PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.06 - 81.16)

Evaluación integradora — Primer cuatrimestre – 2020
Duración: 2 horas. — 17/9/2020 – 14:00 hs.

Escribir claramente en la hoja: apellido y nombres, padrón, curso y cuatrimestre de cursada

---

De los 4 ejercicios debe elegir y entregar 2, los cuales deben estar correctamente desarrollados y resueltos para aprobar el examen. Una vez terminado el examen, debe enviarse una foto o escaneado del mismo a jmgarcia@fi.uba.ar. La cámara debe estar prendida durante toda la duración del examen para constatar su presencia. Los ejercicios recibidos después de las 16:10 del 17/9/2020 no serán considerados como entregados.

---

1. Luego de un mal día, Rambo se encuentra en el medio de la batalla esquivando balas. Los pasos que da son independientes, y en cada uno se mueve 1m. En cada paso se mueve hacia adelante con probabilidad $1/10$, hacia la derecha con probabilidad $1/5$, hacia atrás con probabilidad $3/10$, o hacia la izquierda con probabilidad $2/5$. Si consideramos que inicialmente se encuentra en el punto de coordenadas $(0, 0)$ y con la vista fija en la dirección del eje y, calcular la función de probabilidad del vector (X, Y), que representa su posición (en metros) luego de dos pasos.

---

2. Hallar la cantidad mínima de lanzamientos necesarios de una moneda equilibrada para tener una probabilidad mayor o igual a 0.8 de que la proporción de caras observadas se encuentre entre 0.4 y 0.6.

---

3. Maru y Lucas tiran cada uno un dado equilibrado de forma independiente hasta que cada uno observa por primera vez el número 3. Si en total realizaron 15 tiros, calcular la probabilidad de que Maru haya hecho al menos 10 tiros.

---

4. Usando Teorema Central del Límite demostrar que

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n-1)!} \int_0^n x^{n-1} e^{-x} dx = \frac{1}{2}$$

(*sugerencia:* considere una sucesión de variables aleatorias independientes con distribución exponencial de media 1).

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.09 - 81.04)

Evaluación integradora — Primer cuatrimestre – 2020

Duración: 2 horas. — 17/9/2020 – 14:00 hs.

Escribir claramente en la hoja: apellido y nombres, padrón, curso y cuatrimestre de cursada

---

De los 4 ejercicios debe elegir y entregar 2, los cuales deben estar correctamente desarrollados y resueltos para aprobar el examen. Una vez terminado el examen, debe enviarse una foto o escaneado del mismo a jmgarcia@fi.uba.ar. La cámara debe estar prendida durante toda la duración del examen para constatar su presencia. Los ejercicios recibidos después de las 16:10 del 17/9/2020 no serán considerados como entregados.

---

1. Usando Teorema Central del Límite demostrar que

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n-1)!}\int_0^n x^{n-1}e^{-x}dx = \frac{1}{2}$$

(*sugerencia:* considere una sucesión de variables aleatorias independientes con distribución exponencial de media 1).

---

2. Sean X_A y X_B dos variables aleatorias tales que $X_A \sim \mathcal{N}(-1,1)$ y $X_B \sim \mathcal{N}(1,1)$, y X otra variable aleatoria, de manera que

$$f_\theta(x) = \theta f_{X_A}(x) + (1-\theta) f_{X_B}(x), \qquad 0 < \theta < 1.$$

Si para una muestra de tamaño 2 se obtuvo que

$$(x_1, x_2) = (-1.68, 1.13)$$

estimar por máxima verosimilitud $\mathbf{P}(X_3 > 0)$

---

3. El tiempo (en minutos) entre las llamadas a una tele-consulta médica es una variable aleatoria con distribución exponencial. El día lunes se recibieron llamadas en los siguientes horarios: 10:00, 10:07, 10:16, 10:22, 10:32, 10:40. A partir de los datos observados construir un intervalo de confianza de nivel 0.95 para la esperanza del tiempo entre llamadas.

---

4. La posición del impacto en un tiro al blanco (en decímetros) respecto del cero sobre el eje x es una variable aleatoria X con distribución normal de media cero y varianza $1/\theta$, donde θ representa la precisión del tirador. A priori, la precisión θ tiene una distribución Chi-cuadrado de 8 grados de libertad. Lucas tiro 10 veces al blanco y observó que $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 17$. Hallar la estimación de Bayes de θ en virtud de la información muestral.