se determina un aumento en la distancia $\delta r = 125.0 \pm 0.5km$ y el cambio en la orientación resultó de $\delta\phi = 0.00750 \pm 0.00002$ radianes.
   Hallar la velocidad del satélite suponiendo que el mismo se mueve en línea recta y a velocidad constante durante ese intervalo de tiempo; indicar la precisión del resultado. Considerar exacto el lapso de 5 segundos.

9. Se dispone de un algoritmo para computar la siguiente integral:

$$\frac{d}{da}\left(\frac{e^{-bx}}{a+x^2}\,dx\right)\Bigg|_0^1$$

$$I(a,b) = \int_0^1 \frac{e^{-bx}}{a+x^2}dx$$

$a \rightarrow z$

$b \rightarrow y$

Utilizando dicho algoritmo se obtuvo la siguiente tabla:

a	b	I
0.39	0.34	1.425032
0.40	0.32	1.408845
0.40	0.34	1.398464
0.40	0.36	1.388198
0.41	0.34	1.372950

$$\Delta I = \left|\frac{dI}{dz}\right|_{\bar{z},\bar{y}} \Delta z + \left|\frac{dI}{dy}\right|_{\bar{z},\bar{y}} \Delta y$$

s

Se pretende estimar $I(z, y)$, siendo y, z cantidades físicas obtenidas de un proceso de medición: $z = 0.400 \pm 0.003$ e $y = 0.340 \pm 0.005$. Aproximar el número buscado y dar una cota para el error inherente propagado.
(AYUDA: si queres spoilearte en el foro del campus, correspondiente a errores hay un hilo completo).

10. ¿Con cuántas cifras significativas se debe usar a $\sqrt{2}$ en la expresión $z = (3 - 2\sqrt{2})^3$ para que resulte $|e_z| \leq 0.5 \cdot 10^{-3}$?

11. ¿Con cuántas cifras significativas se debe usar a $\sqrt{2}$ en la expresión $z = (\sqrt{2} - 1)^6$ para que resulte $|e_z| \leq 0.5 \cdot 10^{-3}$?

12. Calcular, si es posible, con cinco cifras significativas el resultado de la siguiente expresión: $x = a{\cdot}\pi$ con $a = 1.3134 \pm 0.0002$ y $\bar{\pi} = 3.14$.
¿Cuál debe ser el error de π para que se cumpla la condición que $|e_x| \leq 0.5 \cdot 10^{-3}$?

13. Calcular, si es posible, con cuatro cifras significativas el resultado de $x = a \cdot e$.
Con $a = 1.37514 \pm 0.00001$ y $\bar{e} = 2.718$. ¿Cuál debe ser el error de e para que se cumpla la condición que la expresión del $|e_x|$ sea menor o igual a la cota del error por redondeo del resultado en el ejercicio anterior?

14. Preguntas Teóricas.

- Identificar y describir las principales fuentes de errores.
- Indicar como haría para determinar la influencia de los errores de redondeo sobre los resultados de un algoritmo utilizando la computadora.
- Pretendemos evaluar:

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Hallar estimaciones de los errores de truncamiento, de los inherentes propagados y de los de redondeo propagados al efectuar los cálculos.