15-7-2015 Análisis Numérico I (75.12, 95.04, 95.13) Integrador

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

Apellido: .... Nombres : ....

Padrón: ....

1. *a*) Indicar las condiciones que debe cumplir un trazador cúbico para que sea una *una Spline cúbica natural* que interpole a una función $f \in \mathcal{C}^2[a,b]$ en $n+1$ puntos del intervalo $[a,b]$; $a = x_0 < x_1 < ... < x_n = b$.

   b) La relación *agua-cemento* que se debe poner a la mezcla para hacer *hormigón* nos proporciona la resistencia final que se le requiere al *hormigón*. Se tienen los siguientes datos:

$x = agua/cemento(\%)$	40	45	50
$y = resistencia(kg/cm^2$	390	340	290

   Encontrar una *una Spline cúbica natural* para estimar la resistencia cuando la relación *agua-cemento* es del 48 %.

2. Se sabe que la ecuación diferencial no lineal de segundo orden: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} sen(\theta) = 0$, es un modelo del movimiento de un *péndulo simple de longitud L*. Sabiendo que: $g = 9.8\frac{m}{s^2}$ y $L = 1m$. Aplicar el método de *Euler* en el intervalo $[0,3]$ para aproximar $\theta(0.2)$, sabiendo que $\theta(0) = 0$, $\theta'(0) = -1$ y $h = 0.1$. Trabajar con tres decimales y redondeo.

3. *a*) Supongamos que queremos hacer una repoblación de conejos en una granja, y para ello introducimos inicialmente 100 conejos. Sabemos que la taza de natalidad mensual de los conejos es de un 15 %. Supongamos que las condiciones ambientales y los recursos alimenticios hacen que puedan vivir, a lo sumo, 400 conejos. Según esto, la función que nos daría la población de conejos es una función $P(t)$, cuya gráfica es una *curva logística* de ecuación: $P(t) = \frac{L}{1+ce^{at}}$ Donde L es la población límite. Completar la siguiente tabla:

t	0	1	2	3	4
$P(t)$	100				

   Usar cuadrados mínimos para estimar los valores de c y a.

   b) Estimar la población para $t = 3.5$ (el tiempo está medidio en meses). Trabajar con tres decimales y redondeo.

4. Determinar la intersección entre la circunferencia $(x-1)^2 + y^2 = 4$ y la hipérbola $xy = 1$ tomando como valor inicial el vector $x_0 = (0.5, 1)^t$. Utilizar tres iteraciones del método de *Newton* para sistemas no lineales. Usar dos decimales y redondeo.

5. *a*) Determinar los valores de N y de h que se requieren para aproximar la integral $\int_{0.5}^{1} cos(\sqrt{x})dx$ con un error menor que 10^{-2}. (El error para la regla de los Trapecios compuesta es: $|E_T| = \frac{h^2(b-a)}{12}|f''(\xi)|$, $\xi \in [a,b]$.

   b) Con lo hecho en el punto anterior estimar el valor de dicha integral.