PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.06 - 81.16)

Evaluación integradora — Segundo cuatrimestre – 2019

Duración: 4 horas. — 19/12/2019 – 9:00 hs.

Curso: Año y cuatrimestre de cursada:

Apellido y Nombres:

Padrón:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados y resueltos, de los cuales al menos uno debe ser el ejercicio 4 ó 5.

1. Para pagar sus impuestos, Carlos usa un cajero automático pero olvidó las últimas dos cifras de su clave, por lo que decide elegirlas al azar. El cajero estudia por separado cada dígito tecleado de manera que le avisa al usuario si el dígito ingresado es incorrecto, y en ese caso debe comenzar un nuevo intento. Si al usuario se le permite ingresar hasta 2 veces la clave para poder operar, calcular la probabilidad de que Carlos pueda realizar la operación.

2. Sean X e Y variables aleatorias independientes con distribución uniforme sobre el intervalo $(5, 10)$. Sea

$$V = \mathbf{1}\{X + Y < 12\} + 2 \cdot \mathbf{1}\{12 \leq X + Y < 15\} + 3 \cdot \mathbf{1}\{15 \leq X + Y\}$$

Hallar la función de probabilidad de V.

3. La cantidad de fallas que presentan los termos de cierta marca es una variable aleatoria W con función de probabilidad

$$p_W(w) = \frac{3-w}{6}\mathbf{1}\{w \in \{0, 1, 2\}\}.$$

Si se tienen 5 de estos termos, definimos a X como la cantidad de termos sin fallas y a Y como la cantidad de termos con exactamente una falla. Calcular $\mathbf{P}(\mathbf{E}[Y|X] \geq 2)$.

4. Una masa de Torio emite partículas alfa según un proceso de Poisson de intensidad 0.75 por minuto. La probabilidad de que una emisión no sea detectada es de 0.1. Calcular la probabilidad de que entre las 12:00 y las 12:03 se emitan 4 partículas y exactamente una haya sido detectada entre las 12:00 y las 12:01.

5. Las papas fritas *Croks* están de oferta y algunos de sus paquetes incluyen un premio que consiste en boletos canjeables por viajes a La Costa. La cantidad de paquetes con premio que se venden por día es una variable aleatoria con distribución Poisson de media 0.5. Calcular la cantidad máxima de días que pueden venderse paquetes de papas fritas *Croks* de manera que la probabilidad de que se vendan más de 40 paquetes con premio sea menor a 0.1.

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.06 - 81.09)

Evaluación integradora	Segundo cuatrimestre – 2019
Duración: 4 horas.	19/12/2019 – 9:00 hs.

Curso: Año y cuatrimestre de cursada:

Apellido y Nombres:

Padrón:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados y resueltos, de los cuales al menos uno debe ser el ejercicio 4 ó 5.

1. Para pagar sus impuestos, Carlos usa un cajero automático pero olvidó las últimas dos cifras de su clave, por lo que decide elegirlas al azar. El cajero estudia por separado cada dígito tecleado de manera que le avisa al usuario si el dígito ingresado es incorrecto, y en ese caso debe comenzar un nuevo intento. Si al usuario se le permite ingresar hasta 2 veces la clave para poder operar, calcular la probabilidad de que Carlos pueda realizar la operación.

2. Sean X e Y variables aleatorias independientes con distribución uniforme sobre el intervalo $(5, 10)$. Sea

$$V = \mathbf{1}\{X + Y < 12\} + 2 \cdot \mathbf{1}\{12 \leq X + Y < 15\} + 3 \cdot \mathbf{1}\{15 \leq X + Y\}$$

Hallar la función de probabilidad de V.

3. La cantidad de fallas que presentan los termos de cierta marca es una variable aleatoria W con función de probabilidad

$$p_W(w) = \frac{3 - w}{6}\mathbf{1}\{w \in \{0, 1, 2\}\}.$$

Si se tienen 5 de estos termos, definimos a X como la cantidad de termos sin fallas y a Y como la cantidad de termos con exactamente una falla. Calcular $\mathbf{P}(\mathbf{E}[Y|X] \geq 2)$.

4. Sea X una variable aleatoria cuya función de densidad es de la forma

$$f_\theta(x) = \frac{3x^2}{\theta^3}\mathbf{1}\{0 < x < \theta\}, \qquad \theta > 0.$$

Hallar una cota superior de confianza de nivel 0.95 para θ, basada en la siguiente muestra aleatoria: $2.85, 2.44, 3.93, 3.60, 3.83$.

5. La probabilidad de salir *cara* en cada tiro de un doblón es una variable aleatoria cuya distribución *a priori* se supone uniforme sobre el intervalo $(0, 1)$. Se lanza el doblón hasta obtener cara por tercera vez, siendo necesarios 8 tiros. Estimar la probabilidad *a posteriori* de que en el siguiente lanzamiento del doblón salga cara.