PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.06 - 81.16)

Evaluación integradora — Segundo cuatrimestre – 2021
Duración: 4 horas. — 17/2/2022 – 9:00 hs.

Curso: Mail:

Apellido y Nombres:

Padrón o legajo:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados, justificados y resueltos.

---

1. Se elige un número al azar sobre el intervalo $(0,1)$. Sea N la cantidad de dígitos hasta que aparecen por primera vez dos 3 seguidos, y sea M la cantidad de dígitos hasta que aparece por primera vez el 4. Calcular $\mathbf{P}(N=6|M=3)$.

2. Sea (X,Y) un vector aleatorio con distribución uniforme sobre el triángulo de vértices $(0,0),(1,3),(0,3)$. Hallar la función de distribución de $\mathbf{E}[Y|X]$

3. Toby y Woody juegan al siguiente juego: en cada turno, lanzan 3 monedas equilibradas. Si no sale ninguna cara gana Toby, si salen 3 caras gana Woody, en otro caso pasan al siguiente turno. Si en los primeros 5 turnos nadie ganó, calcular la probabilidad de que Toby gane el juego.

4. Se quiere llenar un tanque de 600 litros transportando agua de un arroyo con un balde. Por diversos percances en el transporte, por cada balde la cantidad de agua (en litros) que efectivamente llega al tanque sea una variable aleatoria con distribución normal de media 4 y desvío 0.25. ¿Cuántos baldes habrá que transportar como mínimo para llenar el tanque con probabilidad mayor que 0.95?

5. La duración, X, en años de ciertos discos rígidos es una variable aleatoria. Se midió la duración de 3 de dichos discos obteniendo los siguientes resultados

$$1.53, 2.24, 3.23$$

A partir de los valores observados, hallar la función de densidad estimada de la variable aleatoria X, usando una ventana $h=0.5$ y un núcleo gaussiano.

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.09 - 81.04)

Evaluación integradora — Segundo cuatrimestre – 2021
Duración: 4 horas. — 17/2/2022 – 9:00 hs.

Curso: Mail:

Apellido y Nombres:

Padrón o legajo:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados, justificados y resueltos, de los cuales al menos uno debe ser el ejercicio 4 ó el 5.

1. Se elige un número al azar sobre el intervalo $(0, 1)$. Sea N la cantidad de dígitos hasta que aparecen por primera vez dos 3 seguidos, y sea M la cantidad de dígitos hasta que aparece por primera vez el 4. Calcular $\mathbf{P}(N = 6|M = 3)$.

2. Sea (X, Y) un vector aleatorio con distribución uniforme sobre el triángulo de vértices $(0, 0), (1, 3), (0, 3)$. Hallar la función de distribución de $\mathbf{E}[Y|X]$

3. Toby y Woody juegan al siguiente juego: en cada turno, lanzan 3 monedas equilibradas. Si no sale ninguna cara gana Toby, si salen 3 caras gana Woody, en otro caso pasan al siguiente turno. Si en los primeros 5 turnos nadie ganó, calcular la probabilidad de que Toby gane el juego.

4. Sea $X_1, \dots, X_n$ una muestra aleatoria de tamaño n de una población con densidad

$$f_X(x) = (\theta + 1)x^{\theta}\mathbf{1}\{0 < x < 1\}, \qquad \theta > -1$$

Hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ en función de la muestra aleatoria.

5. La cantidad de personas que esperan al subte de las 18:05 en la estación Catedral cada día es una variable aleatoria X. Para cada $M = \mu$, X tiene distribución de Poisson de media μ, donde M tiene *a priori* una distribución exponencial de media 145. En una muestra de 10 días se observaron las siguientes cantidades:

$$155, 144, 142, 143, 154, 151, 146, 151, 142, 152.$$

En virtud de la información muestral, calcular el estimador de Bayes para μ.