PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.06 - 81.16)

Evaluación integradora — Primer cuatrimestre – 2022
Duración: 4 horas. — 4/8/2022 – 9:00 hs.

Curso: Mail:

Apellido y Nombres:

Padrón o legajo:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados, justificados y resueltos.

1. Se arrojan cinco monedas equilibradas y se agregan en una bolsa tantas bolas blancas como cantidad de caras observadas, y tantas negras como cecas. Luego se extrae una bola al azar y resulta ser blanca. Calcular la probabilidad de que luego de tirar las monedas, hayan quedado en la bolsa dos bolas blancas y tres negras.

2. Un dado piramidal tiene sus caras con los números 1, 2, 3, 4 y cargadas con probabilidades 0.4, 0.3, 0.2, 0.1 respectivamente. El experimento consiste en arrojar el dado hasta obtener un 1. Sea X la cantidad de tiros hasta observar el 1 e Y la cantidad de 3 observados. Calcular $E[Y]$.

3. Leo y Mati comienzan sus turnos trabajando de lavacopas en el *Bar Astillas* a las 20:00. Leo rompe copas de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad 1 por hora. Independientemente, los tiempos (en horas) entre roturas provocadas por Mati son variables aleatorias independientes con distribución exponencial de parámetro $\frac{4}{3}$. Si el sábado se rompieron exactamente 2 copas entre las 20:00 y 21:00, calcular la probabilidad de que la quinta copa se hubiera roto después de las 22:00.

4. Juan y sus amigos juegan paddle los martes a la noche. El alquiler de la cancha puede ser por 45, 60 o 90 minutos. La probabilidad de que un martes alquilen la cancha por 60 minutos o más es de 0,63 y de que alquilen la cancha por 60 minutos o menos es de 0,71. Si alquilaron la cancha 44 veces en forma independiente, calcular *aproximadamente* la probabilidad de que la duración promedio de alquiler esté entre 59 y 72 minutos.

5. Sea X una variable aleatoria con función de distribución

$$F_X(x) = \sqrt{\frac{x}{2}}\,\mathbf{1}\{0 \leq x < 2\} + \mathbf{1}\{x \geq 2\}$$

Construir una función en lenguaje R, llamada `simulo_X(n)`, que dado un número natural n utilice números generados al azar sobre el intervalo (0,1) para simular una muestra de tamaño n de la variable X.

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.09 - 81.04)

Evaluación integradora — Primer cuatrimestre – 2022

Duración: 4 horas. — 4/8/2022 – 9:00 hs.

Curso: Mail:

Apellido y Nombres:

Padrón o legajo:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados, justificados y resueltos, de los cuales al menos uno debe ser el ejercicio 4 ó el 5.

1. Se arrojan cinco monedas equilibradas y se agregan en una bolsa tantas bolas blancas como cantidad de caras observadas, y tantas negras como cecas. Luego se extrae una bola al azar y resulta ser blanca. Calcular la probabilidad de que luego de tirar las monedas, hayan quedado en la bolsa dos bolas blancas y tres negras.

2. Un dado piramidal tiene sus caras con los números 1, 2, 3, 4 y cargadas con probabilidades 0.4, 0.3, 0.2, 0.1 respectivamente. El experimento consiste en arrojar el dado hasta obtener un 1. Sea X la cantidad de tiros hasta observar el 1 e Y la cantidad de 3 observados. Calcular $E[Y]$.

3. Leo y Mati comienzan sus turnos trabajando de lavacopas en el *Bar Astillas* a las 20:00. Leo rompe copas de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad 1 por hora. Independientemente, los tiempos (en horas) entre roturas provocadas por Mati son variables aleatorias independientes con distribución exponencial de parámetro $\frac{4}{3}$. Si el sábado se rompieron exactamente 2 copas entre las 20:00 y 21:00, calcular la probabilidad de que la quinta copa se hubiera roto después de las 22:00.

4. La tensión de salida de cierto amplificador es ϕ volt, con $\phi > 0$. La medición de la tensión de salida es una variable aleatoria $M = \phi \cdot N$, donde $N \sim \mathcal{N}(0, 4)$. Se realizan 10 mediciones y se observa un promedio de 17 volt. Hallar un cota inferior de confianza de nivel 0.95 para la tensión de salida ϕ basada en la muestra observada.

5. El tiempo en minutos que tarda un módem en procesar un paquete de datos es una variable aleatoria T. Para cada $\Theta = \theta$, T tiene distribución exponencial de parámetro θ. A priori Θ es una variable aleatoria con distribución Gamma de media 2 y varianza 1. En una muestra de 20 paquetes se observó que el tiempo promedio en realizar la tarea es 3.8 minutos. Hallar una estimación de Bayes basada en la muestra observada.