Exercício de Fixação de Conceitos 1

Gustavo Ciotto Pinton - 117136

EA072 - Inteligência Artificial em Aplicações Industriais

2 Seleção de variáveis empregando filtros e *wrappers*

1. A quantidade de dados e de variáveis de entrada podem representar verdadeiros obstáculos no treinamento e validação dos pesos sinápticos de redes neurais, principalmente ao que se refere aos recursos disponíveis de processamento. Sendo assim, algoritmos e técnicas que possam ser capazes de determinar o grau de importância das variáveis em relação à saída e distinguir os dados mais pertinentes tornam-se indispensáveis a essas operações. Destacam-se duas técnicas: a primeira, a chamada técnica ***filter***, busca a classificar as variáveis de acordo com algum critério, seja ele a *correlação* ou a *informação mútua* entre as variáveis de entrada $\boldsymbol{x_j}$ e as saídas $\boldsymbol{y_i}$. Tais técnicas independem do modelo de predição e são aplicadas durante a fase de pré-processamento. A segunda, chamada ***wrapper***, utiliza uma máquina de aprendizado qualquer como uma caixa preta e avalia os subconjuntos de variáveis de acordo com suas respectivas qualidades de predição. Tais características podem impor algumas dificuldades a essa últmia técnica, à medida que a avaliação dos resultados de predição pode não ser tão trivial e o método de construção dos subconjuntos pode apresentar uma complexidade elevada. Destacam-se, portanto, os métodos de *forward selection* e *backward elimination*.

2. Seja $\mathbb{S}$ o conjunto de variáveis de entrada cujo efeito na saída do modelo $\hat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{k}}$ seja pertinente em relação à saída esperada $\boldsymbol{y_k}$. A abordagem de *forward selection* consiste a aumentar progressivamente $\mathbb{S}$, à medida que uma variável se mostre importante ao modelo. A importância de uma variável pode ser determinada através de alguns critérios, como por exemplo o cálculo de $J(\mathbb{S} \cup \{x_i\}) = \sum_{k=1}^{m} (\hat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{k}} - \boldsymbol{y_k})^2$, sendo x_i um variável canditata à inserção. Neste caso, compara-se $J(\mathbb{S} \cup \{x_i\})$ e $J(\mathbb{S})$ e, caso o efeito dessa variável seja positivo, isto é, $J(\mathbb{S} \cup \{x_i\})$ menor, a acrescentamos em $\mathbb{S}$. Para *forward selection*, $\mathbb{S}$ começa vazio.

   A abordagem de *backward elimination*, por sua vez, elimina de $\mathbb{S}$ gradativamente as variáveis menos pertinentes ao modelo. $\mathbb{S}$ é, portanto, inicializado com todas as variáveis. Analogamente ao caso anterior, pode-se calcular $J(\mathbb{S} \setminus \{x_i\})$ e compará-lo com $J(\mathbb{S})$. Caso $J(\mathbb{S} \setminus \{x_i\})$ seja inferior, elimina-se de $\mathbb{S}$ a variável $\{x_i\}$.

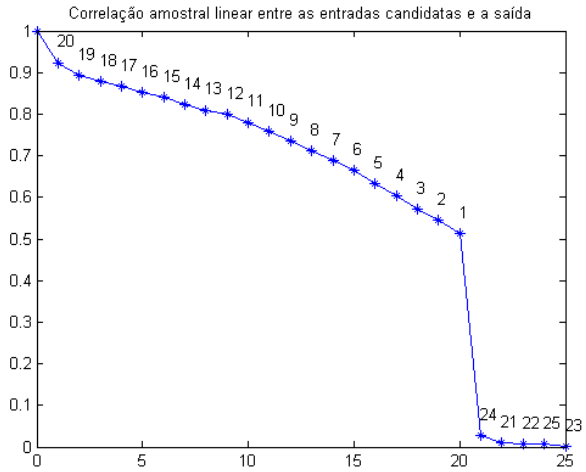
   As duas abordagens acima não garantem a melhor combinação de entradas pelo fato da possível existência de *mínimos locais* da função $J(\mathbb{T})$, a função que associa o erro com as variáveis presentes no conjunto $\mathbb{T}$. Dependendo das condições e ordem de verificação das variáveis x_i, o método pode tender a diferentes mínimos, que podem ser eventualmente os melhores ou não.

3. (a) A tabela 1 a seguir descreve algumas características estatísticas da série temporal. Todos os valores foram calculador através do MATLAB. Além delas, a série é formada por 3180 entradas, sendo compostas pelos dados de todos os meses de 1749 até 2013.

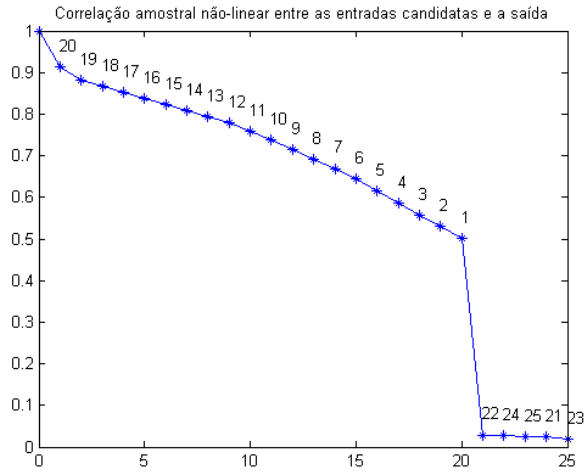
   Tabela 1: Características da série temporal

Propriedades	Valor
Média	51.9949
Valor máximo	253.8
Valor mínimo	0
Desvio padrão	41.116

   (b) Para o *filtro linear*, as execuções de *filtro_lin(dados1.mat)* e *filtro_nlin(dados1.mat)* resultam nas figuras 1a e 1b, respectivamente.



(a) Resultado do *filtro linear*.



(b) Resultado do *filtro não linear*.

Figura 1: Resultados das execuções das funções de filtro.

Conclui-se portanto que as variáveis de 1 a 20 apresentam as maiores correlações, tanto a linear R_{linear} quanto a não linear $R_{nlinear}$, em relação à saída, sendo a 20^a a mais correlata. A ordem de relevância em que elas aparecem também é a mesma, isto é, a sêquencia decrescente de 20 até 1 é observada em ambos os casos, e a maior diferença percentual entre R_{linear} e $R_{nlinear}$ é de 3.12%, correspondente à 13^a variável.

Observa-se ainda que as variáveis 21 até 25 apresentam R_{linear} e $R_{nlinear}$ são muito inferiores em relação aos valores das outras varíaveis e que a sua ordem de relevância é diferente: para o filtro *linear* temos a sequência 24, 21, 22, 25 e 23, enquanto que para o *não linear* obtemos 22, 24, 25, 21 e 23.

(c) Para o método ***forward selection***[1], obtem-se para as 5 execuções os seguintes dados:

Tabela 2: Resultados da execução ***1***.

Entradas	20	18	17	3	12	19	15	1	16	11	23	5	7
Erro mínimo	1.1765												
No. de Variáveis	13												

Tabela 3: Resultados da execução ***2***.

Entradas	20	18	17	3	12	19	15	1	10	5	22	7	21	25	16
Erro mínimo	1.1745														
No. de Variáveis	15														

Tabela 4: Resultados da execução ***3***.

Entradas	20	18	17	3	12	15	19	1	16	23	5	10	13	24
Erro mínimo	1.1727													
No. de Variáveis	14													

Tabela 5: Resultados da execução ***4***.

Entradas	20	18	17	3	12	15	19	1	16	10	5	23	24	13	21
Erro mínimo	1.1707														
No. de Variáveis	15														

[1]As imagens referentes a estas execuções encontram-se na figura 8 na seção **Anexos** no fim do documento

Tabela 6: Resultados da execução ***5***.

Entradas	20	18	17	3	12	19	15	1	10	11	5	7
Erro mínimo	1.1768											
No. de Variáveis	12											

Considerando somente as primeiras cinco variáveis selecionadas em cada execução, percebe-se que, em realidade, elas são todas iguais: 20, 18, 17, 3 e 12, nessa sequência. Na sexta posição, encontra-se a variável 19 (3 ocasiões) ou a 15 (2 ocasiões) e na sétima, a variável 1. À partir dessa posição, as entradas selecionadas variam a cada iteração.

Para o método ***backward elimination***[2], obtem-se:

Tabela 7: Resultados da execução ***1***.

