Guía IV: Ajuste-Cuadrados Mínimos

Ajuste-Cuadrados Mínimos

1. Aproximar los datos con un polinomio de grado 2, por cuadrados mínimos y graficar la solución:

x	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00
y	1.0000	1.2840	1.6487	2.1170	$2,7183$

   a) Calcular los errores para cada dato de la tabla.

   b) Calcular el polinomio interpolante de *Lagrange* de grado 2, en los nodos 0, 0.5 y 1.

   c) Graficar la solución y calcular los errores para cada dato de la tabla.

   d) Comparar los resultados obtenidos y determinar cual solución aproxima mejor a la curva en el intervalo $[0; 1]$.

   e) Comparar los resultados obtenidos con la función $f(x) = e^x$ en los puntos: 0.1, 0.2, 0.3, 0.6, 0.7, 0.8 y 0.9, calcular los errores y obtener conclusiones.

2. Determinar las líneas rectas que aproximan la curva $y = e^x$, según los siguientes métodos, comparar los resultados y calcular los errores en $x = 1$. Utilizar 3 decimales y redondeo.

   a) Cuadrados mínimos sobre la siguiente tabla:

x_i	-1	-0.5	0	0.5	1
y_i	$0,368$	$0,607$	1	$1,649$	$2,718$

   b) Tomando la línea tangente a $y = e^x$ en el punto medio del intervalo $[0; 1]$, es decir, la aproximación de Taylor de primer orden.

   c) Tomando la línea tangente a $y = e^x$ en el punto medio del intervalo $[-1; 1]$, es decir, la aproximación de Taylor de primer orden.

3. Se tiene la siguiente tabla de datos:

x	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
y	3.8	3.7	4.0	3.9	4.3	4.2	4.2	4.4	4.5	4.5

   a) Encontrar una función lineal que aproxime estos datos por cuadrados mínimos. Utilizar esta curva para suavizar los datos.

   b) Repetir el punto anterior con una función cuadrática.

   c) Comparar los resultados.

4. Obtener una formula del tipo: $f(x) = a.e^{mx}$ a partir de los siguientes datos:

x	1	2	3	4
y	7	11	17	27

5. Dada la siguiente colección de datos, elegir una curva de aproximación y analizar los errores respecto de los valores dados:

x	1.00	1.25	1.50	1.75	2.0
y	5.10	5.79	6.53	7.45	8.46

6. Construir las aproximaciones indicadas, calcular los errores y obtener conclusiones:

   a) Aproximación polinómica de grado 1.

   b) Aproximación polinómica de grado 2.

   c) Aproximación polinómica de grado 3.

   d) Aproximación de la forma: $b.e^{ax}$.

   e) Aproximación de la forma: $b.x^a$.

   Para las siguientes tablas:

i)

x	4.0	4.2	4.5	4.7	5.1	5.5	5.9	6.3	6.8	7.1
y	102.56	113.18	130.11	142.05	167.53	195.14	224.87	256.73	299.50	326.72

ii)

x	0.2	0.3	0.6	0.9	1.1	1.3	1.4	1.6
y	0.050446	0.098426	0.332770	0.726600	1.097200	1.569700	1.848700	2.501500

7. Para 5 instantes de tiempo se observaron los siguientes valores de un parámetro físico:

t	-2	-1	0	1	2
u	u_{-2}	u_{-1}	u_0	u_1	u_2

Mostrar que, si los datos se ajustan por una parábola $\phi(t)$, la aproximación en t=0 es:

$$\phi(0) = \frac{1}{35}(-3u_{-2} + 12u_{-1} + 17u_0 + 12u_1 - 3u_2)$$

8. Hallar el polinomio aproximante de segundo grado para la función: $f(x) = sen(\pi.x)$ en el intervalo $[0; 1]$. Graficar la función y su aproximación.

9. El nivel de agua en el Mar del Norte está determinado principalmente por la marea llamada $M2$, cuyo período es de aproximadamente 12 horas. Se han realizado las siguientes mediciones:

t $(horas)$	0	2	4	6	8	10
$H(t)$ (m)	$1,0$	$1,6$	$1,4$	$0,6$	$0,2$	$0,8$

   a) Ajustar la serie de mediciones usando el método de los cuadrados mínimos y la función:

$$H^*(t) = h_0 + a_1 sen(\frac{2.\pi.t}{12})$$

   b) Calcular errores que permitan estimar la precisión de la aproximación realizada en *a*).

   c) Utilizar ahora la función:

$$H^*(t) = h_0 + a_1 sen(\frac{2.\pi.t}{12}) + a_2 cos(\frac{2.\pi.t}{12})$$

   Repetir *b*) para la nueva función aproximante. Comparar y obtener conclusiones.