

Numerische Mathematik I

Wintersemester 2023/24

Programmieraufgabe 1

In dieser Programmieraufgabe werden wir das nahtlose Klonen von Bildausschnitten mittels der Poisson-Gleichung implementieren.



1. Schreibe eine Funktion, welche den vektorisierten Laplace-Operator

$$\Delta = (I_M \otimes D_N^{(2)} + D_M^{(2)} \otimes I_N)$$

für ein Bild der Größe $N \times M$ als dünnbesetzte (sparse) Matrix bestimmt. Stelle die Matrix für $(N, M) = (5, 7)$ grafisch dar.

2. Schreibe eine Funktion, um Seamless-Cloning mit Hilfe der Differenzengleichung

$$\Delta f = \Delta g \text{ auf } \hat{\Omega} \quad \text{mit} \quad \vec{f}|_{\partial\Omega} = \vec{f}^*|_{\partial\Omega}$$

durchzuführen. Hierbei soll ein rechteckiges Bild g in ein größeres Bild f^* an einer gegebenen Position eingefügt werden. Implementiere als Hilfsfunktion das Seamless-Cloning für Grauwertbilder, wobei das Ergebnis wieder ein Grauwertbild sein soll – runde die Pixel entsprechend.

3. Schreibe eine Funktion, um Seamless-Cloning mit Hilfe der Differenzengleichung

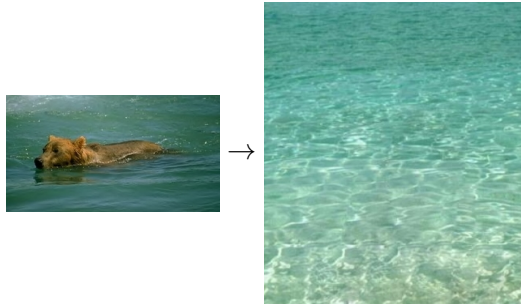
$$\Delta f = \operatorname{div} v \text{ auf } \hat{\Omega} \quad \text{mit} \quad \vec{f}|_{\partial\Omega} = \vec{f}^*|_{\partial\Omega}$$

und den gemischten Gradienten

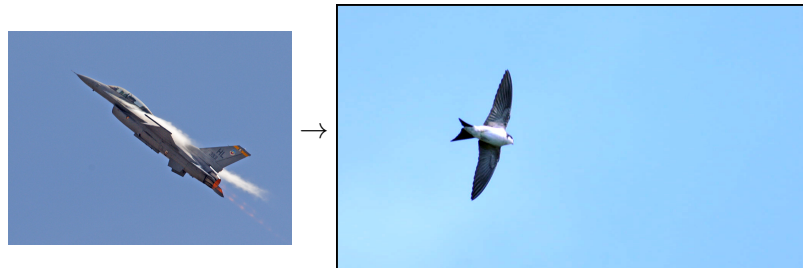
$$v_{nm} = \begin{cases} \nabla f_{nm}^* & \text{wenn } \|\nabla f_{nm}^*\| > \|\nabla g_{nm}\|, \\ \nabla g_{nm} & \text{sonst} \end{cases}$$

durchzuführen. Hierbei soll ein rechteckiges Bild g in ein größeres Bild f^* an einer gegebenen Position eingefügt werden. Implementiere als Hilfsfunktion das Seamless-Cloning für Grauwertbilder, wobei das Ergebnis wieder ein Grauwertbild sein soll – runde die Pixel entsprechend.

4. Schneide nun den Bären aus und füge ihn ins Wasser ein



und platziere das Flugzeug neben den Vogel.



Der Himmel im Bild mit dem Flugzeug soll hierbei einen Teil des Vogels verdecken! Gib die Ergebnisse mittels Seamless-Cloning mit Laplace-Operator (Teilaufgabe 2), mit gemischten Gradienten (Teilaufgabe 3) und ohne Seamless-Cloning (Einfügen ohne Nachbearbeitung) auf den Bildschirm aus.

Verwende außer `skimage`, `numpy`, `scipy` und `matplotlib` keine weiteren Pakete. Zum Lösen des Gleichungssystems kann das CG-Verfahren von `scipy` verwendet werden. Kommentiere den Quellcode! Füge deiner Abgabe ein Hauptprogramm (Python-Skript) bei, welches eigenständig alle Ausgaben erzeugt. Beschrifte die Ausgaben direkt oder erlautere in einer Readme-Datei in welcher Reihenfolge die Ausgaben erfolgen.