Entradas	23	25	24	5	22	16	21	1	18	15	19	12	3	17	20
Erro mínimo	1.1711														
No. variáveis restantes	15														

Tabela 8: Resultados da execução ***2***.

Entradas	8	25	11	7	5	16	1	15	18	19	12	3	17	20
Erro mínimo	1.1717													
No. variáveis restantes	14													

Tabela 9: Resultados da execução ***3***.

Entradas	8	7	23	21	5	16	11	1	18	15	19	12	3	17	20
Erro mínimo	1.1744														
No. variáveis restantes	15														

Tabela 10: Resultados da execução ***4***.

Entradas	6	21	7	8	10	24	16	25	1	18	15	19	12	3	17	20
Erro mínimo	1.1733															
No. variáveis restantes	16															

Tabela 11: Resultados da execução ***5***.

Entradas	7	21	13	16	5	10	1	18	15	19	3	12	17	20
Erro mínimo	1.1748													
No. variáveis restantes	14													

Observa-se que o número de variáveis restantes para as execuções do *backward elimination* é ligeiramente superior em relação ao método anterior, apresentando uma média de 15 variáveis escolhidas contra aproximadamente 14 do *forward selection*. A média do erro quadrado médio na construção do modelo é inferior para *backward elimination*: 1.1731 contra 1.1742. Nota-se ainda que algumas variáveis foram escolhidas em todas as execuções de ambos, sendo elas, por exemplo, a 20, 17, 3, 12 e a 15.

(d) Entradas que possuem as maiores correlações não são as primeiras a serem adicionadas ao modelo pela presença de *redundância* entre elas. Se uma variável é altamente correlata com uma outra, eu não precisaria, em príncipio, conhecer as duas, já que a partir de um única, eu sou capaz de determinar a outra. Em outras palavras, variáveis *redundantes* adicionam pouca informação ao sistema. Por exemplo, a correlação entre as variáveis 20 e 19 do arquivo `dados1.mat` vale 0.9239 (valor obtido pelo comando `corr(X(:,20), X(:,19))` do MATLAB). Isso signfica que se X_{20} é alto, então X_{19} também o é e, portanto, nenhuma outra informação é adicionada ao modelo. É por essa razão que nas execuções acima, X_{20} é escolhida inicialmente e X_{19}, só depois de algumas iterações.

[2]As imagens referentes a estas execuções encontram-se na figura 9 na seção **Anexos** no fim do documento

(e) Variáveis de baixa correlação com a saída podem proporcionar um grande poder de separação, se consideradas juntamente com outras[3]. Desta maneira, as variáveis de menor correlação são separadas mais facilmente em relação àquelas de maior correlação, permitindo assim a detecção de classes com maior precisão. Em outras palavras, entradas mais próximas das variáveis de baixa correlação podem ser classificadas mais facilmente.

(f) As variáveis geradas aleatoriamente ($X_{21} \cdots X_{25}$) apresentam correlações em relação à saída praticamente nulas (os resultados de `corr (X(:,21), S)` ... `corr (X(:,25), S)` estão mostrados na tabela 12). Dessa maneira, elas são escolhidas em ambos os modelos pelos mesmos motivos daqueles discutidos nos dois itens anteriores (*redundância* e *poder de separação*).

Tabela 12: Correlação das variáveis aleatórias execução 1 do *forward selection*.

Variável X_i	`corr (X(:,i), S)`
X_{21}	0.001347309212350
X_{22}	0.011839959350690
X_{23}	-0.037287334573179
X_{24}	-0.007005116183944
X_{25}	0.001963170472808

4. (a) O arquivo `wineq.mat` é composto por duas estruturas de dados. A primeira, matriz $X_{1593\times11}$, possui 11 colunas, correpondentes a cada uma das variáveis de entrada, e 1593 linhas, simbolizando 1593 dados disponíveis. De acordo com o *website* de onde tais dados foram retirados, essas variáveis correspondem a diversas propriedades que podem ser extraídas de um vinho, sendo elas *fixed acidity*, *volatile acidity*, *citric acid*, *residual sugar*, *chlorides*, *free sulfur dioxide*, *total sulfur dioxide*, *density*, *pH*, *sulphates* e *alcohol*. A tabela abaixo mostra algumas características dessas propriedades.

Tabela 13: Informações correpondentes às variáveis de `wineq.mat`.

Variável	Média	Max.	Min.	*Standard Deviation*
fixed acidity	0.52324	1	0.28931	0.10932
volatile acidity	0.33385	1	0.075949	0.11333
citric acid	0.27116	1	0	0.19495
residual sugar	0.16374	1	0.058065	0.090957
chlorides	0.14321	1	0.01964	0.077153
free sulfur dioxide	0.2205	1	0.013889	0.14537
total sulfur dioxide	0.16052	1	0.020761	0.11379
density	0.022051	1	0.0098643	0.096464
pH	0.82574	1	0.68329	0.038451
sulphates	0.32903	1	0.165	0.084846
alcohol	0.69949	1	0.56376	0.071404

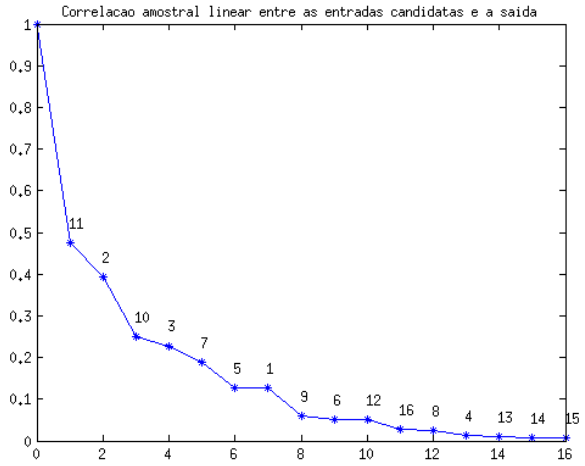
Para a saída encontra-se:

Tabela 14: Informações correpondentes à saída de `wineq.mat`.

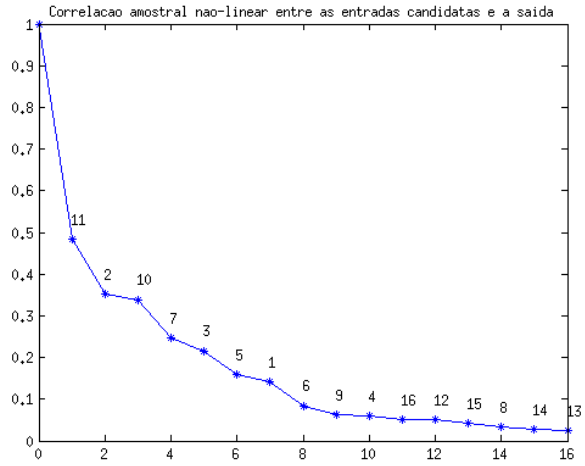
Variável	Média	Max.	Min.	*Standard Deviation*
Saída	0.70425	1	0.375	0.10101

[3]No artigo *[Guyon, I.; Elisseeff, A. "An introduction to variable and feature selection", Journal of Machine Learning Resear ch, vol. 3, pp. 1157 - 1182 2003]*, o autor dá um exemplo dessa afirmação na seção 3.3.

(b) As execuções de `filtro_lin('dados2.mat')` e `filtro_nlin('dados2.mat')` são mostradas na figuras 2a e 2b a seguir.



(a) Resultado do *filtro linear*.



(b) Resultado do *filtro não linear*.

Figura 2: Resultados das execuções das funções de filtro.

Neste caso, observa-se uma maior diferença entre as filtragens linear e não linear em relação ao estudo de caso anterior. Percebe-se inicialmente que a correlação da variável mais correlata (< 0.5) aqui é muito inferior àquela mais correlata (> 0.9) para os dados referentes aos *Sunspots*.

A ordem decrescente de correlação em que as variáveis aparecem também muda do caso linear para o não linear. A tabela seguinte evidencia esta afirmação. $\Delta = \frac{(R_{nlin} - R_{lin})}{R_{nlin}}$, onde R é o valor da correlação linear ou não linear, representa a variação percentual entre as respectivas correlações.

Tabela 15: Ordens de aparição das variáveis.

	Ordem															
V_{lin}	11	2	10	3	7	5	1	9	6	12	16	8	4	13	14	15
V_{nlin}	11	2	10	7	3	5	1	6	9	4	16	12	15	8	14	13
Δ	0.01	-0.12	0.26	0.07	0.13	0.2	0.11	0.31	0.18	0.16	0.46	0back.5	0.68	0.73	0.75	0.72

Observa-se que a ordem muda sobretudo no fim da sequência, onde as variações percentuais são superiores.

