PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.06 - 81.16)

Evaluación integradora — Segundo cuatrimestre – 2021
Duración: 4 horas. — 24/2/2022 – 9:00 hs.

Curso: Mail:

Apellido y Nombres:

Padrón o legajo:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados, justificados y resueltos.

1. Los siguientes datos corresponden a los tiempos de duración (en años) de 12 lámparas:

$$0.33; 0.49; 1.02; 0.44; 1.29; 1.58; 0.05; 0.63; 0.41; 0.68; 0.42; 1.35.$$

Usando los intervalos con extremos $0; 0.45; 1; 4$, hallar y graficar la función histograma basada en los datos y a partir de ella estimar la probabilidad de que una lámpara del mismo tipo dure más de un año y medio.

2. Sea (X, Y) un punto con distribución uniforme sobre el cuadrado $[-1, 1] \times [-1, 1]$. Dado el conjunto $A = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0\right\}$, hallar la densidad marginal de $X|(X, Y) \in A$.

3. Leo y Mati trabajan de lavacopas en un bar. Leo rompe copas de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad $\frac{5}{4}$ en horas. Independientemente de esto, los tiempos (en horas) entre roturas provocadas por Mati son variables aleatorias independientes con distribución exponencial de parámetro $\frac{4}{3}$. Si el sábado el dueño del bar amenaza con despedir a Mati cuando rompa la quinta copa ¿cuál es la cantidad media de copas que romperá Leo hasta que Mati sea despedido?

4. La tensión de salida (en volts) del receptor de un sistema de comunicación binario es una variable aleatoria X con distribución $\mathcal{N}(0, 0.09)$ si se envió un 0, y $\mathcal{N}(0.45, 0.09)$ si se envió un 1. Si al recibir un bit resulta $X > 0.45$ el receptor indica ha recibido un 1, pero si $X \leq 0.45$, indica que ha recibido un 0. Si la probabilidad de que se envie un 1 es p. ¿Cuál debe ser el valor de p para que la probabilidad de que el receptor interprete correctamente un bit sea de 0.7882?

5. Lucas va al casino con k pesos. Decide pasar la noche en un juego en el que cada vez que juega paga \$20 y tira tres dados equilibrados. El premio en pesos es el triple del valor máximo obtenido. Crear, usando el lenguaje R, la función `cantidad_juegos` que dada una cantidad k de dinero que lleva Lucas simule la cantidad de veces que puede jugar hasta quedarse sin dinero.

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.09 - 81.04)

Evaluación integradora — Segundo cuatrimestre – 2021
Duración: 4 horas. — 24/2/2022 – 9:00 hs.

Curso: Mail:

Apellido y Nombres:

Padrón o legajo:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados, justificados y resueltos, de los cuales al menos uno debe ser el ejercicio 4 ó el 5.

1. Los siguientes datos corresponden a los tiempos de duración (en años) de 12 lámparas:

$$0.33; 0.49; 1.02; 0.44; 1.29; 1.58; 0.05; 0.63; 0.41; 0.68; 0.42; 1.35.$$

Usando los intervalos con extremos $0; 0.45; 1; 4$, hallar y graficar la función histograma basada en los datos y a partir de ella estimar la probabilidad de que una lámpara del mismo tipo dure más de un año y medio.

2. Sea (X, Y) un punto con distribución uniforme sobre el cuadrado $[-1, 1] \times [-1, 1]$. Dado el conjunto $A = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0\right\}$, hallar la densidad marginal de $X|(X, Y) \in A$.

3. Leo y Mati trabajan de lavacopas en un bar. Leo rompe copas de acuerdo con un proceso de Poisson de intensidad $\frac{5}{4}$ en horas. Independientemente de esto, los tiempos (en horas) entre roturas provocadas por Mati son variables aleatorias independientes con distribución exponencial de parámetro $\frac{4}{3}$. Si el sábado el dueño del bar amenaza con despedir a Mati cuando rompa la quinta copa ¿cuál es la cantidad media de copas que romperá Leo hasta que Mati sea despedido?

4. Sean $(X_1, Y_1), \cdots, (X_n, Y_n)$ vectores aleatorios independientes e identicamente distribuidos de manera uniforme sobre el triángulo de vertices $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(1, \theta)$, con $\theta > 0$. Hallar el estimador de máxima verosimilitud θ basado en la muestra aleatoria de tamaño n.

5. En una bodega se expenden fundas de arroz cuyo peso debería ser de 19 kg., de acuerdo a lo que está impreso en la etiqueta. Para verificar esta afirmación se escogieron al azar 20 fundas de arroz, y al pesarlas se obtuvo un peso promedio de 18.5 kg con un desvío estándar de 2 kg. Si el peso de las fundas de arroz es una variable aleatoria con distribución normal, construir un intervalo de confianza de nivel 0.99 para la media del peso de las fundas de arroz que expende la bodega.