



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΗΜΜΥ

Ρομποτική II: Ευφυή Ρομποτικά Συστήματα

Ακαδημαϊκό έτος 2022-23

Εξαμηνιαία Εργασία 1

Γιώργος Χαραλάμπους - 03119706

Δωροθέα Κουμίδου - 03119712

A. Θεωρητική Ανάλυση

1^η υποεργασία:

Έστω $p_1=f_1(q)$ η συνάρτηση που περιγράφει το γεωμετρικό μοντέλο για την 1^η ρομποτική υποεργασία και $\dot{p}_1 = J_1(q) \cdot \dot{q}$, όπου $J_1(q) = \frac{\partial f_1}{\partial q}$ η ιακωβιανή μήτρα της 1^{ης} υποεργασίας.

Εάν p_{1d} η επιθυμητή τροχιά της 1^{ης} υποεργασίας τότε έχουμε:

$$\dot{p}_{1d} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ poly_dot \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Όπου $poly_dot$ είναι η πρώτη παράγωγος του πολυωνύμου 5^{ης} τάξης που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό της τροχιάς. Το ρομπότ ζητείται να κινείται κατα μήκος του άξονα y μεταξύ δύο ακραίων θέσεων, γι' αυτό και επιθυμούμε μηδενικές ταχύτητες στους άλλους άξονες.

Το ζητούμενο πολυώνυμο παρεμβολής 5^{ου} βαθμού ($poly$) έχει την εξής μορφή:

$$f(t) = a_5 \cdot t^5 + a_4 \cdot t^4 + a_3 \cdot t^3 + a_2 \cdot t^2 + a_1 \cdot t + a_0$$

με άγνωστους τους συντελεστές a_0, \dots, a_5 . Οι συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται ώστε να έχουμε ομαλότητα προς ταχύτητα και επιτάχυνση είναι οι εξής:

1. $f(0)=y_0$
2. $f(t_f)=y_f$
3. $f'(0)=0$
4. $f'(t_f)=0$
5. $f''(0)=0$
6. $f''(t_f)=0$

όπου y_0 , y_f αρχική και τελική θέση αντίστοιχα και t_f είναι η περίοδος της κίνησης.

Η εύρεση των συντελεστών έχει γίνει με τη βοήθεια συναρτήσεων στη `python` (βλ. `robo2_helper.ipynb`) και συγκεκριμένα συναρτήσεων των μεταβλητών y_0, y_f, t_f .

$$a_0 = y_0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = \frac{-10}{t_f^3} \cdot (y_0 - y_f), \quad a_4 = \frac{15}{t_f^4} \cdot (y_0 - y_f), \\ a_5 = \frac{-6}{t_f^5} \cdot (y_0 - y_f)$$

Έπειτα θέλουμε να υπολογίσουμε το $J_1(q)$, με τη βοήθεια του κινηματικού μοντέλου και των δεδομένων πλαισίων αναφοράς.

$$\begin{aligned}
 A_1^0(q_1) &= \text{Rot}(z, q_1) \cdot \text{Tra}(z, l_1), & l_1 &= 26.7 \text{ cm} \\
 A_2^1(q_2) &= \text{Rot}(x, -\frac{\pi}{2}) \cdot \text{Rot}(z, q_2) \\
 A_3^2(q_3) &= \text{Rot}(x, +\frac{\pi}{2}) \cdot \text{Rot}(z, q_3) \cdot \text{Tra}(z, l_2), & l_2 &= 29.3 \text{ cm} \\
 A_4^3(q_4) &= \text{Rot}(x, +\frac{\pi}{2}) \cdot \text{Tra}(x, l_3) \cdot \text{Rot}(z, q_4), & l_3 &= 5.25 \text{ cm} \\
 A_5^4(q_5) &= \text{Rot}(x, +\frac{\pi}{2}) \cdot \text{Tra}(x, l_4 * \sin \theta_1) \cdot \text{Rot}(z, q_5) \cdot \text{Tra}(z, l_4 * \cos \theta_1), \\
 & l_4 = 35.12 \text{ cm}, \theta_1 = 0.2225 \text{ rad} \\
 A_6^5(q_5) &= \text{Rot}(x, +\frac{\pi}{2}) \cdot \text{Rot}(z, q_6) \\
 A_7^6(q_6) &= \text{Rot}(x, -\frac{\pi}{2}) \cdot \text{Tra}(x, l_5 * \sin \theta_2) \cdot \text{Rot}(z, q_7) \cdot \text{Tra}(z, l_5 * \cos \theta_2), \\
 & l_5 = 12.32 \text{ cm}, \theta_2 = 0.6646 \text{ rad}
 \end{aligned}$$

Πολλαπλασιάζοντας όλους τους πίνακες μεταξύ τους διαδοχικά, υπολογίζουμε τους A_i^0 , $i = 0, 1, \dots, 7$ και έπειτα με την μέθοδο γεωμετρικού υπολογισμού ιακωβιανής μήτρας υπολογίζουμε τον $J_1(q)$.