(c) Para o método ***forward selection***[4], obtem-se para as 5 execuções os seguintes dados:

Tabela 16: Resultados da execução ***1***.

Entradas	11	2	10	7	5	9	6	16
Erro mínimo	1.0484							
No. de Variáveis	8							

Tabela 17: Resultados da execução ***2***.

Entradas	11	2	10	7	5	9	6	13	14
Erro mínimo	1.0491								
No. de Variáveis	9								

Tabela 18: Resultados da execução ***3***.

Entradas	11	2	10	7	5	9	6	13
Erro mínimo	1.0495							
No. de Variáveis	8							

Tabela 19: Resultados da execução ***4***.

Entradas	11	2	10	7	5	9	6	14
Erro mínimo	1.0509							
No. de Variáveis	8							

[4]As imagens referentes a estas execuções encontram-se na figura 10 na seção **Anexos** no fim do documento

Tabela 20: Resultados da execução ***5***.

Entradas	11	2	10	7	5	9	6	13
Erro mínimo	1.0509							
No. de Variáveis	8							

Para o método ***backward elimination***[5], obtem-se:

Tabela 21: Resultados da execução ***1***.

Entradas	13	6	9	5	7	10	2	11
Erro mínimo	1.0496							
No. de Variáveis	8							

Tabela 22: Resultados da execução ***2***.

Entradas	15	3	14	9	5	7	10	2	11
Erro mínimo	1.0558								
No. de Variáveis	9								

Tabela 23: Resultados da execução ***3***.

Entradas	15	12	3	6	9	5	7	10	2	11
Erro mínimo	1.0532									
No. de Variáveis	10									

Tabela 24: Resultados da execução ***4***.

Entradas	3	1	14	6	9	5	7	10	2	11
Erro mínimo	1.0548									
No. de Variáveis	10									

Tabela 25: Resultados da execução ***5***.

Entradas	12	6	14	9	5	7	10	2	11
Erro mínimo	1.0497								
No. de Variáveis	9								

Observa-se que para a técnica de *forward selection* as primeiras sete entradas selecionadas foram as mesmas para as 5 execuções, sendo elas a 11, 2, 10, 7, 5, 9 e 6. As restantes escolhidas fazem parte das entradas aleatórias, calculadas para cada execução. Em média, foram escolhidas 8 variáveis e produziu-se um erro de 1.04976.

Em relação à técnica de *backward elimination*, as mesmas variáveis citadas no parágrafo anterior estiveram presentes, com exceção à 6, em que esteve ausente somente na execução 2. Foram selecionadas, em média, um número maior de variáveis, 9, e um erro superior, 1.05262. As variáveis restantes foram escolhidas dentre as geradas aleatoriamente.

Finalmente, as váriaveis que foram escolhidas nos primeiros lugares na *forward selection* seriam eliminadas por último na *backward elimination*, confirmando assim um certo nível de semelhância nos resultados das duas técnicas.

3 Séries temporais e a tarefa de predição

3.0 Normalização dos dados

De acordo com enunciado disponibilizado, os dados devem ser normalizados de maneira a obter média nula e desvio padrão unitário. Entradas que excursionam em intervalos muito extensos prejudicam o desempenho das redes neurais MLP.

Sendo assim, faremos uso da seguinte equação para atingir as características necessárias:

$$X_i = \frac{V_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \tag{1}$$

em que $\hat{\mu}$ é a média de todas as entradas (calcula através de `mean(dengue_SP)`) e $\hat{\sigma}$ é o estimador do desvio padrão (calculado por `std(dengue_SP)`). Obtem-se, assim, um novo vetor cuja média e

[5]As imagens referentes a estas execuções encontram-se na figura 11 na seção **Anexos** no fim do documento

variância valem, respectivamente, 1.8288×10^{-16} e 1. A figura à seguir mostra um histograma dos dados normalizados. Observa-se que a maioria dos dados encontram-se na vizinhança de 0, mas há uma quantidade razoável deles superior à unidade, correspondentes aos períodos de chuva, onde há, naturalmente, mais casos da doença.

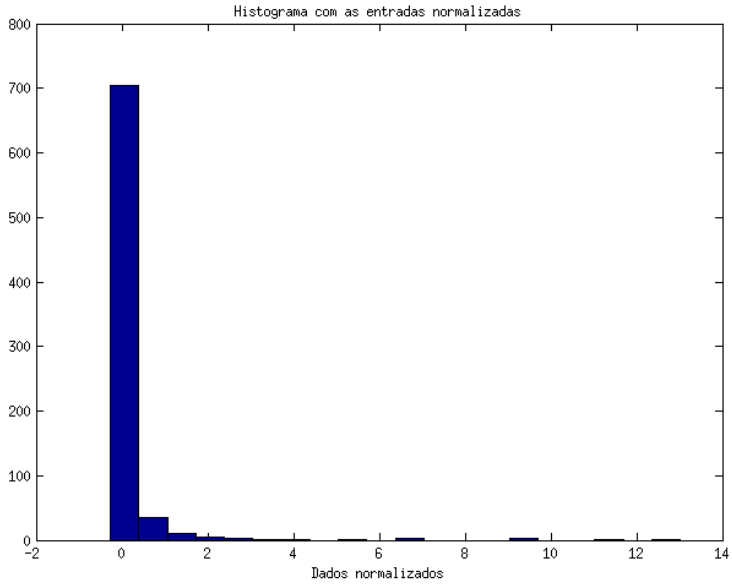


Figura 3: Dados normalizados.

3.1 Variáveis participantes do modelo - Filtro de correlação

A fim de obter um resultado mais representativo nos preditores a serem realizados, aplica-se um filtro de correlações nas 20 variáveis que inicialmente foram propostas para determinar a precvisão do número de casos de dengue para a próxima semana. Para isso, usamos o programa `calc_corr2.m`, disponibilizado pelo professor. Obtem-se o gráfico mostrado na figura 4 a seguir:

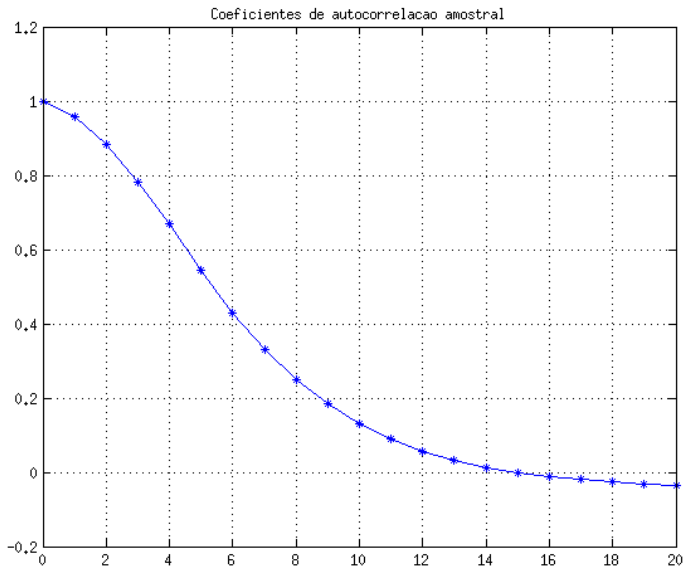


Figura 4: Correlação das 20 variavés escolhidas como entrada.

Observa-se neste gráfico que as cinco primeiras variáveis utilizadas no modelo são as mais correlatas à saída. Em termos numéricos, as variáveis a partir da sexta apresentam correlações inferiores

a 0.5. Conclui-se, portanto, que em termos de pertinência, as cinco variáveis iniciais são as mais importantes para compor o valor a ser predito.

3.2 Síntese de um preditor linear

Para esta etapa, define-se $M = 5$ a dimensão do espaço de entrada (consultar seção 3.1) e $R = 1$, a de saída. Em outras palavras, utilizaremos dados de 5 semanas anteriores para determinar o resultado da 'semana seguinte'. As funções utilizadas para a construção da série e nos cálculos dos preditores encontram-se, respectivamente, nos *listings* 1 e 2 na seção **Anexos** no fim deste documento.

Utilizaremos a estratégia de *k-folds cross-validation* para estimar o melhor valor do parâmetro c. Neste caso, adota-se $k = 10$.

