66.70 Estructura del Computador

Punto Flotante

Punto flotante

En muchos cálculos el intervalo de números que se usan es muy grande:

- la masa del electrón, 9×10^{-28} gramos
- la masa del Sol, 2×10^{33} gramos

Representación en punto fijo

M_e = 000000000000000000000000000000.000000000000000000000000009

M_s = 200000000000000000000000000000.000000000000000000000000000

M_e = Masa del electrón = 9×10^{-28} gramos

M_s = Masa del sol = 2×10^{33} gramos

En punto fijo:
¿Cuántos dígitos son necesarios para poder representar tanto M_e como M_s?

- Cuántos dígitos decimales?
- Cuántos dígitos binarios?

Punto flotante

$$\textit{número representado} = M \times base^{\exp}$$

De un total de ***N*** bits:

- ***1*** bit para el signo de la mantisa
- ***x*** bits para mantisa
- ***y*** bits para el exponente (magnitud y signo)

-> Analizar diferentes valores de x e y para igual N
¿Conclusiones?

Punto flotante

- Casi todos los lenguajes de programación ofrecen datos en punto flotante
- Desde PCs a supercomputadoras tienen coprocesadores para operaciones en PF
- Todo sistema operativo debe responder a excepciones punto flotantes (overflow)

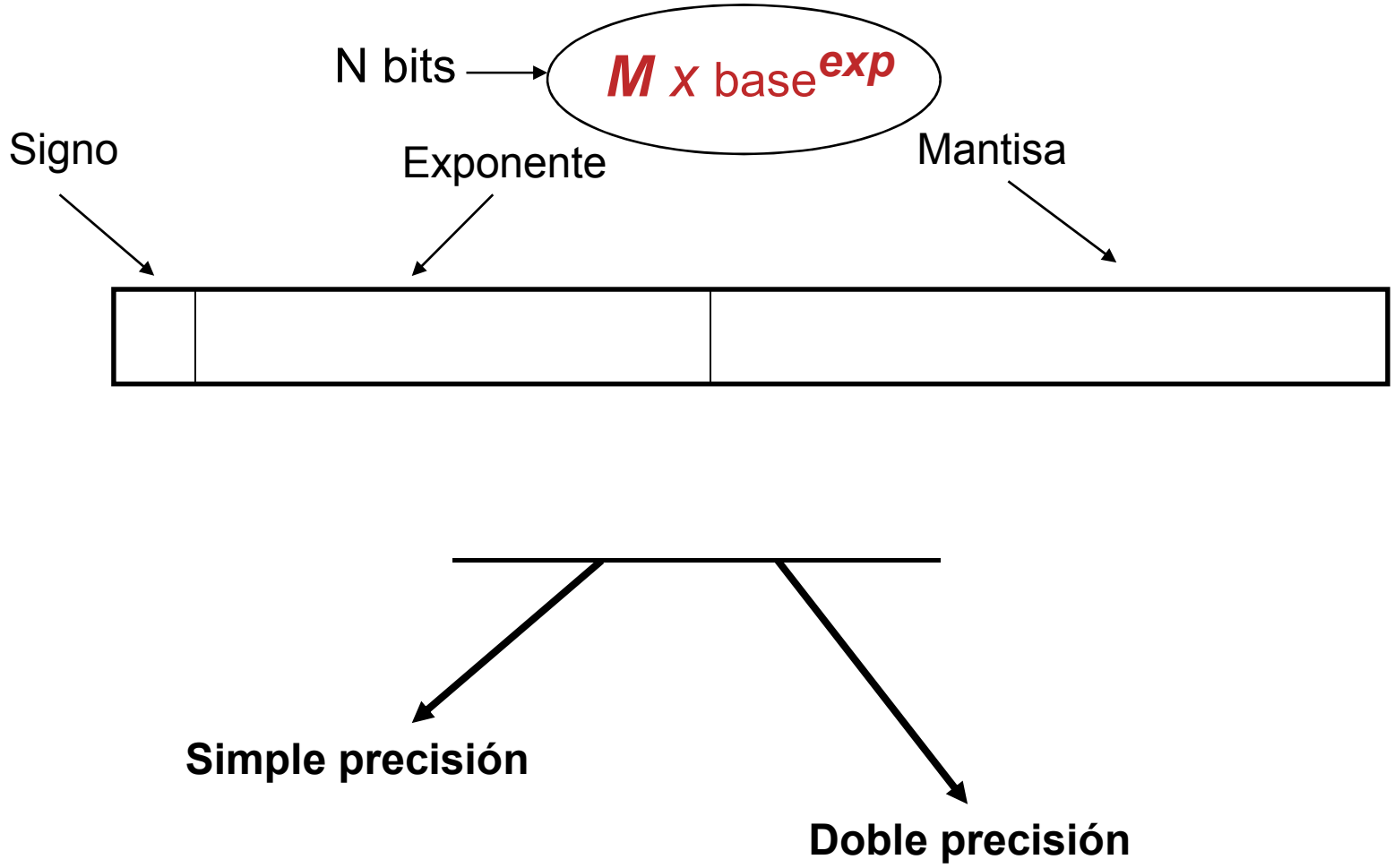
Punto flotante

- Casi todos los lenguajes de programación ofrecen datos en punto flotante
- Desde PCs a supercomputadoras tienen coprocesadores para operaciones en PF

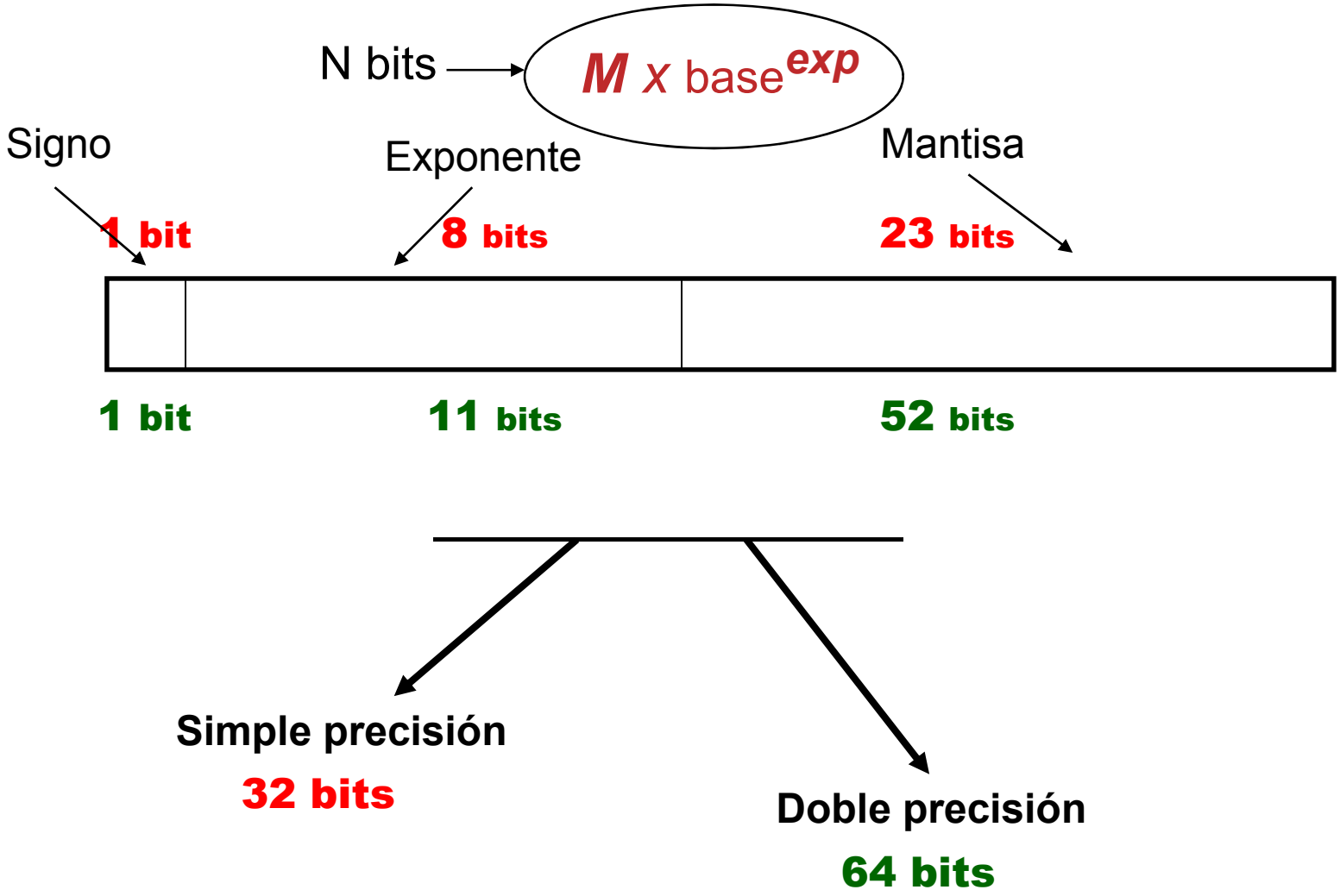
Estandarización del formato PF: **IEEE 754**