Η ζητούμενη εξίσωση κινηματικού ελέγχου είναι:

$$\dot{q} = J_1^+(q) \dot{p}_{1d} + K_2(I_7 - J_1^+(q)J_1(q)) \underline{q_reference_dot} \quad (2)$$

Όπου $\underline{q_reference_dot}$ διάνυσμα κλίσης της συνάρτησης κριτηρίου $V(q)$ και

$$J_1^+(q) = J_1^T (J_1 \cdot J_1^T)^{-1}, \text{ ψευδοαντίστροφη της μήτρας } J_1(q) \quad (3)$$

2^η υποεργασία:

Ορίζουμε μια «συνάρτηση κριτηρίου» $V(q)$, η βελτιστοποίηση της οποίας να περιγράφει τη 2^η ρομποτική υποεργασία.

$$V(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} * kc \cdot (d - d_0)^2, & d \leq d_0 \\ 0, & d > d_0 \end{cases} \quad (4)$$

Όπου d_0 : η ελάχιστη απόσταση που πρέπει να διατηρείται από τα δύο εμπόδια ανεξαιρέτως και kc μια θετική σταθερά ενίσχυσης. Αν η απόσταση d από το εμπόδιο είναι μεγαλύτερη από την απόσταση ασφαλείας, τότε δεν χρειάζεται να επιβάλλουμε έλεγχο.

Η απόσταση d ορίζεται ως $d = \min\{|p_{xarm7} - p_{obsA/B}|\} - 0.113$, όπου p_{xarm7} : θέση ενός σημείου του ρομπότ από την αρχή των αξόνων και $p_{obsA/B}$: η θέση του κέντρου βάρους του εμποδίου. Η συνάρτηση αυτή βρίσκει την ελάχιστη ευκλείδεια απόσταση μεταξύ ενός σημείου του ρομπότ και των δύο εμποδίων λαμβάνοντας υπόψη τη διάμετρο ρομπότ (12.6cm) και εμποδίων (10cm).

Οπότε από τη σχέση (2) έχουμε

$$\dot{q}_{reference_dot} = kc * (d - d_0) \frac{\partial d}{\partial q} \quad (5)$$

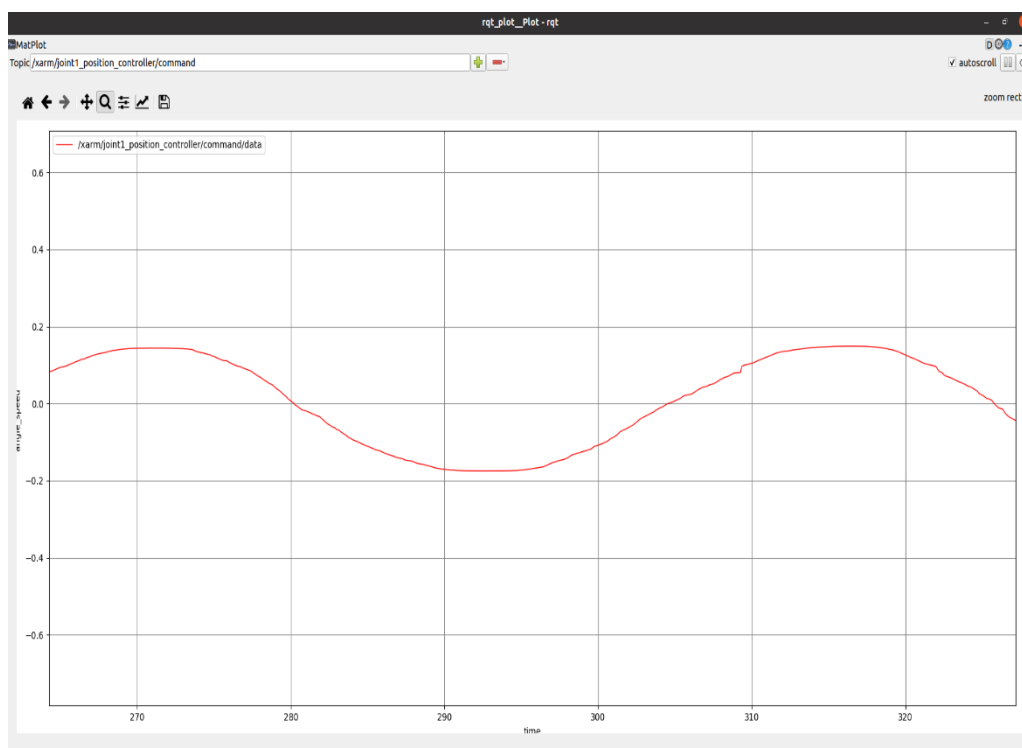
Με $\frac{\partial d}{\partial q}$ το διάνυσμα κλίσης της συνάρτησης $d(q)$.