3.2.1 Caso não regularizado

A resolução de $\overrightarrow{b} = \left(A^T A\right) A^T Y$ utilizando apenas o conjunto de treinamento produz o vetor, cujos coeficientes encontram-se na tabela abaixo, e um erro quadrático médio de 0.2500.

$$\overrightarrow{b}^T_{nreg} = \begin{bmatrix} -0.1714 & 0.2349 & -0.3289 & -0.0528 & 1.2298 & -0.0000 \end{bmatrix}$$

3.2.2 Caso regularizado

A utilização de um parâmetro c adicional e da estratégia *k-fold cross-validation* permite a adequação mais correta dos dados de entrada aos de saída, conforme observado em sala de aula. A execução do programa `resolve_sistema_k_folds.m` da seção **Anexos** gera o gráfico, em escala semi logarítmica, contido na figura 5, que relaciona c com a média do erro quadrático médio em cada uma das 10 execuções do programa (uma execução para cada uma das pastas de validação).

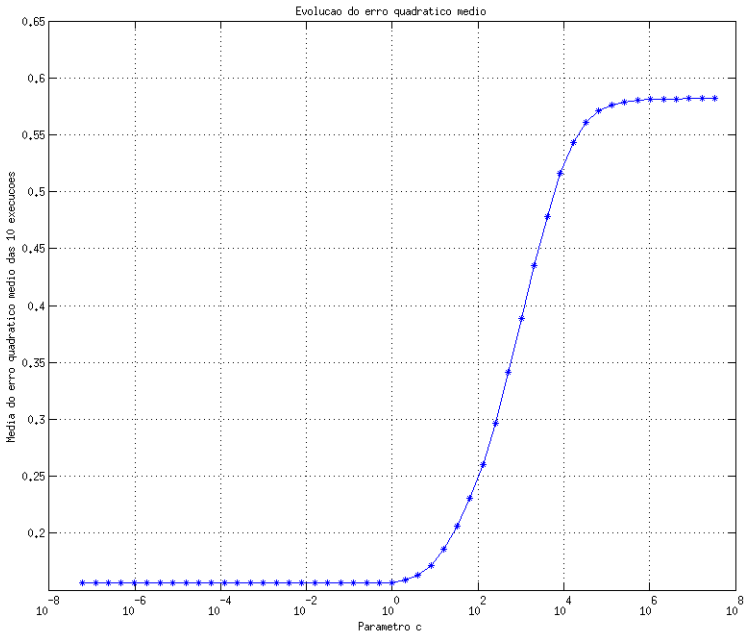


Figura 5: Erro quadrático médio em função do parâmetro c.

Ressalta-se a presença de um mínimo local, para $c_1 = 2^{-1} = 0.5$, valendo 0.15602. Esse erro é inferior a aquele obtido ao caso não regularizado, já que o preditor obtido neste caso adapta-se melhor a todo conjunto dos dados e não somente a aqueles que só foram usados no treinamento.

Enfim, explicitamos os vetores $\overrightarrow{b}$ para $c = 2^{-1}$:

$\overrightarrow{b}_1$	-0.1673	0.2193	-0.3182	-0.0397	1.2160	0.0023
$\overrightarrow{b}_2$	-0.1685	0.2244	-0.3230	-0.0418	1.2195	0.0014
$\overrightarrow{b}_3$	-0.1669	0.2195	-0.3199	-0.0379	1.2158	0.0015
$\overrightarrow{b}_4$	-0.1674	0.2194	-0.3185	-0.0390	1.2155	0.0025
$\overrightarrow{b}_5$	-0.1680	0.2217	-0.3191	-0.0400	1.2164	0.0008
$\overrightarrow{b}_6$	-0.1675	0.2199	-0.3191	-0.0390	1.2159	0.0018
$\overrightarrow{b}_7$	-0.1662	0.2329	-0.3552	-0.0222	1.2199	-0.0014
$\overrightarrow{b}_8$	-0.1676	0.2352	-0.3412	-0.0347	1.2221	0.0008
$\overrightarrow{b}_9$	-0.1664	0.2202	-0.3225	-0.0365	1.2160	0.0009
$\overrightarrow{b}_{10}$	-0.0832	-0.0739	0.1328	-0.1357	1.0721	-0.0105

Destaca-se que os valores para as componentes de uma mesma coluna não apresentam uma grande variação entre si, isto é, os coeficientes do modelo autoregressivo que produzem o menor erro médio possuem um comportamento bem definido.

3.3 Síntese de uma rede neural MLP

Os resultados contidos nas seções 3.3.1 e 3.3.2 foram obitdos do programa `numberNeuronsMLP.m`, contido no trecho de código 3 na seção **Anexos** no fim deste documento. Em poucas palavras, este programa automatiza o processo de treinamento de análise dos resultados de uma rede MLP para diferentes quantidades de neurônios e iterações. Ele utiliza as funções disponibilizadas pelo professor, que foram adaptadas somente para receber parâmetros de entrada no lugar de requirir os dados ao usuário. Neste programa, há dois laços: o mais externo é reponsável por modificar o número de iterações do algoritmo otimizador, escolhendo valores no conjunto $i \in \{50, 100, 150, 200, 300, 400 \dots 1000\}$ e o mais interno, o número de neurônios na camada intermediária no conjunto $n \in \{5, 6, 7 \dots 20\}$. Para cada valor de i e de n treina-se 10 MLPs (uma para cada configuração das *folds*) e calcula-se as médias dos seus desempenhos. Após obtermos as MLPs para todos os valores de n, construimos um gráfico com as médias dos erros de validação e de teste e, após todos os valores de i, desenhamos um último gráfico, com os desempenhos médios para cada valor de i. As próximas seções serão dedicadas às devidas explicações sobre os resultados.

3.3.1 Determinação do número de iterações

A figura 6 mostra um gráfico que relaciona o desempenho médio das MLPs com o número de iterações. Observa-se que os comportamentos dos erros de teste e de validação são similiares, isto é, quando uma apresenta um valor elevado, a outra também apresentará. Esta afirmação explica-se pela capacidade de generalização das MLPs: se uma rede é treinada de forma que o conjunto de validação seja utilizado, é possível atingir um maior grau de flexibilidade a todos os dados e, assim, o erro para dados novos não levados em consideração (como aqueles do conjunto de teste) não se distanciará fortemente do erro de validação. Sendo assim, utilizaremos o valor que possui o maior custo benefício entre os dois erros, isto é, $i = 1000$, que produz um erro médio de validação igual a 0.1588 e um erro médio de teste valendo 0.1813.

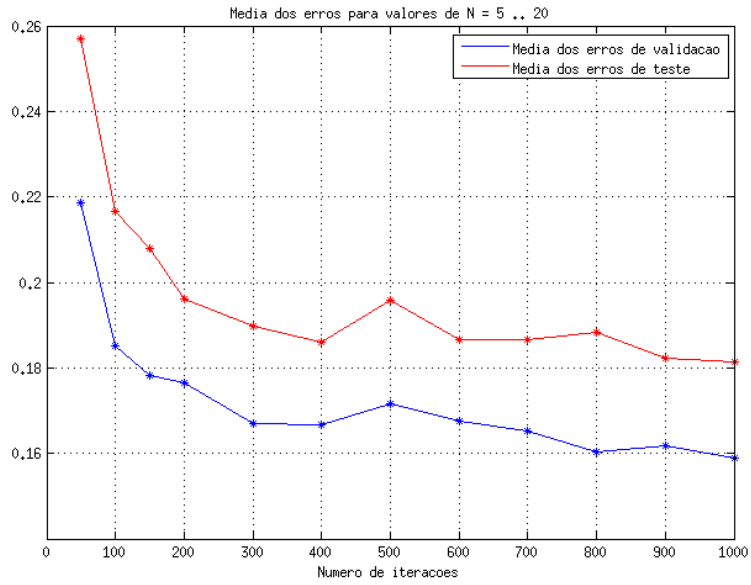


Figura 6: Média de todas as MLPs, calculadas para todo valor de n, para cada i.

3.3.2 Determinação do número de neurônios na camada intermediária

Uma vez determinado o melhor número de iterações, é possível estabelecer o número de neurônios que melhor se adequa à aplicação. Para isso, utilizamos o gráfico da figura 7.

