

Exercício Prático 4
Gustavo Ciotto Pinton 117136

Questões

1. Considere o circuito diferencial da figura 1 na seção **Anexos**. Inicialmente, vamos determinar os valores das resistências R_C ligadas aos pinos coletores de Q_1 e Q_2 . Para tal, considere que os valores de β dos transistores são iguais e que seus valores são 220^1 . Considere também uma fonte de corrente DC $I = 1.136mA$, as baterias de V_{CC} e $-V_{CC}$ e as seguintes equações, supondo que os transistores trabalhem no modo ativo.

A primeira expressão relaciona as correntes de coletor e emissor, de forma que

$$I_C = \frac{\beta}{\beta + 1} I_E = \alpha I_E \approx 0.996 I_E \quad (1)$$

Voltando ao circuito, facilmente se vê, por inspeção, que

$$I_{E1} = I_{E2} = \frac{I}{2} = 568\mu A$$

Sendo assim, através da relação 1, chega-se a

$$I_{C1} = \alpha I_{E1} = \alpha \frac{I}{2} = 0.996 \frac{1.136mA}{2} = 565.43\mu A$$

e, da mesma forma,

$$I_{C2} = \alpha I_{E2} = \alpha \frac{I}{2} = 0.996 \frac{1.136mA}{2} = 565.43\mu A$$

Finalmente, o valor de R_C pode ser calculado através da equação:

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_D}{I_C} \quad (2)$$

Substituindo os valores em 2 e calculando V_C para aproximadamente a metade da excursão máxima possível, isto é, $V_C = 5V$, obtém-se $R_C = 8.843k\Omega$.

As demais voltagens são:

$$V_{B1} = V_{B2} = 0$$

$$V_{E1} = V_{E2} = V_B - V_{BE} \approx 0 - 0.7 = -0.7V$$

A transcondutância g_m é

$$g_m \approx 40 I_C \approx 0.02262\Omega^{-1} \quad (3)$$

A análise de polarização (BIAS POINT DETAIL) nos fornece as tabelas 1 e 2. Comparando os dados simulados com os teóricos, conclui-se que os teóricos adequam-se com grande precisão, com exceção das tensões V_E nos pinos de emissor. O motivo

Tabela 1: Voltagens de polarização.

NODE	VOLTAGE [V]	NODE	VOLTAGE [V]
V_{C1}	5.0006	V_{C2}	5.0006
V_{CC}	10.0000	$-V_{CC}$	-10.0000
V_{E1}	-0.6117	V_{E2}	-0.6117
V_{B1}	0.0000	V_{B2}	0.0000

Tabela 2: Correntes de polarização.

NODE	CURRENT [A]	NODE	CURRENT [A]
I_{C1}	5.65E-04	I_{C2}	5.65E-04
I_{B1}	2.65E-06	I_{B2}	2.65E-06
I_{E1}	5.68E-04	I_{E2}	5.68E-04

dessa diferença é que, nas análises, consideramos $V_{BE} = 0.7V$, sendo que o modelo utilizado pelo programa tal valor é $V'_{BE} = 0.6117V$.

Vamos agora analisar o circuito de maneira AC. O primeiro passo é determinar a corrente i_e , que é a corrente que sai do emissor do transistor Q_1 , cujo valor é obtido através da equação 4.

$$i_e = \frac{v_i}{2r_e} \quad (4)$$

O segundo passo é determinar as voltagens nos pinos coletores de cada transistor. Para isso, leva-se em consideração que $i_e = i_{e1} = -i_{e2}$, $i_{c1} = -i_{c2} = \alpha i_{e1}$ e $r_e = \frac{\alpha}{g_m} = 44.01\Omega$. Sendo assim, obtém-se

$$v_{c1} = -R_C \alpha i_{e1} = -\frac{R_C}{2r_e} \alpha v_i$$

e

$$v_{c2} = -R_C \alpha i_{e2} = \frac{R_C}{2r_e} \alpha v_i$$

O ganho diferencial é, portanto

$$A_d = \frac{v_{c2} - v_{c1}}{v_i} = 2\alpha \frac{R_C}{2r_e} = \alpha \frac{R_C}{r_e} = 200.0 \frac{V}{V} \quad (5)$$

e os não diferenciais, quando a saída é a tensão do pino coletor de Q_1 e quando é no pino de Q_2 , respectivamente,

$$A_{nd1} = \frac{v_{c1}}{v_i} = -\frac{\alpha R_C}{2r_e} = -100.0 \frac{V}{V}$$

e

$$A_{nd2} = \frac{v_{c2}}{v_i} = \frac{\alpha R_C}{2r_e} = 100.0 \frac{V}{V}$$

Considere agora o gráfico da figura 6 da seção **Anexos** que corresponde ao transistório da tensão v_{C1} . Como esperado, o sinal de saída está oscilando em torno de