Εφαρμόζοντας την σχέση (2) και συνδυάζοντας τις σχέσεις (1),(3),(4),(5) μπορούμε να υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα της κάθε άρθρωσης $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_7]^T$ και έπειτα με αριθμητική ολοκλήρωση το τη γωνιακή θέση κάθε άρθρωσης.

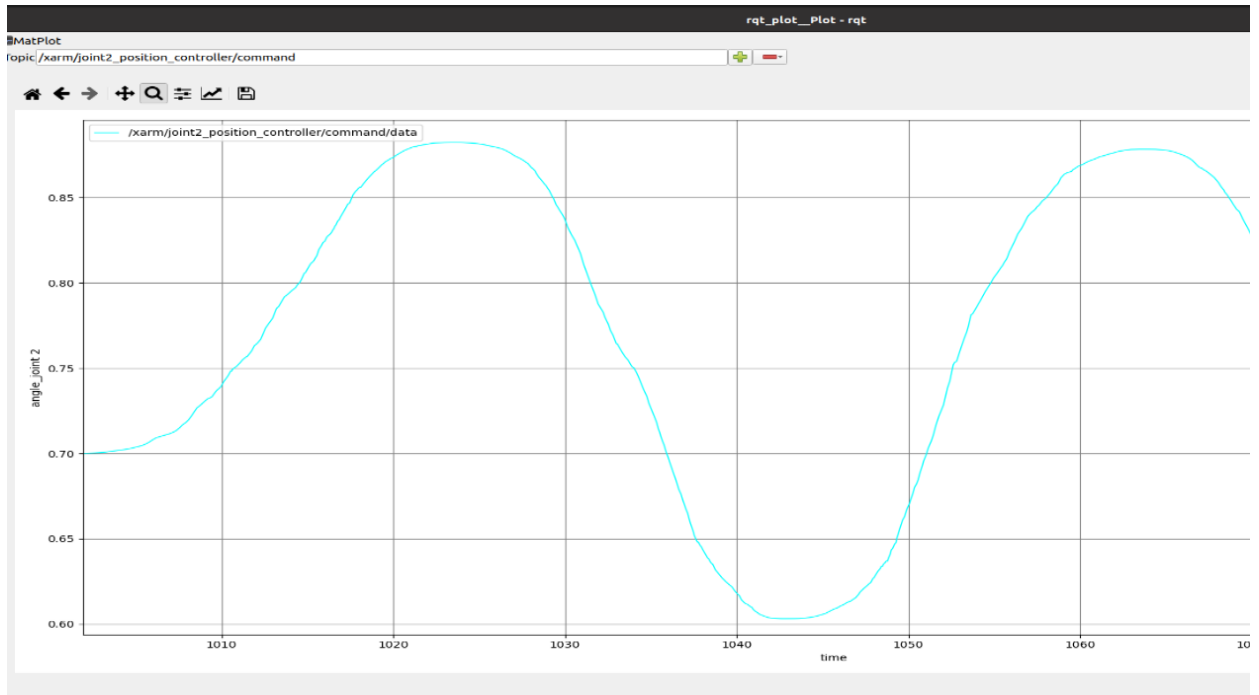
B. Προσομοίωση

Σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των γωνιακών θέσεων κάποιων αρθρώσεων συναρτήσει του χρόνου, με τη βοήθεια του `rqt_plot`, κατά τη διάρκεια της ρομποτικής εργασίας και έπειτα σχολιασμός αυτών.