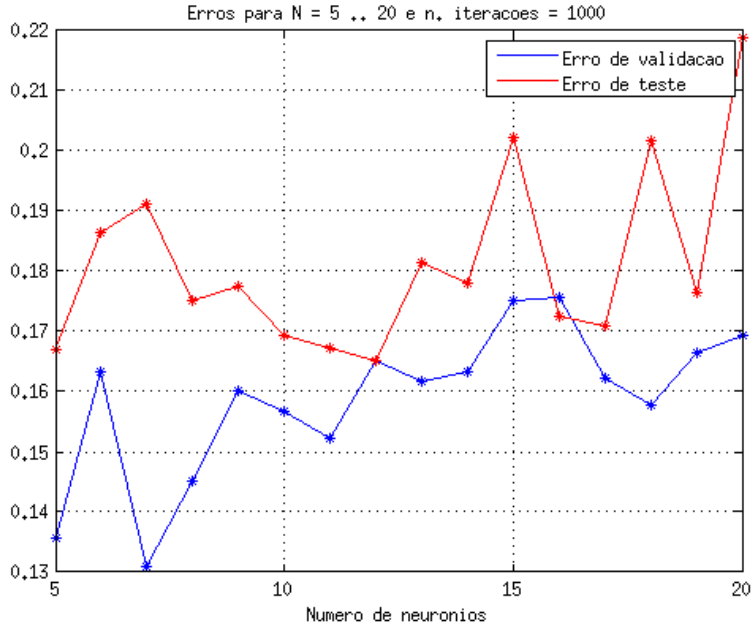


Figura 7: Média de todas as MLPs, calculadas para cada valor de n, para $i = 1000$.

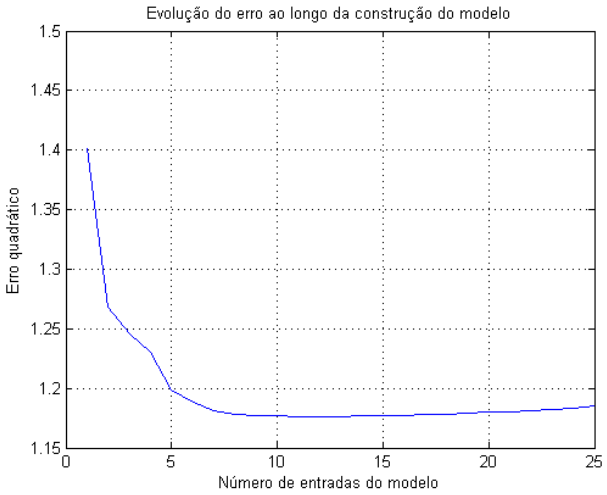
O melhor custo benefício entre os dois erros é, neste caso $n = 5$, apresentando erro médio de validação de 0.1356 e erro médio de teste de 0.1671. Destaca-se que, para $n = 7$, temos o valor mínimo do erro de validação, mas, ao mesmo tempo, um erro relacionado ao teste muito elevado. Por esta rezão, este número de neurônios não foi escolhido. Observa-se também que as duas curvas não apresentam comportamentos definidos, isto é, os erros para diferentes valores de n são muito distintos entre si.

Os demais resultados para outros valores de i e n podem ser observados na seção **Anexos**.

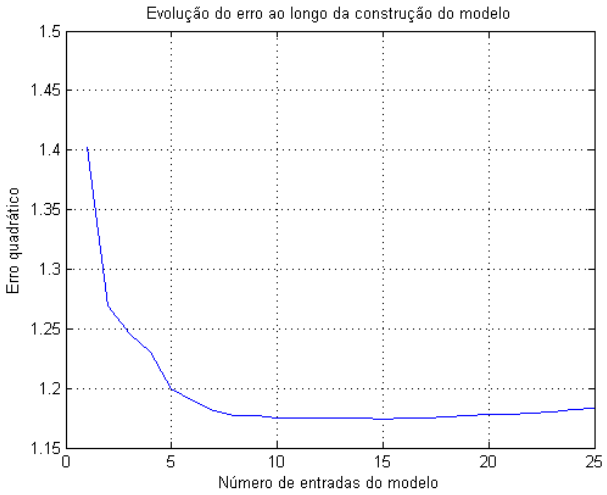
Bibliografia

- dasdsa

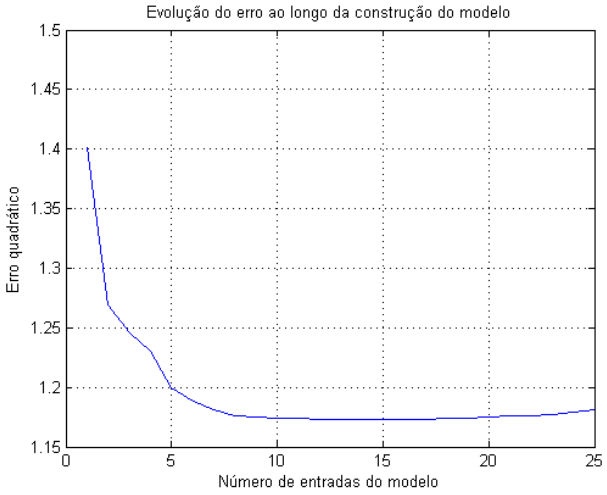
4 Anexos



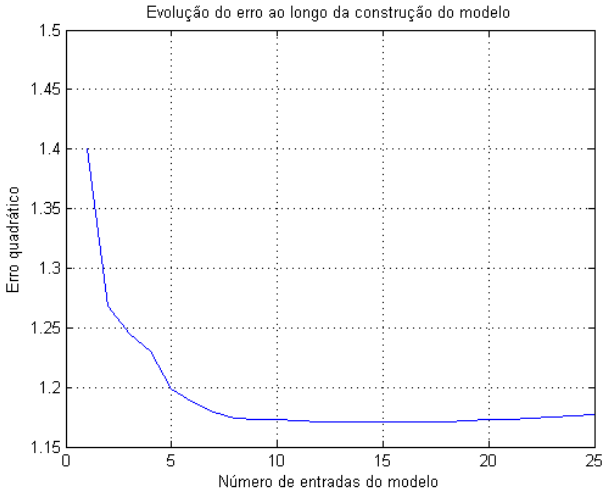
(a) Resultado da execução 1.



(b) Resultado da execução 2.



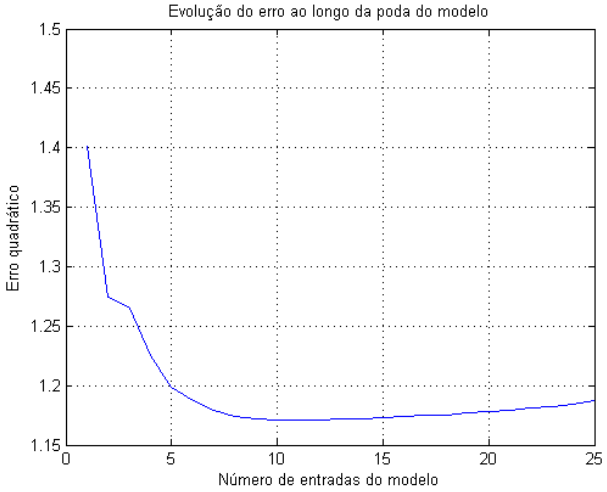
(c) Resultado da execução 3.



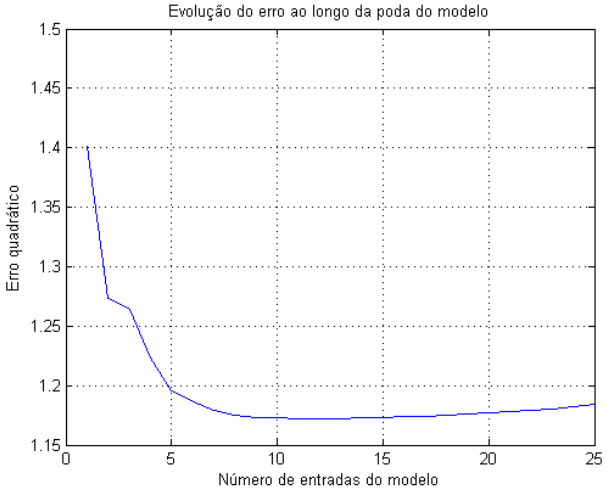
(d) Resultado da execução 4.

(e) Resultado da execução 5.

