

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS
---

Apellido: ..... Nombres : .....

Padrón: .....

- Se sabe que el producto de dos números positivos es 4 y la suma de sus cuadrados es 16.
  - Plantear el problema como un sistema de ecuaciones no lineales.
  - Estimar el valor de dichos números tomando como valor inicial  $x_0 = (3.7, 1.0)^t$ , utilizar dos iteraciones del método de *Newton* para sistemas no lineales. Trabajar con tres decimales y redondeo.
- Si la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la velocidad instantánea, entonces la velocidad  $v$  de una masa  $m$  que se deja caer desde una cierta altura se determina por la ecuación:  $m \frac{dv}{dt} = mg - kv^2$  con  $k > 0$ . Sea  $v(0) = 0$ ,  $k = 0.125$ ,  $m = 87.56 \text{ kg}$  y  $g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .
  - Demostrar que el problema tiene solución única en el intervalo  $[0, 6]$
  - Usar el método de Euler para estimar la *velocidad* en  $t = 2.0 \text{ seg.}$ . Usar  $h = 0.5$  y cinco decimales con redondeo.
- Sea el sistema  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ , con  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1.01 \\ 0.99 & 1 \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{b} = (-0.01, -0.01)^t$ . Se obtiene con aritmética de 3 dígitos una aproximación  $\tilde{x} = (0.981, -0.981)^t$ . Estimar el número de condición de la matriz.
  - Obtener una mejor aproximación de la solución haciendo un paso de refinamiento iterativo.
- Teniendo en cuenta que no es conocida una primitiva de la función  $f(x) = e^{x^2}$ . Calcular el valor de la integral definida  $\int_0^1 e^{x^2} dx$ , usar la regla de los trapecios compuesta con  $N = 8$ , trabajar con 5 decimales y redondeo.
  - Sabiendo que el error en la fórmula de los Trapecios es:  $|E_T| = \frac{h^3}{12} NL$ , donde  $f''(\xi) \leq L$  decidir justificando la respuesta si el error en la aproximación realizada en a) es menor que  $10^{-3}$ .
- Use la serie de Taylor para aproximar  $f'(x)$  y  $f''(x)$  en un entorno de  $x$ . Indique claramente todas las hipótesis que usa.
  - Con lo hecho en el punto anterior resolver por diferencias finitas el siguiente problema de valores en la frontera: *El potencial electrostático  $u$  entre dos esferas concéntricas de radios  $r = 1$  y  $r = 4$  se determina a partir de la ecuación:*

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du}{dr} = 0, \quad u(1) = 50, \quad u(4) = 100$$

Usar  $N = 4$ , para aproximar el potencial. Usar toda la precisión de la calculadora.