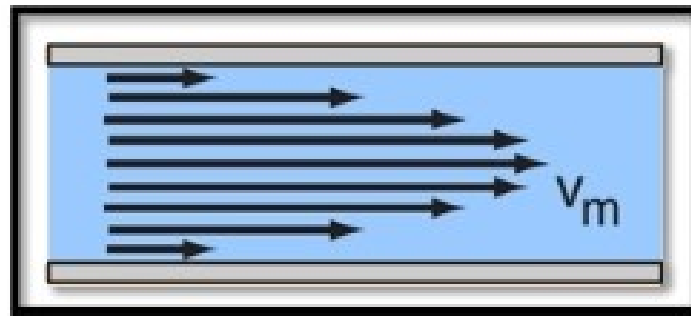

95.10 | Modelación numérica
75.12 | Análisis numérico I A

Trabajo Práctico #3

Flujo plano de Poiseuille

Problema

Un fluido newtoniano incompresible con densidad (ρ) y viscosidad (μ) constantes que fluye entre dos placas paralelas infinitas, separadas por una distancia d y con un gradiente de presión constante que se aplica en la dirección del flujo ($\Delta P/\Delta x$), constituye un *flujo plano de Poiseuille*.



El flujo es esencialmente unidireccional, siendo V la velocidad, debido a su longitud infinita (asumiendo que el flujo se da en la dirección x con la velocidad variando solo en la dirección y). El modelo matemático que permite describir este flujo se basa en la simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes que se reducen a lo siguiente:

$$\frac{\Delta P}{\Delta x} = \mu \cdot \frac{d^2 V}{dy^2}$$

Con $V(y=0)=0$ y $V(y=d)=0$ como condiciones de contorno (no deslizamiento: establece que para un contorno sólido el fluido tendrá velocidad cero relativa al borde).

Considerar para este problema que la separación entre placas es $d=0.1$, la viscosidad $\mu=0.95$ y el gradiente de presión $\Delta P/\Delta x=-105$.

Tareas

- a) Resolver el problema de valores de contorno utilizando un esquema en diferencias finitas de orden 2. Utilizar tres pasos de discretización diferentes: $\Delta x=0.025$, $\Delta x=0.010$ y $\Delta x=0.005$. Resolver el sistema de ecuaciones resultante con Eliminación Gaussiana. En $y=d/2$ estimar experimentalmente errores de truncamiento y verificar orden de precisión.
- b) Resolver el problema de valores de contorno utilizando el Método del Tiro con dos métodos numéricos diferentes: método de Euler y método de Runge-Kutta 4. Realizar los cálculos con los mismos pasos de discretización que en el ítem a): $\Delta x=0.025$, $\Delta x=0.010$ y $\Delta x=0.005$. En $y=d/2$ estimar experimentalmente errores de truncamiento y verificar orden de precisión.
- c) Análisis de sensibilidad. Elegir criteriosamente alguna de las técnicas de resolución del problema utilizadas en los ítems *a)* o *b)*, justificar elección y realizar un análisis de sensibilidad de dos variables del problema: *i)* viscosidad, y *ii)* gradiente de presión. Comparar resultados y establecer conclusiones.
- d) Se cuenta con la solución exacta del problema:

$$V(y) = \frac{\Delta P / \Delta x}{2\mu} \cdot y \cdot (d - y)$$

Para cada una de las resoluciones obtener errores de truncamiento, comparar con resultados experimentales y obtener conclusiones.