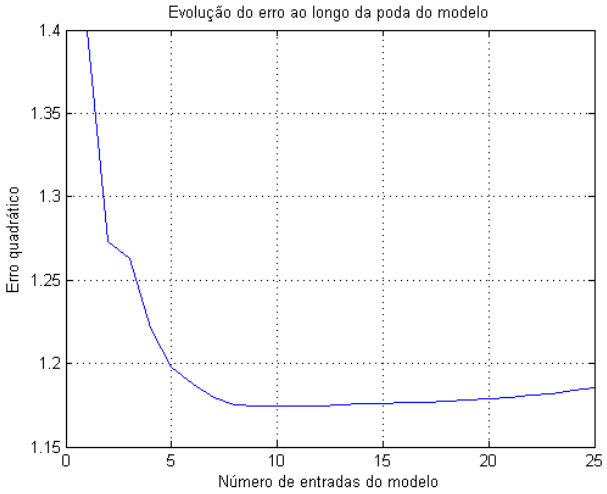
Figura 8: Resultados das execuções da *forward selection* para os dados de `sunspot.mat`.



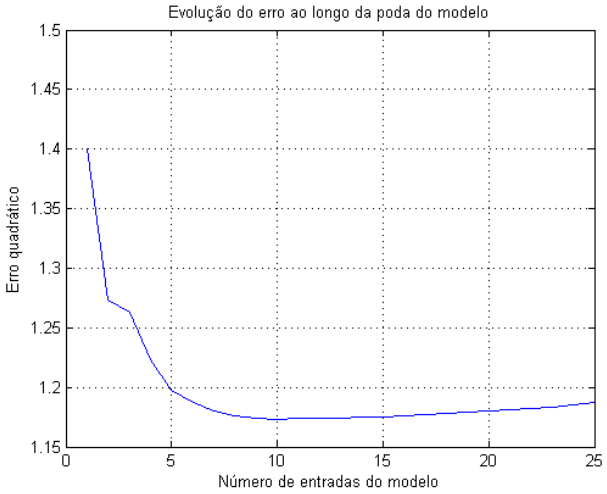
(a) Resultado da execução 1.



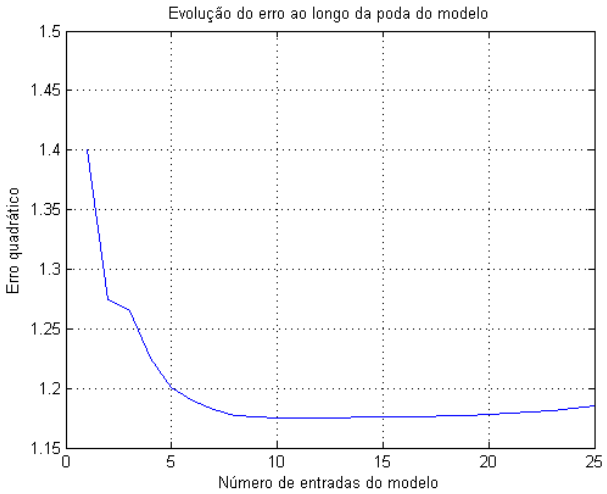
(b) Resultado da execução 2.



(c) Resultado da execução 3.

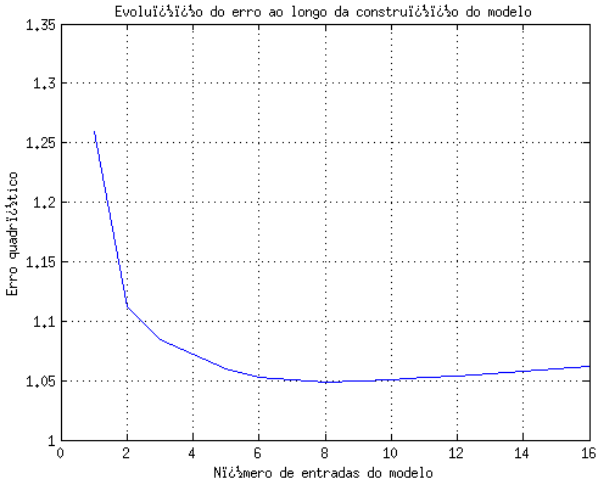


(d) Resultado da execução 4.

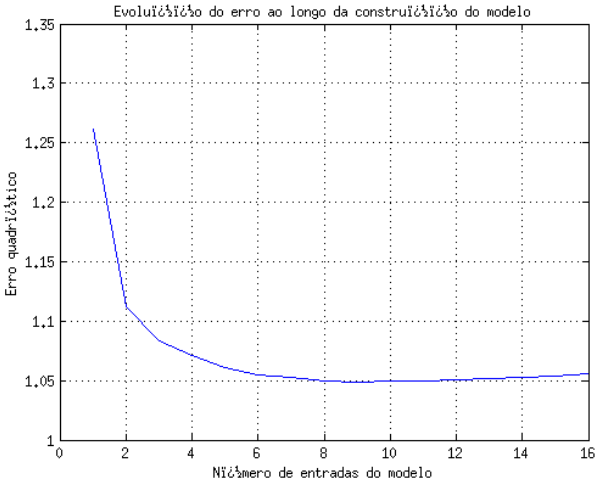


(e) Resultado da execução 5.

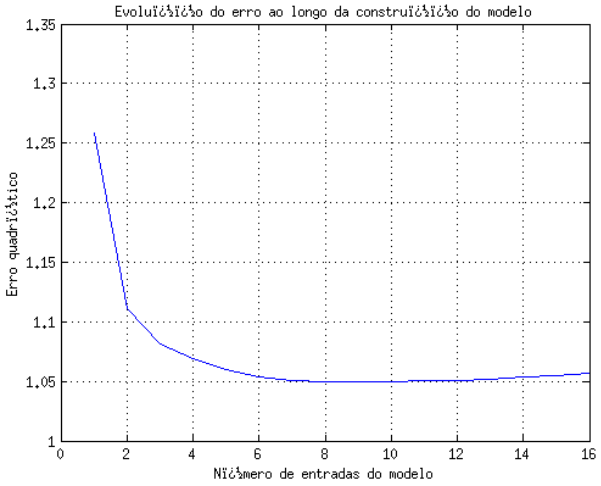
Figura 9: Resultados das execuções da *backward elimination* para os dados de `sunspot.mat`.



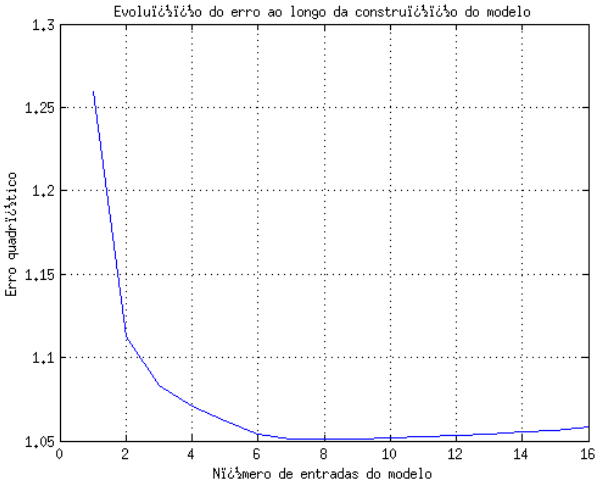
(a) Resultado da execução 1.



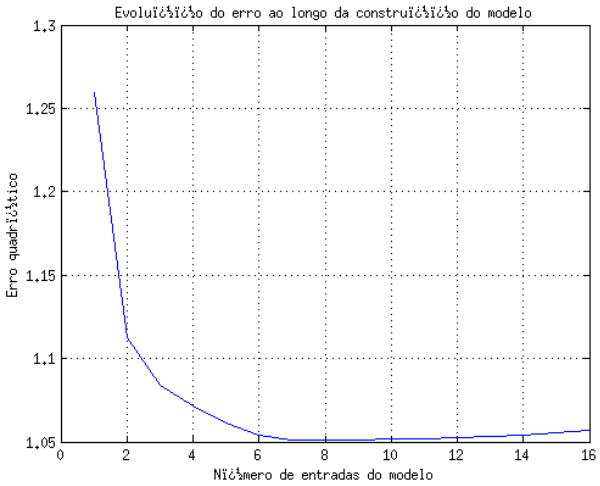
(b) Resultado da execução 2.



(c) Resultado da execução 3.

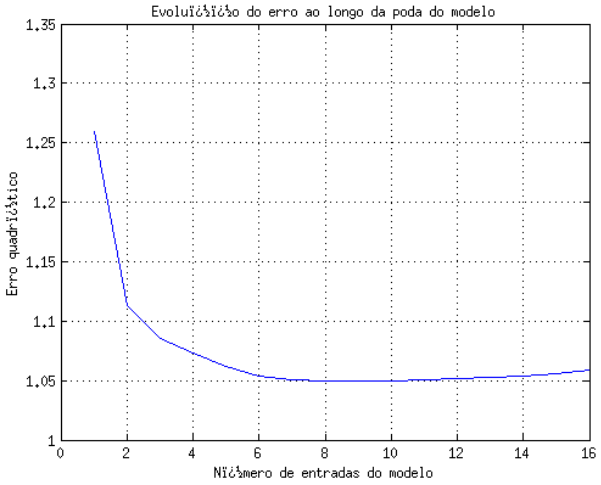


(d) Resultado da execução 4.