¹Valor obtido observando-se o modelo utilizado pelo *PSPice*

5V, que é justamente a tensão de polarização. Quando v_i atinge o seu pico positivo, a onda de saída atinge o negativo, justificando o sinal negativo em A_{nd1} , e com amplitude, em relação a 5V, de aproximadamente a $\pm 0.9V$. Levando em consideração que o valor teórico calculado foi $100 * 0.10mV = 1V$, os resultados obtidos apresentaram um erro de 10% em relação à teoria. Uma das possíveis causas é que, no cálculo de g_m , utilizamos $V_T = 25mV$, sendo que não sabe-se ao certo que valor o *PSpice* usa.

O mesmo raciocínio pode ser utilizado no gráfico da figura 7 que corresponde ao transitório da tensão v_{C2} . Da mesma maneira que v_{C1} , a onda oscila em torno de 5V. A diferença é que quando v_i atinge o seu pico positivo, a onda de saída também atinge o positivo, ao contrário do caso passado. Isso era esperado, visto que não existe um sinal negativo na expressão de A_{nd2} . O erro na amplitude também é próximo de 10% e a causa é a mesma já explicada anteriormente.

Nas análises realizadas anteriormente, assumimos que os transistores estavam operando em modo ativo, isto é, EBJ diretamente polarizada e CBJ reversamente. Isto era facilmente garantido pelo valor escolhido da tensão de polarização - aproximadamente metade da excursão máxima - e pelo fato que a entrada eram sinais de pequenas amplitudes. Considere agora uma tensão de entrada com um pico relativamente alto, com $v_i = 1V$. Para tensões do coletor maiores ou iguais a $V_{CC} = 10V$, a junção CBJ estará diretamente polarizada e o transistor trabalhará em modo saturado. Por outro lado, se a tensão no coletor for suficientemente baixa ($v_C \leq V_{BCon} \approx 0.5V$), o transistor não conduzirá corrente e estará cortado, uma vez as duas junções estarão reversamente polarizadas.

O gráfico da figura 8 da seção **Anexos** representa este caso para a onda de saída em v_{C1} . Como o ganho A_{nd1} é negativo, se $v_i \geq 0.05V$, então $v_{c1} = A_{nd1}v_i \leq -5V$ e, portanto, $v_{C1} = V_{C1} + v_{c1} \leq 0$. Neste intervalo de valores, o transistor Q_1 estará cortado. Considere agora a situação em que $v_i \leq -0.05V$: $v_{c1} = A_{nd1}v_i \geq 5V$ e $v_{C1} = V_{C1} + v_{c1} \geq V_{CC} = 10V$, resultando Q_1 em estado em estado de saturação. Como esperado, o gráfico adquire um aspecto linear nesta faixa, cuja tensão de saída não muda. Finalmente, o transistor Q_1 só operará em estado ativo no intervalo próximo de $(-0.05V, 0.05V)$.

Podemos repetir o raciocínio para Q_2 , obtendo o gráfico da figura 9. Os resultados são similares, mas com a ressalva que o sinal do ganho será invertido e, assim, no intervalo de tensões em que Q_1 estaria cortado, Q_2 estaria saturado e vice-versa.

A figura 10, que é o transitório da tensão diferencial, resume a situação: o amplificador só estará funcionando entre -10V e 10V.

Analisemos agora as frequências de corte inferior e superior. A inferior é calculada através dos valores dos capacitores que foram incorporados ao circuito e, neste caso, como tais capacitores não estão presentes, f_L não existe. Em outras palavras, este amplificador trabalha mesmo para pequenas frequências, desde 0Hz. A superior, por outro lado, é determinada por capacitâncias internas aos próprios transistores. A frequência superior pode ser calculada através da equação:

$$f_H = \frac{1}{2\pi C_{in} R'_{sig}} \quad (6)$$

em que

$$C_{in} = C_{\pi} + C_{\mu}(1 + g_m R'_L) \quad (7)$$

e

$$R'_{sig} = r_{\pi} || [r_x + (R_B || R_{sig})] \quad (8)$$

$C_{\pi} = 48.10pF$ e $C_{\mu} = 3.69pF$ são obtidos através da observação de *Examine Output*, e $R'_L = R_C || r_o = 8.843k || 189k = 8.447k\Omega$. Considerando que $r_x = 1,3\Omega$ (da mesma forma, através do arquivo gerado por *Examine Output*) e que $R_B = R_{sig} = 0$, calcula-se

