

Clase práctica 4 de julio

1. La longitud (en cm.) de los pétalos de la flor de iris es una variable aleatoria con distribución aproximadamente normal de media μ y varianza 0.25, donde μ es una variable aleatoria que puede tomar los valores 4 o 5 con igual probabilidad (la media depende del tipo de especie de la flor de iris). Se midió el pétalo de una flor de iris, obteniendo un valor de 4.8 cm. En virtud de la información muestral
 - a) Hallar la distribución a posteriori de la longitud de los petalos de este tipo de flores.
 - b) Hallar una estimación de Bayes para μ a partir de la muestra observada.
2. Una granja avícola envasa huevos por docenas. A priori, la probabilidad de que un huevo sea defectuoso es una variable aleatoria con distribución $\mathcal{U}(0, 1)$. El distribuidor clasifica las docenas en aptas para la venta si no contiene huevos defectuosos. Se controló una docena y se encontró que es apta para la venta.
 - a) Encontrar la distribución a posteriori de la probabilidad de que un huevo sea defectuoso
 - b) Hallar el estimador de Bayes para la probabilidad de que un huevo sea defectuoso, y en base a la muestra observada hallar una estimación puntual
 - c) A partir de esta información, estimar la probabilidad de que la siguiente docena a controlar sea apta para la venta.
 - d) ¿será fácil encontrar un intervalo de confianza para la probabilidad de que un huevo sea defectuoso?
3. La proporción de días de lluvia en el mes de enero en relación al total de días de lluvia en todo el año en cierta provincia, es una variable aleatoria X cuya función de densidad es

$$f_{X|\Theta=\theta}(x) = \theta x^{\theta-1} \mathbf{1}\{0 < x < 1\} \quad \theta > 0$$

donde Θ una variable con distribución a priori $\Gamma(1, 10)$. Durante los últimos 3 años, la proporción de lluvias fue de:

$$0.067, 0.122, 0.102$$

En base a esa información muestral hallar la distribución a posteriori de Θ , y calcular una estimación para θ basada en la muestra. ¿Como estimaría la función de distribución de la proporción de lluvia en el mes de enero, basándose en una muestra de tamaño 3?

4. La posición del impacto en un tiro al blanco (en decímetros) respecto del cero sobre el eje x es una variable aleatoria X con distribución normal de media cero y varianza $1/\theta$, donde θ representa la precisión del tirador. A priori, la precisión θ tiene una distribución Chi-cuadrado de 8 grados de libertad. Lucas tiro 10 veces al blanco y observó que $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 17$. Hallar la estimación de Bayes de θ en virtud de la información muestral.