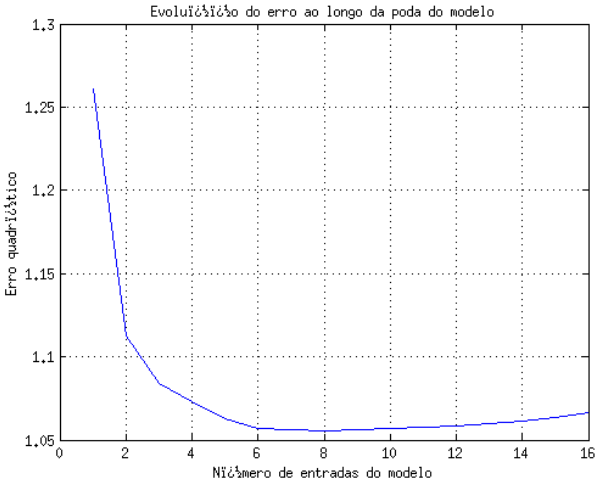


(e) Resultado da execução 5.

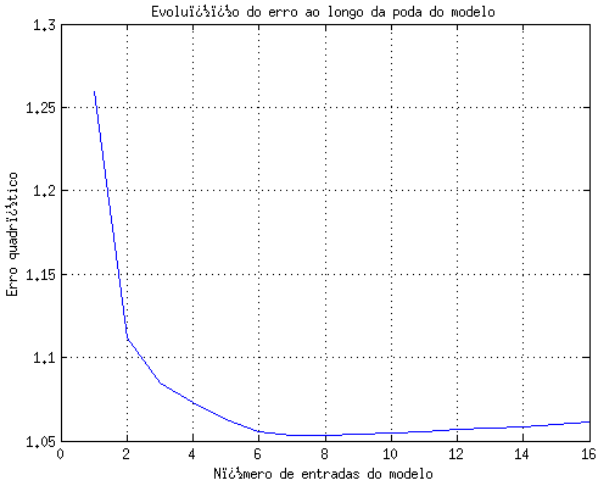
Figura 10: Resultados das execuções da *forward selection* para os dados de `wineq.mat`.



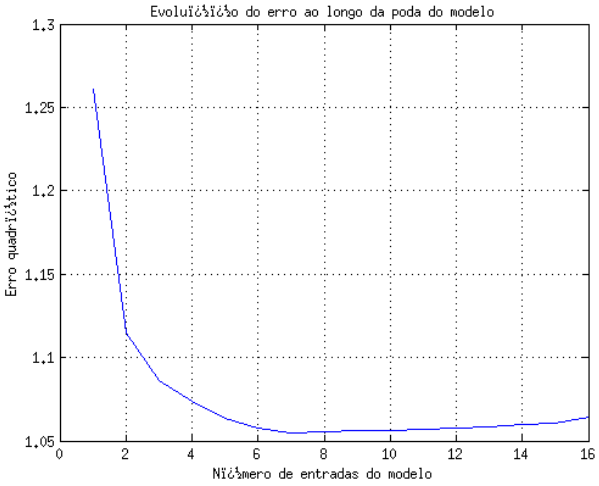
(a) Resultado da execução 1.



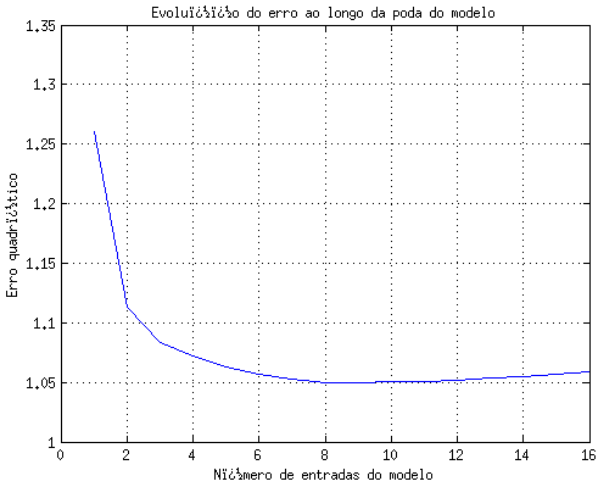
(b) Resultado da execução 2.



(c) Resultado da execução 3.



(d) Resultado da execução 4.



(e) Resultado da execução 5.

Figura 11: Resultados das execuções da *backward elimination* para os dados de `wineq.mat`.

Programa 1: `gera_dados.m` - cria a sequência temporal.

```
function [X, Y] = gera_dados(dados, saida, m, r)

    load(dados);

    data = dengue_SP;

    data = (data - mean(data))/std(data);
    n_data = length (data);

    X = [];
    Y = [];
    Z = [];

    for j=(m+r):n_data,
        Z = [Z; data( (j-m-(r-1)):j, 1 )'];
    end

    X = Z(:, 1:m);
    Y = Z(:, (m+1):(m+r));

    save(saida, 'X', 'Y');

end
```

Programa 2: `resolve_sistema_k_folds.m` - calcula preditores.

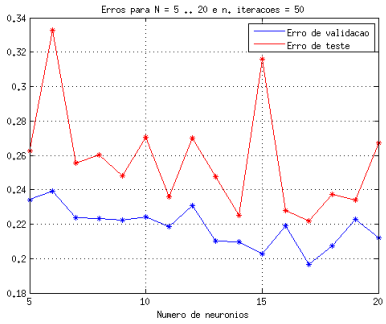
```
function [b_nreg, erro_nreg, b_reg, erro_reg, erro_reg_tr] = resolve_sistema_k_folds(
    dados,k)

close all;

k = 10;
M = 5;
R = 1;

[X, Y] = gera_dados('dengue_SP.mat', 'resultado.mat', M, R);


Tr = length(X(:,1));
V = round(Tr/k);
Te = 0;

A_nreg = [ X ones(Tr ,1) ];
ATA = (A_nreg'*A_nreg)\eye(M + 1);

b_nreg = ATA*A_nreg'*Y;
erro_nreg = sqrt((norm(A_nreg*b_nreg - Y))^2/Tr);

erro_reg_k_folds = [];
erro_reg_tr_k_folds = [];
b_k_folds = [];

for i = 1:k

    k_fold_set = (i - 1)*V + 1 : i*V;

    conjunto_treinamento = setdiff(1:Tr, k_fold_set);

    Atr = [ X(conjunto_treinamento, :) ones(Tr - V - Te ,1) ];
    ATA = (Atr'*Atr)\eye(M + 1);
    Ytr = Y (conjunto_treinamento,:);

```

```
    b_nreg = ATA*Atr'*Ytr;
    erro_nreg = sqrt((norm(Atr*b_nreg - Ytr))^2/(Tr - V - Te));

    Aval = [ X(k_fold_set, :) ...
        ones(V,1) ];
    Yval = Y(k_fold_set, :);

    erro_reg = [];
    erro_reg_tr = [];
    b_reg = [];
    n_b_reg = [];

    for c_teste = -24:25

        ATA_ = (Atr'*Atr + (2^c_teste)*eye(M + 1)) \ eye(M + 1);

        b = ATA_*Atr'*Ytr;

        b_reg = [b_reg b];
        n_b_reg = [n_b_reg norm(b)];

        erro_reg = [erro_reg  sqrt((norm(Aval*b - Yval)^2)/V)];
        erro_reg_tr = [erro_reg_tr sqrt((norm(Atr*b - Ytr)^2)/V)];
    end

    b_k_folds = cat(3, b_k_folds, b_reg);
    erro_reg_k_folds = [erro_reg_k_folds; erro_reg];
    erro_reg_tr_k_folds = [erro_reg_tr_k_folds; erro_reg_tr];
end


figure
semilogx( 2.^(-24:25), mean(erro_reg_k_folds));
hold on;
semilogx( 2.^(-24:25), mean(erro_reg_k_folds),'*');
hold off;
title('Evolucao do erro quadratico medio');
ylabel('Media do erro quadratico medio das 10 execucoes');
xlabel('Parametro c');
grid on

[menor_erro, menor_index] = sort(mean(erro_reg_k_folds), 'ascend');

disp(['Vetores b para c = ' int2str(menor_index(1) - 25) ' e erro medio de ' num2str(
    menor_erro(1))]);
b_k_folds(:,menor_index(1),:)

end
```

