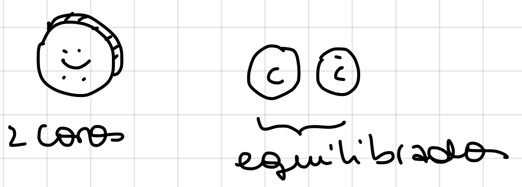
1.26 Harvey "*dos caras*" tiene una moneda de dos caras y dos monedas con cara y ceca equilibradas.

(**a**) Elige una moneda al azar y la arroja al aire dos veces consecutivas. Si el primer resultado fue cara, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo también sea cara?

(**b**) Elige una moneda al azar, la arroja al aire y sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una de las monedas que tiene ceca?

(**c**) Harvey arroja la misma moneda por segunda vez y de nuevo sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una de las monedas que tiene ceca?

(**d**) Harvey arroja la misma moneda por tercera vez y de nuevo sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una de las monedas que tiene ceca?

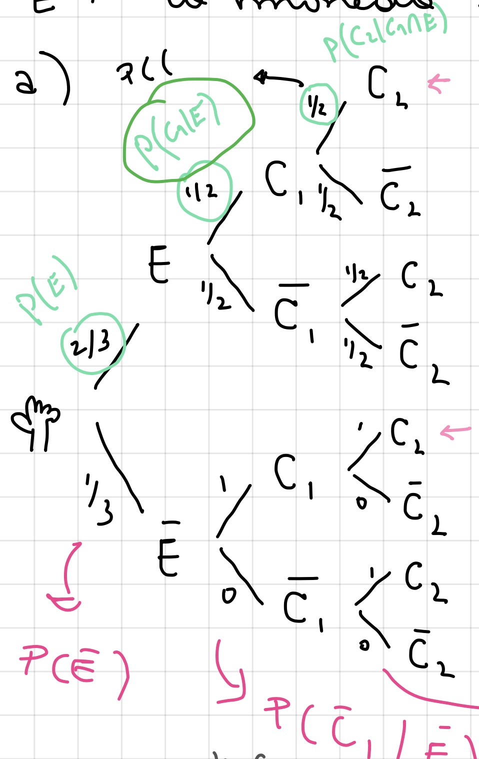


$\Rightarrow \begin{cases} 1 \text{ moneda} = \{c, c\} \\ 2 \text{ monedas} = \{c, \bar{c}\} \end{cases}$

C_i : "El i-ésimo resultado es cara", $i = 1, 2$

E : "La moneda es equilibrada"

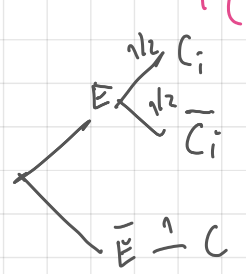
a) $P($



$P(C_2|C_1) = \frac{P(C_2 \cap C_1)}{P(C_1)} = \frac{P((C_2 \cap C_1 \cap E) \cup (C_2 \cap C_1 \cap \bar{E}))}{P(C_1)} \overset{\text{me}}{=}$

$\underbrace{\frac{P(C_1 \cap C_2 \cap E)}{P(C_1)}}_{①} + \underbrace{\frac{P(C_1 \cap C_2 \cap \bar{E})}{P(C_1)}}_{②}$

① $P((C_1 \cap C_2) \cap E) = \underbrace{P((C_1 \cap C_2) | E)}_{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} P(E)$ $\frac{2}{3}$



$P(C_1 \cap C_2 | E) = P(C_2 | C_1 \cap E) P(C_1 | E)$ $P(C_1 \cap E)$

$P((C_1 \cap C_2) | E) = \underbrace{P(C_2 | C_1 \cap E)}_{1/2} \underbrace{P(C_1 | E)}_{1/2}$

$P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$

$P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$

$P(C_1 \cap C_2 | E) = \frac{P(C_1 \cap C_2 \cap E)}{P(E)} = P(C_1|E) \times P(C_2|C_1 \cap E)$

$P(C_1 \cap E) = P(C_1|E) P(E)$

$\boxed{P(C_1 \cap C_2 \cap E) = P(E) P(C_1|E) P(C_2|C_1 \cap E)}$

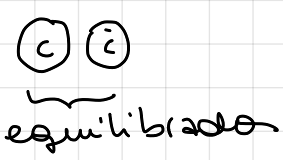
1.26 Harvey "*dos caras*" tiene una moneda de dos caras y dos monedas con cara y ceca equilibradas.