- En 1982 la IEEE definió el estándar IEEE-754
- Lo implantó por primera vez en los Intel 8087
- En 1985 este formato fue aceptado como el estándar universal
- En 2008 se incluyeron modificaciones a la norma original

Norma IEEE 754



Norma IEEE 754



Definiendo la
Norma IEEE 754

Cuestiones a establecer:

- Qué base utilizar? → bin
- Números ´normalizados´
- Formato para guardar el exponente? *(entero con signo)*
  - no se representan en C2 ni Cal ni Mag. y Signo
  - Usamos el sistema exceso 7
    - ϕ : se excede en 7
- Valores “especiales”

Definiendo la
Norma IEEE 754
¿Qué base utilizar?

- ✓ Cuál elegir? 2, 10 , 16 …
- ✓ Qué efecto tiene sobre la representación?
- ✓ Conveniencia al realizar operaciones aritméticas

Definiendo la
Norma IEEE 754
Valores normalizados

- Bit implícito vale 1

comienzan con 1,...
El ∅ no se puede representar y se corrige a otro modo

Ventajas:

- ✓ *La representación binaria es única para un número dado*
- ✓ *Todos los bits de la mantisa son significativos*
- ✓ *Es más fácil comparar dos números*:

  1º) Comparo exponentes 2º) Comparo mantisas

Definiendo la Norma IEEE 754

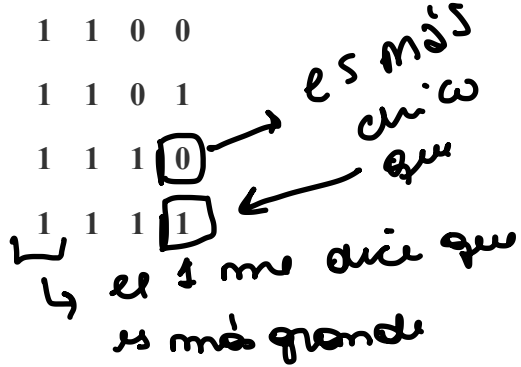
Representación del exponente

- El exp. es un número entero con signo

- Sistema para su representación
  - Magnitud y Signo**?**
  - Complemento a 1 **?**
  - Complemento a 2 **?**
  - “Exceso-N” **?**

Representación “exceso 7”

Decimal	*Two's Complement*	*Ones' Complement*	*Signed Magnitude*	***Exceso 7***
–8	1000	—	—	
–7	1001	1000	1111	0 0 0 0
–6	1010	1001	1110	0 0 0 1
–5	1011	1010	1101	0 0 1 0
–4	1100	1011	1100	0 0 1 1
–3	1101	1100	1011	0 1 0 0
–2	1110	1101	1010	0 1 0 1
–1	1111	1110	1001	0 1 1 0
0	0000	1111 or 0000	1000 or 0000	0 1 1 1 = 7
1	0001	0001	0001	1 0 0 0
2	0010	0010	0010	1 0 0 1
3	0011	0011	0011	1 0 1 0
4	0100	0100	0100	1 0 1 1
5	0101	0101	0101	1 1 0 0
6	0110	0110	0110	1 1 0 1
7	0111	0111	0111	1 1 1 0
				1 1 1 1



