PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.06 - 81.16)

Evaluación integradora — Segundo cuatrimestre – 2019

Duración: 4 horas. — 12/12/2019 – 9:00 hs.

Curso: Año y cuatrimestre de cursada:

Apellido y Nombres:

Padrón:

---

1. Al alcanzar los 15 cadáveres en su sótano, Dexter decide ocultarlos en distintos puntos de la ciudad. Con este fin, consulta su manual de *Asesinato para Dummies*, que provee 4 puntos: 1 al norte de su casa, 1 al sur, 1 al este y el último al oeste. Para cada cadáver, Dexter elige al azar el punto en el que lo va a ocultar. Calcular la probabilidad de que exactamente 3 cadáveres hayan quedado ocultos en el sur, sabiendo que exactamente 4 de ellos quedaron ocultos en el este y exactamente 2 en el norte.

2. Sea X una variable aleatoria con función de distribución

$$F_X(x) = \frac{x}{5}\mathbf{1}\{1 \leq x < 2\} + \frac{3}{5}\mathbf{1}\{2 \leq x < 3\} + \frac{x+1}{5}\mathbf{1}\{3 \leq x < 4\} + \mathbf{1}\{4 \leq x\}.$$

Calcular $\mathbf{E}[X|X > 2]$.

3. En la ciudad de Zorg, el 90 % de los días de lluvia son típicos mientras que el resto son debido a un fenómeno meteorológico conocido como *nordestada*. En un día de lluvia típico, la cantidad de agua precipitada (en mm) es una variable aleatoria con distribución $\mathcal{N}(25, 3^2)$, mientras que en una nordestada es una variable con distribución $\mathcal{N}(40, 5^2)$. Sabiendo que en un día de lluvia cayeron exactamente 34 mm, calcular la probabilidad de que haya sido debido a una nordestada.

4. Personas que desean viajar en bicicleta arriban a una estación de *Bici-eco* según un proceso de Poisson de intensidad 2 por minuto. Las bicicletas son devueltas a esa estación según un proceso de Poisson de intensidad 0.5 por minuto, independiente del proceso anterior. Si a las 9:00 no había bicicletas ni personas esperando en la estación, calcular la esperanza del tiempo que tiene que esperar la primer persona que llega a la estación despueś de las 9:00 hasta conseguir una bicicleta.

5. La cantidad de fallas diarias de cierta máquina es una variable aleatoria X a valores $\{0, 1, 2, 3\}$ con función de probabilidad $p_X(x) = (x + 1)/10$. Calcular (aproximadamente) la probabilidad de que en 60 días, la cantidad total de fallas de la máquina sea mayor a 130.

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.09 - 81.04)

Evaluación integradora	Segundo cuatrimestre – 2019
Duración: 4 horas.	12/12/2019 – 9:00 hs.

Curso: Año y cuatrimestre de cursada:

Apellido y Nombres:

Padrón:

---

1. Al alcanzar los 15 cadáveres en su sótano, Dexter decide ocultarlos en distintos puntos de la ciudad. Con este fin, consulta su manual de *Asesinato para Dummies*, que provee 4 puntos: 1 al norte de su casa, 1 al sur, 1 al este y el último al oeste. Para cada cadáver, Dexter elige al azar el punto en el que lo va a ocultar. Calcular la probabilidad de que exactamente 3 cadáveres hayan quedado ocultos en el sur, sabiendo que exactamente 4 de ellos quedaron ocultos en el este y exactamente 2 en el norte.

2. Sea X una variable aleatoria con función de distribución

$$F_X(x) = \frac{x}{5}\mathbf{1}\{1 \leq x < 2\} + \frac{3}{5}\mathbf{1}\{2 \leq x < 3\} + \frac{x+1}{5}\mathbf{1}\{3 \leq x < 4\} + \mathbf{1}\{4 \leq x\}.$$

Calcular $\mathbf{E}[X|X > 2]$.

3. Personas que desean viajar en bicicleta arriban a una estación de *Bici-eco* según un proceso de Poisson de intensidad 2 por minuto. Las bicicletas son devueltas a esa estación según un proceso de Poisson de intensidad 0.5 por minuto, independiente del proceso anterior. Si a las 9:00 no había bicicletas ni personas esperando en la estación, calcular la esperanza del tiempo que tiene que esperar la primer persona que llega a la estación después de las 9:00 hasta conseguir una bicicleta.

4. Sea (X, Y) un vector aleatorio con distribución uniforme sobre $\Lambda = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq r^2\}$. Hallar el estimador de máxima verosimilitud de r basado en la muestra aleatoria $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$, con la misma distribución que (X, Y).

5. Se desea modelar la duración (en años) de un componente crítico en un sistema electrónico. Se ensayan 24 de dichos componentes obteniendo la siguiente tabla

Duración	0.00 a 0.10	0.10 a 0.23	0.23 a 0.46	0.46 a 0.90
Frecuencia	8	6	5	5

Utilizando un nivel de significación asintótico de 0.05, decidir si puede rechazar la hipótesis de que los datos provienen de una población con distribución exponencial de parámetro 3.