(**a**) Elige una moneda al azar y la arroja al aire dos veces consecutivas. Si el primer resultado fue cara, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo también sea cara?

(**b**) Elige una moneda al azar, la arroja al aire y sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una de las monedas que tiene ceca?

(**c**) Harvey arroja la misma moneda por segunda vez y de nuevo sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una de las monedas que tiene ceca?

(**d**) Harvey arroja la misma moneda por tercera vez y de nuevo sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una de las monedas que tiene ceca?

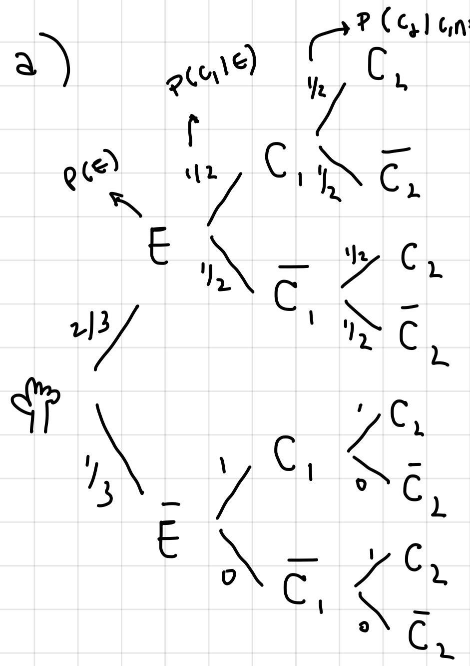


$\Rightarrow \begin{cases} 1 \text{ moneda} = \{c, c\} \\ 2 \text{ monedas} = \{c, \bar{c}\} \end{cases}$

C_i: "El i-ésimo resultado es cara", $i = 1, 2$

E: "La moneda es equilibrada"

a)



$$P(C_2 | C_1) = \frac{P(C_2 \cap C_1)}{P(C_1)} = \frac{P((C_2 \cap C_1 \cap E) \cup (C_2 \cap C_1 \cap \bar{E}))}{P((C_1 \cap E) \cup (C_1 \cap \bar{E}))} =$$

me

$$= \frac{\overbrace{P(C_2 \cap C_1 \cap E)}^{①} + \overbrace{P(C_2 \cap C_1 \cap \bar{E})}^{②}}{\underbrace{P(C_1 \cap E)}_{③} + \underbrace{P(C_1 \cap \bar{E})}_{④}}$$

① $P(C_2 \cap C_1 \cap E) = P((C_2 \cap C_1) / E) \cdot P(E) = P(C_2 | C_1 \cap E) \cdot P(C_1 | E) \cdot P(E) =$

$P(C_2 \cap C_1) = P(C_2 | C_1)\, P(C_1) \Rightarrow P(C_2 \cap C_1 | E) = P(C_2 | C_1 \cap E) \cdot P(C_1 | E)$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

② $P(C_2 \cap C_1 \cap \bar{E}) = P(C_2 | C_1 \cap \bar{E}) \cdot P(C_1 | \bar{E}) \cdot P(\bar{E}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

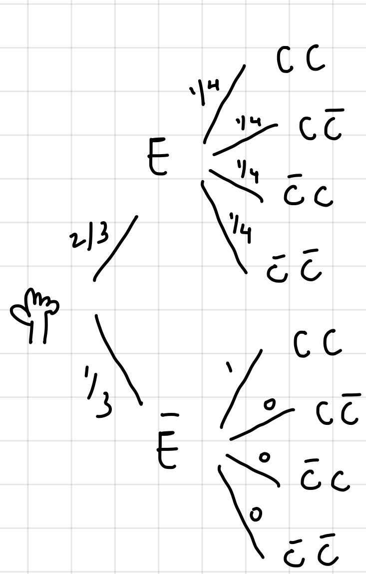
①

③ $P(C_1 \cap E) = P(C_1 | E) \cdot P(E) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

④ $P(C_1 \cap \bar{E}) = P(C_1 | \bar{E}) \cdot P(\bar{E}) = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow P(C_2 | C_1) = \frac{① + ②}{③ + ④} = \frac{1/6 + 1/3}{1/3 + 1/3} = \frac{1/6 + 2/6}{2/3} = \frac{3/6}{2/3} = \frac{1/2}{2/3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

con otro árbol:



$P(CC) = P((CC \cap E) \cup (CC \cap \bar{E})) = P(CC \cap E) + P(CC \cap \bar{E}) =$

$= P(CC | E) \cdot P(E) + P(CC | \bar{E}) \cdot P(\bar{E})$

$= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$