

## Clase práctica 9 de junio

---

Caso 1  $X \sim \mathcal{G}(p)$

Caso 2  $(X, Y)$  un vector aleatorio con función de probabilidad:

$$p_{\theta}(x, y) = \frac{e^{\theta xy}}{3 + e^{\theta}} \cdot \mathbf{1}\{(x, y) : x, y \in \{0, 1\}\}, \quad \theta > 0$$

Caso 3  $X$  una variable aleatoria con densidad

$$f_{\theta}(x) = 2e^{-2(x-\theta)} \mathbf{1}\{x > \theta\}, \quad \theta > 0.$$

Caso 4  $X$  variable aleatoria con densidad

$$f_{\theta}(x) = \frac{\theta}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^{\theta-1} \mathbf{1}\{0 \leq x \leq 2\}, \quad \theta > 0.$$

Caso 5  $X$  variable aleatoria con densidad

$$f_{\theta}(x) = (1 - \theta) \mathbf{1}\{-\frac{1}{2} < x < 0\} + (1 + \theta) \mathbf{1}\{0 < x < \frac{1}{2}\}, \quad 0 < \theta < 1$$

1. Encontrar el EMV para el caso 1
2. (Caso 2) Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con función de probabilidad

$$p_{\theta}(x, y) = \frac{e^{\theta xy}}{3 + e^{\theta}} \cdot \mathbf{1}\{(x, y) : x, y \in \{0, 1\}\}, \quad \theta > 0$$

Hallar una estimación por máxima verosimilitud de  $\theta$  basado en la siguiente muestra:

$$\{(0, 1), (0, 0), (1, 1), (1, 1), (0, 0), (0, 0), (1, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$$

3. Hallar el estimador de máxima verosimilitud basado en una muestra aleatoria de tamaño  $n$  para los casos 3, 4 y 5.

### ***Bonus track: Bootstrap.***

1. La cantidad de partículas que emite una fuente radiactiva en un minuto es una variable aleatoria con distribución de Poisson de parámetro  $\lambda$ . Se midió la cantidad de emisiones en intervalos de 1 minuto, obteniendo las siguientes 15 muestras

$$500 - 488 - 426 - 510 - 450 - 368 - 508 - 514 - 426 - 476 - 512 - 526 - 444 - 524 - 236$$

- a) Estimar el valor del parámetro  $\lambda$  basado en la muestra, tal como se aprendió en estadística.
  - b) Mediante un *bootstrap* paramétrico, obtener una aproximación de la distribución del estimador obtenido.
  - c) Realizar un histograma.
  - d) Utilizando *bootstrap* estimar la varianza del estimador.
2. A partir del archivo *datos1.txt*, estimar el valor medio con las siguientes medidas de posición: (a) Media (b) Mediana

El objetivo es estimar el desvío estándar de este estimador. Para eso, se propone el siguiente esquema de Bootstrap:

- a) Generar una muestra de 100 elementos tomados de *datos1.txt* elegidos al azar con reposición.
- b) Calcular la medida de posición en dicha muestra.
- c) Repetir el procedimiento 1000 veces o más y obtener 1000 medidas.
- d) Estimar el desvío estándar a partir de las medidas obtenidas en el ítem anterior. Comparar los resultados obtenidos.