Representación “exceso 7”

Decimal	Two's Complement	Ones' Complement	Signed Magnitude	Exceso 7	
–8	1000	—	—		
–7	1001	1000	1111	0 0 0 0	Valor reservado en IEEE 754
–6	1010	1001	1110	0 0 0 1	-6
–5	1011	1010	1101	0 0 1 0	
–4	1100	1011	1100	0 0 1 1	-4
–3	1101	1100	1011	0 1 0 0	
–2	1110	1101	1010	0 1 0 1	
–1	1111	1110	1001	0 1 1 0	
0	0000	1111 or 0000	1000 or 0000	0 1 1 1	→ 0
1	0001	0001	0001	1 0 0 0	
2	0010	0010	0010	1 0 0 1	
3	0011	0011	0011	1 0 1 0	
4	0100	0100	0100	1 0 1 1	
5	0101	0101	0101	1 1 0 0	+5
6	0110	0110	0110	1 1 0 1	
7	0111	0111	0111	1 1 1 0	+7
				1 1 1 1	Valor reservado en IEEE 754

RANGO DE REPRESENTACIÓN

Representación “exceso 7”

Decimal	*Two's Complement*	*Ones' Complement*	*Signed Magnitude*	***Exceso 7***	
–8	1000	—	—		Valor reservado en IEEE 754
–7	1001	1000	1111	0 0 0 0	
–6	1010	1001	1110	0 0 0 1	- 6
–5	1011	1010	1101	0 0 1 0	
–4	1100	1011	1100	0 0 1 1	- 4
–3	1101	1100	1011	0 1 0 0	
–2	1110	1101	1010	0 1 0 1	
–1	1111	1110	1001	0 1 1 0	
0	0000	1111 or 0000	1000 or 0000	0 1 1 1	→ 0
1	0001	0001	0001	1 0 0 0	
2	0010	0010	0010	1 0 0 1	
3	0011	0011	0011	1 0 1 0	
4	0100	0100	0100	1 0 1 1	
5	0101	0101	0101	1 1 0 0	+5
6	0110	0110	0110	1 1 0 1	
7	0111	0111	0111	1 1 1 0	+7
				1 1 1 1	Valor reservado en IEEE 754

¿Ventajas?

Definiendo la Norma IEEE 754

- IEEE 754 expresa el componente en exceso-N
- Cuál debería ser el valor de N **?**

Rango representable

en simple precisión

Rango del exponente **8 bits , exceso 127**

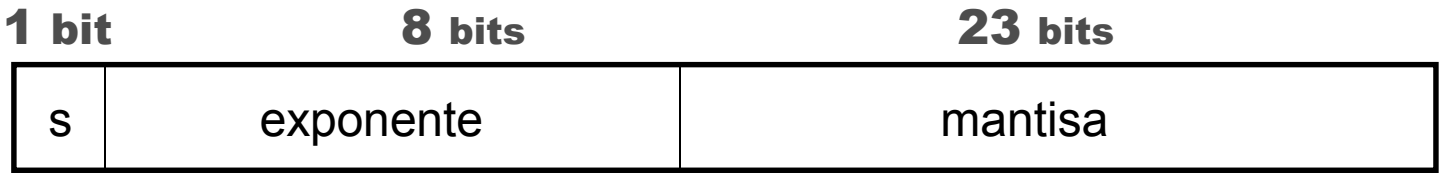
No admite Exp=0000..0000 ni *Exp=1111..1111*

Máximo exponente representable (valor positivo): 1111 1110 -> 127
Mínimo exponente representable (valor negativo): 0000 0001 -> -126

