

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

Apellido: Nombres :

Padrón:

1. El teorema del valor medio para integrales establece que:

Si f es una función continua en un intervalo $[a, b]$, existe $\alpha \in [a, b]$ tal que $\int_a^b f(x)dx = f(\alpha)(b - a)$

- a) Sea $f(x) = e^x - \sin(\pi x)$ con $x \in [0, 2]$, determinar una aproximación del valor de α del teorema del valor medio, usando tres iteraciones del método de la bisección. Usar una aproximación de π y de e con tres decimales.
- b) Sin realizar más iteraciones determinar cuantas se necesitarían para que el error de truncamiento sea menor que 10^{-6} .

2. Hornbeck en 1975 propuso la siguiente ecuación diferencial ordinaria parásita no lineal:

$\frac{dy_1}{dt} = 5(y_1 - t^2)$. Si la condición inicial es $y_1(0) = 0.08$. Hallar el valor de $y_1(0.3)$, usando tres iteraciones del método de Runge-Kutta del punto medio.

3. Considerar una masa de 10 kg que está unida a una pared por medio de un resorte de constante $k = 10 \frac{N}{m}$. Si se alarga el resorte una distancia de 0.02 m y se suelta a partir del reposo, determinar la posición y la velocidad de la masa en el tiempo $t = 0.3$ s, usar tres pasos del método de Euler. Sabiendo que la ecuación diferencial que caracteriza el movimiento vibratorio del péndulo es:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

4. a) Calcular el trabajo que realiza la fuerza $f(x, y) = (3y^2 + 2, 16x)$ sobre una partícula que recorre la semi circunferencia superior que une los puntos (1, 0) con (-1, 0) usando la regla de Simpson 1/3 con $N = 12$. Usar $\pi \simeq 3$. Usar al menos cuatro decimales y redondeo.

- b) Indicar si el error es menor o igual a un décimo.

$$(W = \int_a^b f(\sigma(t))\sigma'(t)dt, \sigma : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}^2 / \sigma(t) = (\cos(t), \sin(t)))$$

5. Dado el sistema lineal
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = -5 \end{cases}$$

- a) Demostrar que $\rho(T_{GS}) = 0.5$. Siendo T_{GS} la matriz del método de Gauss-Seidel asociada al sistema.
- b) Realizar tres iteraciones del método de Gauss-Seidel utilizar al menos 4 decimales y redondeo. Estimar el error relativo cometido entre dos iteraciones consecutivas.