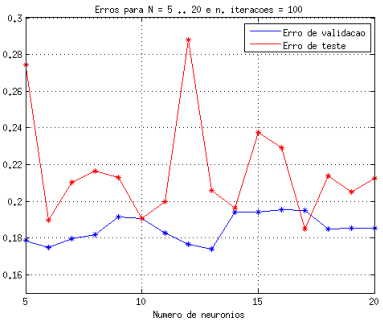
Programa 3: `numberNeuronsMLP.m` - Automatiza treinamento e análise de redes MLP.

```
function numberNeuronsMLP (N)

close all;

erro_tot_avg_iter = [];
mean_eqmv_min_avg_itr = [];

neurons_interval = 5:N;
iter_interval = [50:50:200  300:100:1000];


for n = iter_interval
```

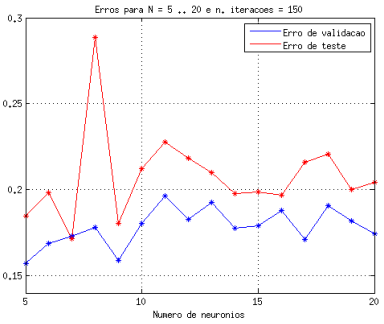
```
13
14      mean_eqmv_min_avg_array = [];
15      error_tot_avg_array = [];
16
17      for i=neurons_interval
18
19          disp(['======== ' num2str(n)  ' ITERACOES ========= ' num2str(i) ' NEURONS
                ======================']);
20
21          nn1h_k_folds('matrizes', 10, i, 1, n);
22
23          [error_tot_avg mean_eqmv_min_avg eqm_ens] = analysis('matrizes', 1, 10);
24
25          mean_eqmv_min_avg_array = [mean_eqmv_min_avg_array mean_eqmv_min_avg];
26          error_tot_avg_array = [error_tot_avg_array error_tot_avg];
27          disp('================================================================');
28
29      end
30
31      erro_tot_avg_iter = [erro_tot_avg_iter error_tot_avg_array'];
32      mean_eqmv_min_avg_itr = [mean_eqmv_min_avg_itr mean_eqmv_min_avg_array'];
33
34      [A B] = sort(mean_eqmv_min_avg_array, 'ascend');
35      disp(sprintf('Numero de neuronios para minimizar erro de validacao: %d', B(1) +
            min (neurons_interval) - 1));
36
37      figure
38      plot(neurons_interval, mean_eqmv_min_avg_array);
39      xlabel('Numero de neuronios');
40      hold on;
41      plot(neurons_interval, error_tot_avg_array, 'r');
42      legend('Erro de validacao', 'Erro de teste');
43      plot(neurons_interval, mean_eqmv_min_avg_array, '*');
44      plot(neurons_interval, error_tot_avg_array, 'r*');
45      title(sprintf('Erros para N = 5 .. %d e n. iteracoes = %d', i, n));
46
47      grid on;
48      hold off;
49  end
50
51  figure
52  plot (iter_interval, mean(mean_eqmv_min_avg_itr));
53  hold on;
54  plot (iter_interval, mean(erro_tot_avg_iter), 'r');
55  legend('Media dos erros de validacao', 'Media dos erros de teste');
56  xlabel('Numero de iteracoes');
57  plot (iter_interval, mean(mean_eqmv_min_avg_itr),'*');
58  plot (iter_interval, mean(erro_tot_avg_iter), '*r');
59  title('Media dos erros para valores de N = 5 .. 20');
60  hold off;
61  grid on;
62
63  end
```



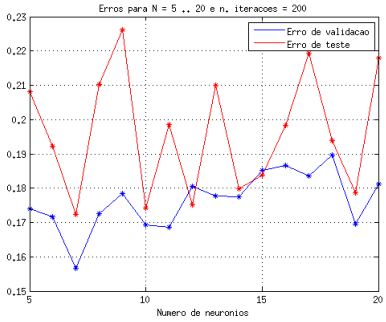
(a) $i = 50$.



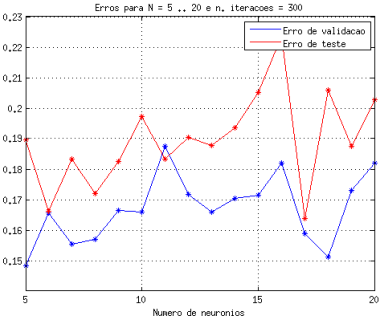
(b) $i = 100$.



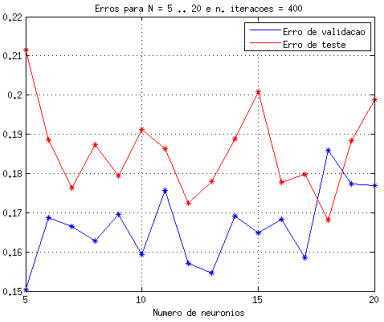
(c) $i = 150$.



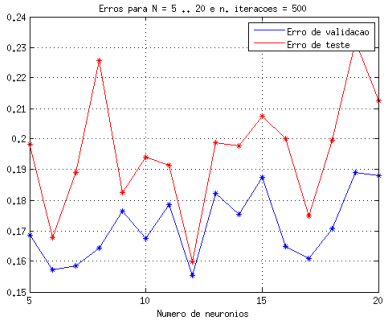
(d) $i = 200$.



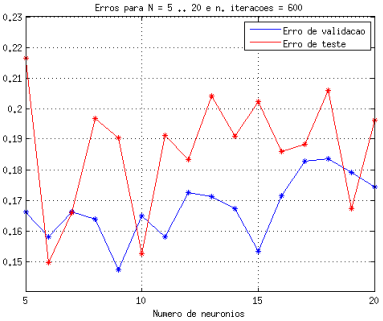
(e) $i = 300$.



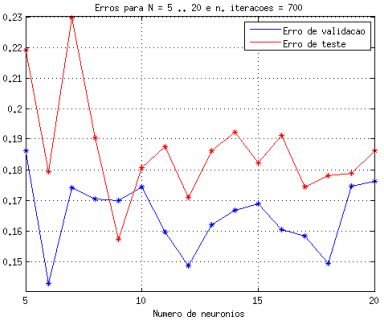
(f) $i = 400$.



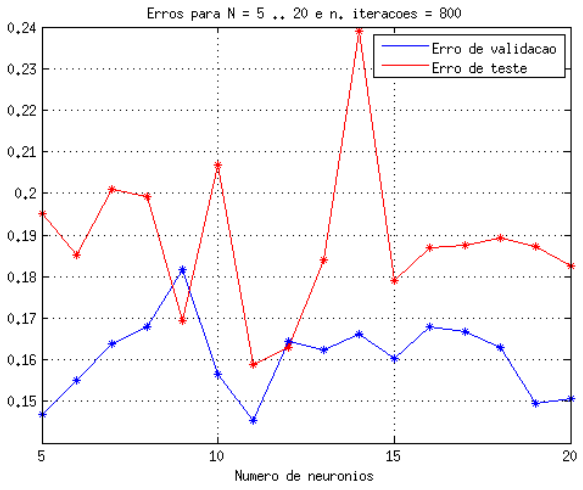
(g) $i = 500$.



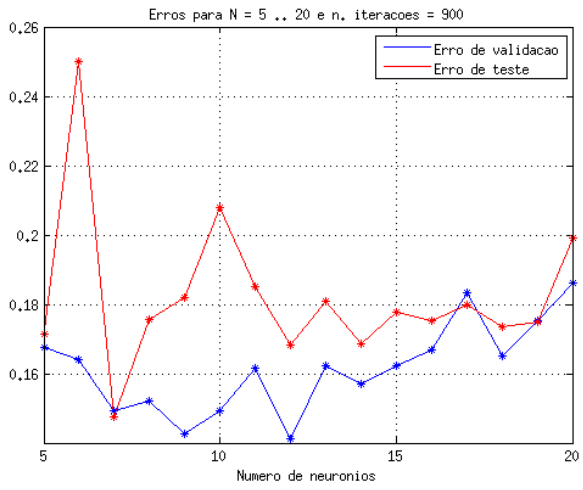
(h) $i = 600$.



(i) $i = 700$.



(j) $i = 800$.



(k) $i = 900$.

Figura 12: Médias dos erros de validação e de teste para vários valores possíveis i de iteração.