Rango de la mantisa **23 bits**

normalizar => bit implícito => 24 bits => *Mantisa = 1.0 + Mantisa guardada*

=> $1 \leq Mantisa < 2$



Rango representable
en doble precisión

Rango del exponente **11 bits , exceso 1023**

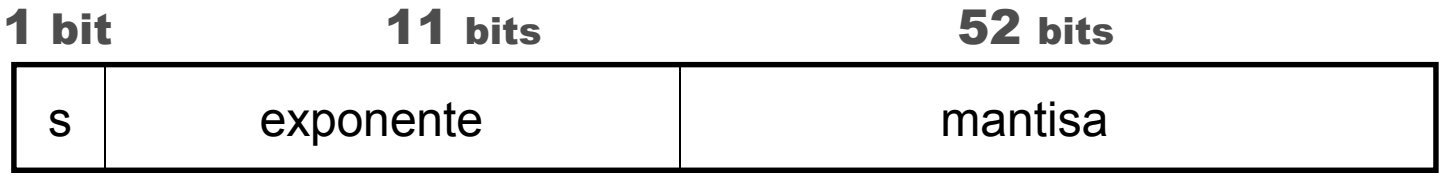
No admite *Exp=0000..0000* ni *Exp=1111..1111*

Máximo exponente representable (valor positivo): 1111 1110 -> 1023
Mínimo exponente representable (valor negativo): 0000 0001 -> -1022

Rango de la mantisa **52 bits**

normalizar => bit implícito => 53 bits => *Mantisa = 1.0 + Mantisa guardada*

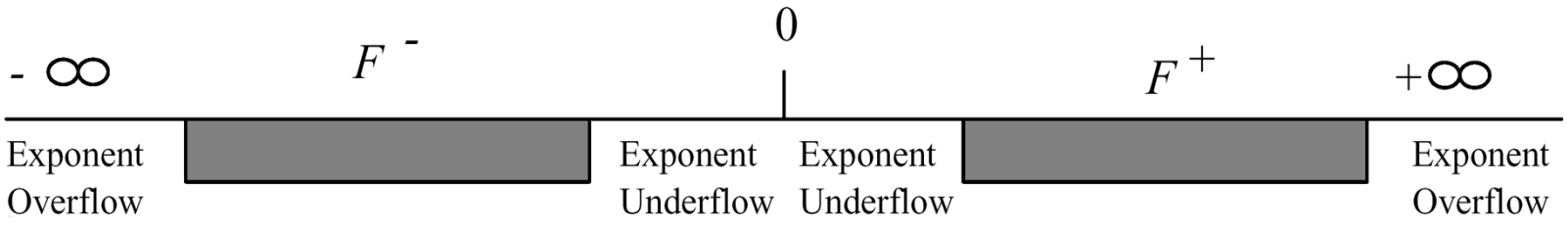
=> $1 \leq Mantisa < 2$



Rango representable

Overflow y Underflow

$$M_{min} \cdot \text{base}^{exp_{min}} \leq Núm. \leq M_{max} \cdot \text{base}^{exp_{max}}$$



