

Clase práctica 7 de julio

Para clase de repaso

1. Se tiene una moneda cargada con probabilidad $3/5$ de salir cara. El experimento consiste en arrojar la moneda hasta obtener por primera vez dos caras consecutivas. Si en los primeros dos tiros no se observaron caras, calcular la probabilidad de que tengan que realizarse más de 5 tiros para que finalice el experimento.
2. Sea X una variable aleatoria con densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{6}\mathbf{1}\{1 < x < 3\} + \frac{1}{3}\mathbf{1}\{2 < x < 4\}$$

Para cada $x \in (1, 4)$, $Y|X = x$ es una variable aleatoria con distribución de Bernoulli tal que

$$p_{Y|X=x}(0) = \frac{\frac{1}{6}\mathbf{1}\{1 < x < 3\}}{\frac{1}{6}\mathbf{1}\{1 < x < 3\} + \frac{1}{3}\mathbf{1}\{2 < x < 4\}}$$

Hallar $\mathbf{E}(Y)$

3. Personas que desean viajar en bicicleta arriban a una estación de *Bici-eco* según un proceso de Poisson de intensidad 2 por minuto. Las bicicletas son devueltas a esa estación según un proceso de Poisson de intensidad 0.5 por minuto, independiente del proceso anterior. Si a las 9:00 no había bicicletas ni personas esperando en la estación, calcular la esperanza del tiempo que tiene que esperar la primer persona que llega a la estación después de las 9:00 hasta conseguir una bicicleta.
4. El costo por transportar 100 barriles de whisky desde Canadá hasta EE.UU. es 100000 dólares. Los volúmenes de los barriles de whisky (en litros) son variables aleatorias independientes con distribución normal de media 160 y varianza 1. ¿Qué precio debe tener como mínimo el litro de whisky transportado para que la probabilidad de que el transportista tenga una ganancia superior a 10000 dólares sea por lo menos 0.95?
5. Sea (X, Y) un vector aleatorio con distribución uniforme sobre $\Lambda = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq r^2\}$. Hallar el estimador de máxima verosimilitud de r basado en la muestra aleatoria $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$, con la misma distribución de (X, Y) .
6. En Bahía Blanca, la velocidad media del viento (en m/s) en intervalos de una hora tiene la distribución Weibull de parámetros $(2, \alpha)$, cuya densidad es

$$f_\alpha(x) = \frac{2x}{\alpha^2} e^{-(x/\alpha)^2} \mathbf{1}\{x \geq 0\}.$$

Los siguientes datos son una muestra aleatoria de las velocidades medias del viento de 7 intervalos de una hora: 5.03, 4.61, 4.19, 4.98, 3.22, 4.65, 4.94. Basándose en la información muestral estimar por máxima verosimilitud la probabilidad de que entre las 12:00 y las 13:00 del 8 de diciembre de 2021 la velocidad media del viento sea mayor que 6 m/s.

7. En un juego de ruleta que cuenta con los números del 0 al 36, un jugador siempre apuesta a tercera docena, es decir que sólo lo benefician los números del 25 al 36 inclusive. El casino sospecha que un crupier intenta favorecer al jugador, y está dispuesto a despedirlo si encuentra evidencia suficiente de que lo favorece. Luego de 100 bolas tiradas por el crupier, salió la tercer docena 40 veces. Hallar un test de hipótesis de nivel asintótico 0.05 adecuado a este problema y basándose en él decidir si el casino debe despedir al crupier.
8. *A priori*, la proporción p de rollos de tela defectuosos en un lote es una variable aleatoria con distribución $\beta(3, 4)$. Se examina una muestra de 10 rollos y se encuentran exactamente 4 defectuosos. En base a la información muestral calcular la media a posteriori de p (estimador de bayes)