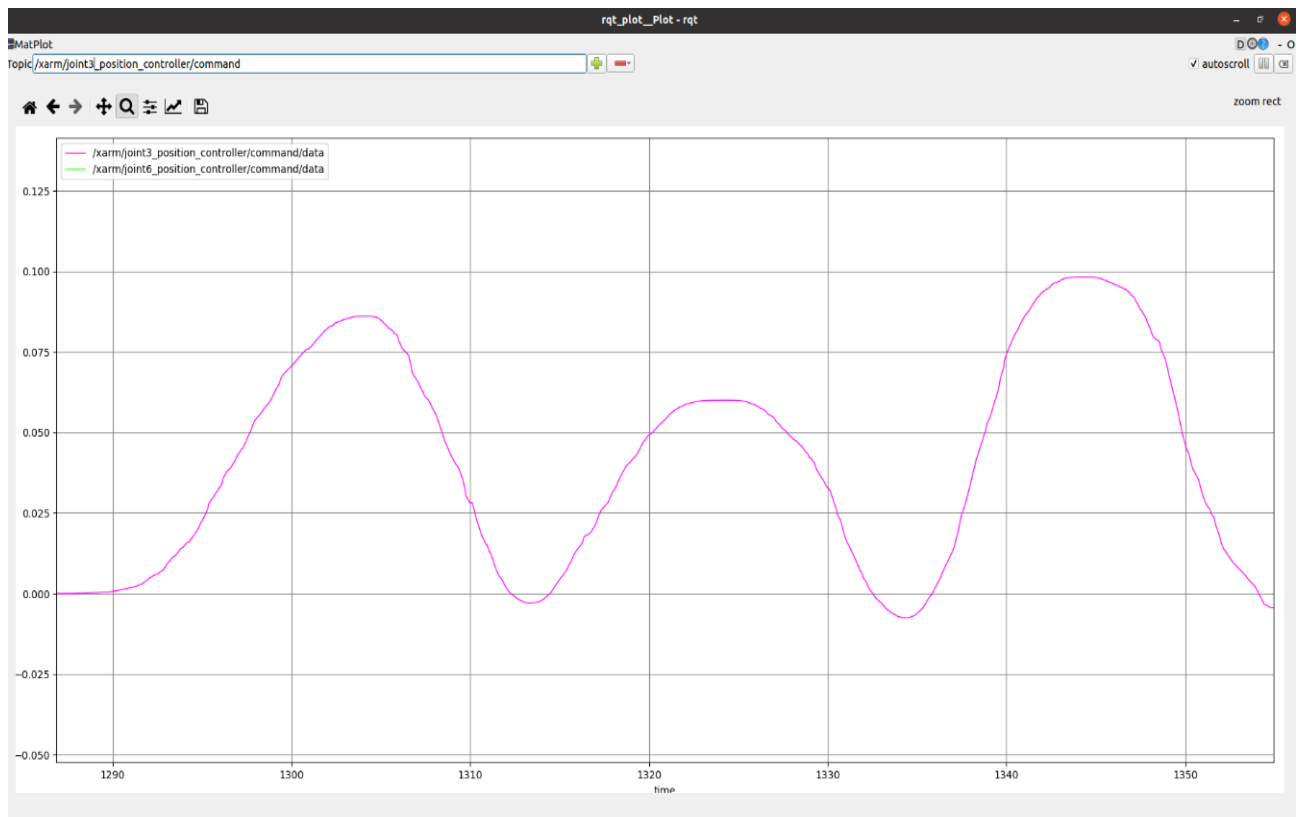
Άρθρωση 1



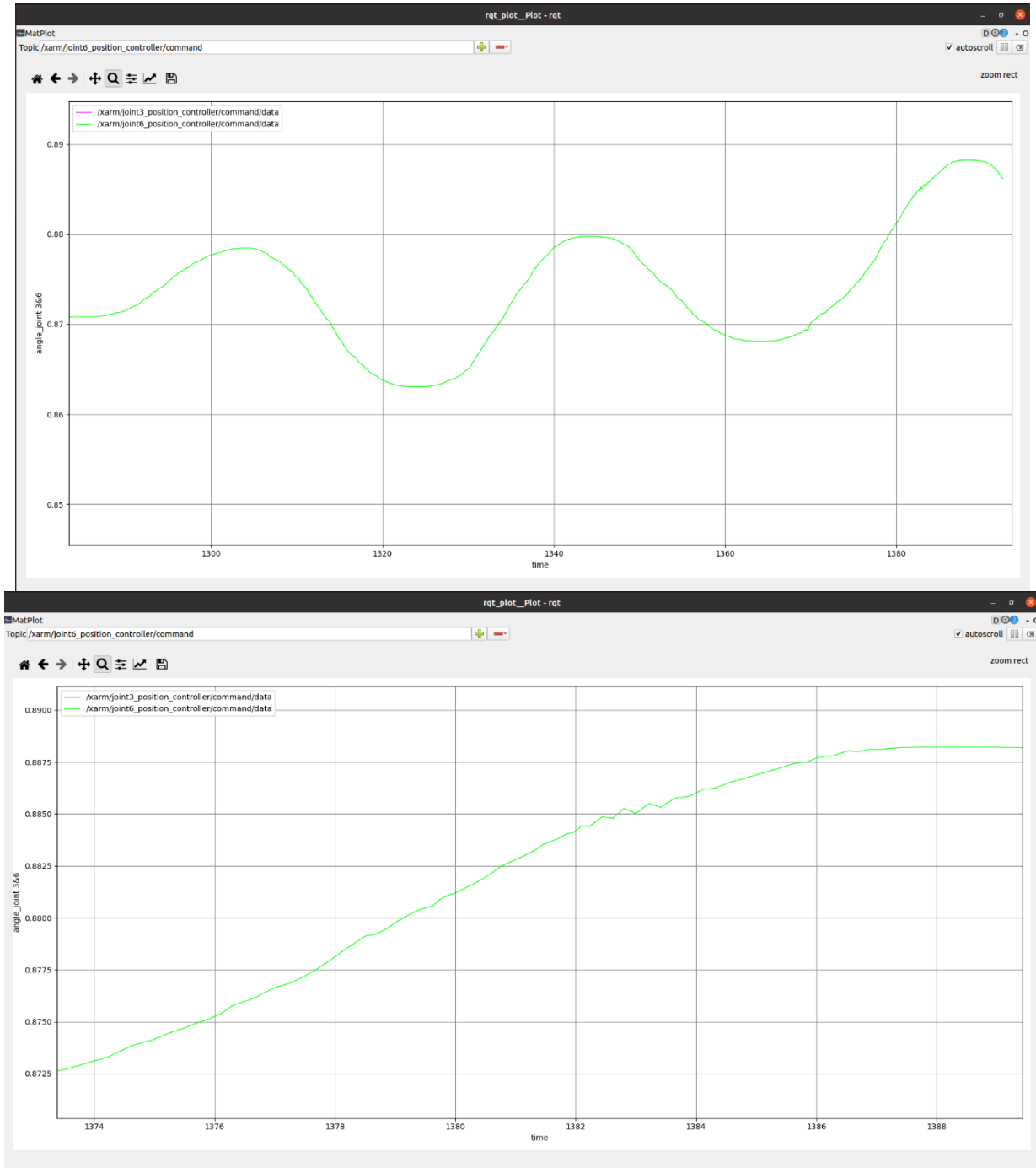
Αρθρωση 2

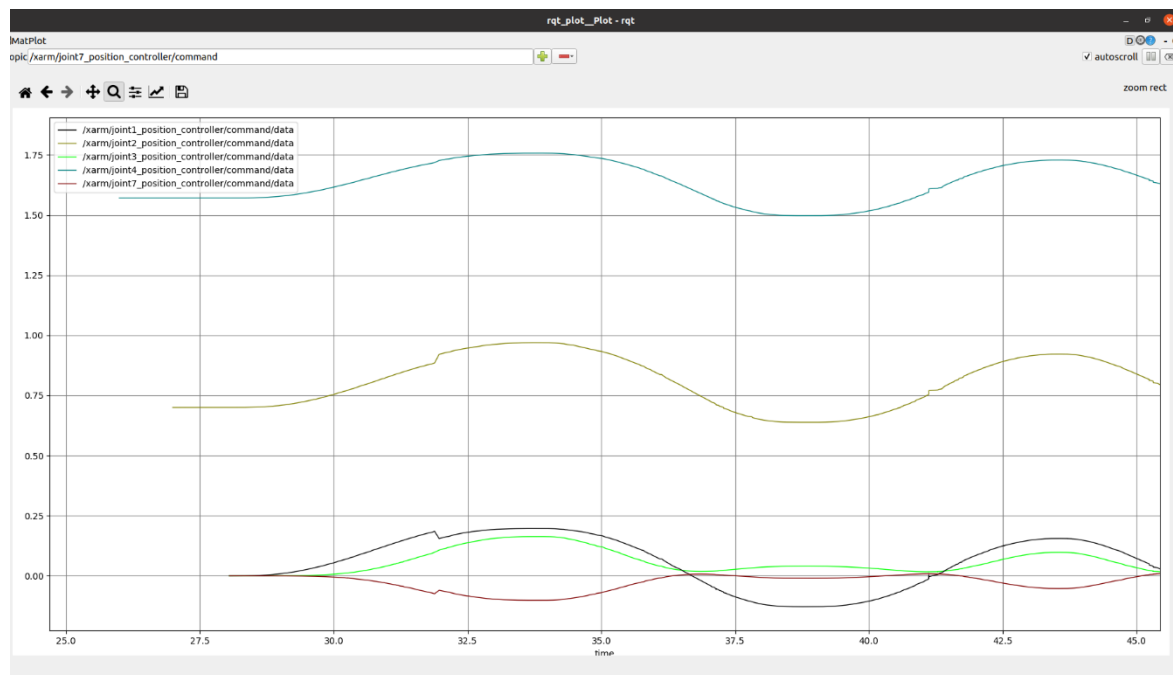


Αρθρωση 3



Άρθρωση 6





Οι παραπάνω γραφικές παρουσιάζουν τη μεταβολή των γωνιών των πλαισίων συναρτήσει του χρόνου. Παρατηρούνται μικρές απότομες αλλαγές- αστάθειες στις γραφικές και αυτό οφείλεται στη 2η ρομποτική εργασία κατά την αποφυγή εμποδίων. Κάποιες αρθρώσεις παρουσιάζουν μεγαλύτερες μεταβολές και μεγαλύτερο εύρος γωνίας κίνησης, καθώς το βάρος της εκάστοτε άρθρωσης για να αποφύγει το εμπόδιο είναι διαφορετικό, όπως φαίνεται και από τις γραφικές των αρθρώσεων 1, 3 και 6. Οι κορυφές των γραφικών παραστάσεων αντιστοιχούν