Resolución

Números reales, su representación en punto fijo y en punto flotante

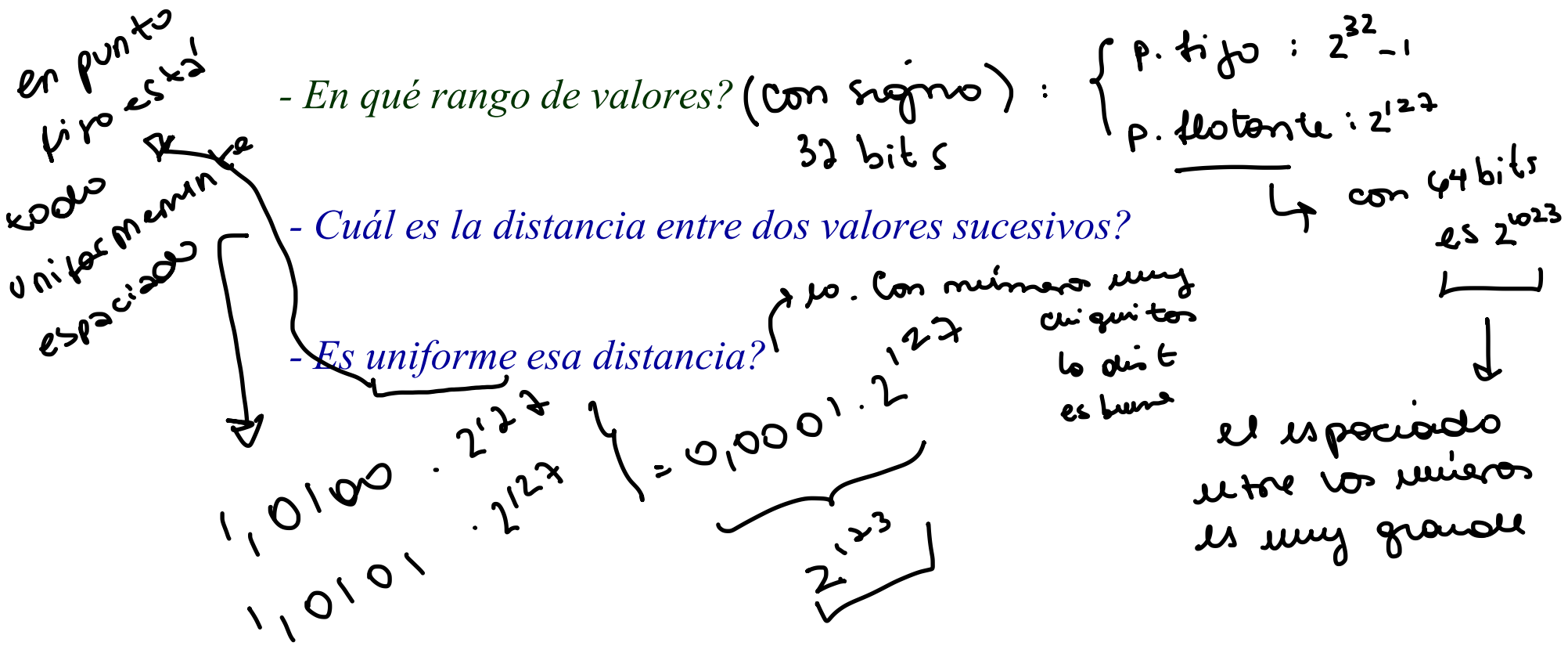
Dada una cadena de 32/64 bits

- *Cuántos números diferentes puedo representar?* : 2^{32}

- *En qué rango de valores?* (con signo) : { p. fijo : $2^{32}-1$; p. flotante : 2^{127} } — 32 bits

- *Cuál es la distancia entre dos valores sucesivos?*

- *Es uniforme esa distancia?*



Valores de referencia en IEEE-754

	Simple precisión	**Doble precisión**
Bits del signo	1	1
Bits del exponente	8	11
Bits de la mantisa	23	52
Total de bits	32	64
Sistema de exponente	Exceso en 127	Exceso en 1023
Intervalo del exponente	-126 a +127	-1022 a +1023
Número normalizado más pequeño	2^{-126}	2^{-1022}
Número normalizado más grande	aprox. 2^{128}	aprox. 2^{1024}
Intervalo decimal	aprox. 10^{-38} a 10^{38}	aprox. 10^{-308} a 10^{308}

Norma IEEE 754

Valores especiales

Cero

- Todos los bits en cero. Signo.

Infinito

- Exp=todos 1´s , Mantisa = todos 0´s . Signo.

NaN *("Not a number")*

- E=todos 1´s , Mantisa <> 0, Signo = *no importa*

Sumar dos números en punto flotante

vs punto fijo:

es más complicado en pto flot

1) Calcular la diferencia entre los exponentes *d*=|*Exp1 - Exp2*|
   => determino cuál es el número mayor y cuál el menor
2) Correr *d* posiciones a la derecha la coma del número menor
3) Encolumnar y sumar las mantisas
4) El exponente del resultado es el exponente del número mayor
5) Normalizar la mantisa del resultado ajustando el exponente si fuese necesario

los procesadores calculan en pto fijo y hoy un coprocesador que calcula en pto

coprocesador matemático

hay que encolumnar las comas y operar en pto fijo y luego normalizar

Punto fijo VS. Punto flotante

- Precisión
- Rango dinámico
- Velocidad
- Requerimientos de hardware