στο εμπόδιο στη θετική κατεύθυνση, ενώ οι κοιλάδες δείχνουν την αποφυγή του εμποδίου στην αρνητική κατεύθυνση.

Σχόλια και Παρατηρήσεις:

- ✓ Κατά την κίνηση του ρομπότ στην αρνητική κατεύθυνση, προκειμένου να αποφευχθεί η σύγκρουση με το εμπόδιο (πράσινος κύλινδρος), το τελικό σημείο αδυνατεί να φτάσει στο επιθυμητό σημείο $y = -0.2$.
- ✓ Όσο περνά ο χρόνος κίνησης του ρομπότ, υπάρχει μείωση των ακραίων θέσεων του, πράγμα που οφείλεται στο σφάλμα αριθμητικής ολοκλήρωσης. Αυτό φαίνεται και στη διπλανή εικόνα.
- ✓ Το πολυώνυμο 5^{ης} τάξης αφορά τη επιθυμητή θέση του τελικού στοιχείου δράσης στον κεντρικό του άξονα, χωρίς να λαμβάνει υπόψη της διατομή του ρομπότ. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το ρομπότ να φτάνει σε χρονικές στιγμές και σε σημεία πέρα του δεδομένου r_B .
- ✓ Η συνάρτηση $d(q)$ ουσιαστικά λαμβάνει την ελάχιστη απόσταση ρομπότ-εμποδίου που έχει ο σύνδεσμος που ενώνει την 4^η και 5^η άρθρωση, ο οποίος είναι ο κοντινότερος σε σχέση με τους υπόλοιπους.
- ✓ Οι τιμές των σταθερών k_c και k_2 έχουν βρεθεί πειραματικά με τη προσομοίωση.
- ✓ Οι γωνιακές ταχύτητες των αρθρώσεων της 2^{ης} υποεργασίας καμία φορά υπερβαίνουν τα όρια και την αντοχή του ρομπότ. Ιδανικά οι τιμές αυτές θα πρέπει να κανονικοποιηθούν και να υπολογιστούν με βάση την ονομαστική γωνιακή ταχύτητα του cham7 , η οποία είναι $\pm \pi \text{ rad/s}$.