$$r_{\pi} = \frac{\beta}{gm} = 9.727k\Omega \quad (9)$$

$$R'_{sig} \approx r_{\pi} || r_x = \frac{\frac{\beta}{gm} r_x}{r_x + \frac{\beta}{gm}} = 1.29\Omega$$

e

$$C_{in} = C_{\pi} + C_{\mu}(1 + g_m R'_L) = 15.2nF$$

Finalmente, substituindo os valores em 6, obtem-se

$$f_H = \frac{1}{2\pi * 15.2 * 1.29 * 10^{-9}} = 8.12MHz$$

O resultado obtido para o ganho diferencial está representando na figura 4. O ganho de tensão diferencial obtido pelo gráfico foi aproximadamente

$$A'_d = \frac{v'_o}{v_i} \approx \frac{1.83}{0.01} \approx 183 \frac{V}{V}$$

sendo que o calculado pela equação 5 foi $A_d = 200.0$. A diferença de 8.5% pode ser explicada por algumas suposições e simplificações realizadas, como por exemplo, $V_T = 25mV$ ou $g_m \approx 40I_C$.

A frequência em que o ganho corresponde a sua metade, ou seja, $A_d \approx 91.5$, é estimada em $f'_H \approx 8.864MHz$, apresentando um erro de 8% em relação ao teórico. Tal erro deve-se principalmente aos diferentes parâmetros usados, como, por exemplo, a transcondutância (g_m) e, novamente, V_T .

A resistência de saída é definida como o valor de R_L que reduz o ganho à metade. Para calculá-la, coloca-se uma resistência entre os terminais da saída, como indicado na figura 2. Se efetuarmos essa mudança no circuito e simularmos novamente, obteremos o gráfico da figura 5, cujo ganho é

$$A'_{\frac{d}{2}} \approx \frac{0.915}{0.010} \approx 91.5$$

Como esperado este ganho é aproximadamente metade de $A'_d \approx 183$ e, portanto, $R_{out} = 16.9k\Omega$ é um valor razoável para a resistência de saída.

Tabela 3: Parâmetros dos transistores BJT.			
PARAM	VALUE	PARAM	VALUE
I_S	30.6E-15 A	I_B	2.65E-06 A
β	220	V_{BE}	6.12E-01 V
I_C	5.65E-04 A	V_{CE}	5.61E+00 V
g_m	2.18E-02	r_π	9.93E+03 Ω
f_T	6.69E+07 Hz	r_o	1.89E+05 Ω

Finalmente, utilizando a ferramenta *BJT MODEL PARAMETERS*, obtem-se a tabela 3.

Através das equações 3 e 9, obtemos, respectivamente, $g_m = 0.02262\Omega^{-1}$ e $r_\pi = 9.727k\Omega$. Comparando com os valores da tabela 3, podemos concluir que os resultados foram muito próximos, com erros de 3% para a transcondutância e 2% para r_π , causados, novamente, pelas suposições feitas.

2. Seja agora o circuito da figura 3 que representa um estágio de saída CLASSE B. Considere $R_L = 10.136\Omega$ e v_i uma fonte de tensão senoidal de amplitude 10V.

Vamos analisar a função de transferência deste circuito através da ferramenta *DC Sweep*, obtendo a saída para valores de v_i entre -10V e 10V, variando 0.1. O resultado desta simulação encontra-se na figura 11 da seção **Anexos**. Nesta figura, percebe-se que existe uma região em que $v_o = 0$, chamada de *crossover distortion*. Para entender esta característica, temos que estudar comportamento de cada transistor. Considere Q_1 inicialmente: se $v_i \leq V_{BCon} \approx 0.5V$, Q_1 não conduz e está cortado. Seja Q_2 agora: se $v_i \geq V_{BCon} \approx -0.5V$, Q_2 não conduz e está cortado. Portanto, na faixa de valores entre -0.5V e 0.5V, ambos os transistores estão cortados e a saída é 0. Esta análise também nos revela que quando Q_1 está conduzindo (lado direito do gráfico), Q_2 está cortado e vice-versa.

Realizada a análise DC, vamos nos concentrar na parte AC. Vamos considerar que a tensão de saída é aproximadamente igual a de entrada, uma vez que a tensão de junção EBJ $\approx 0.7V$ é muito menor que 10V. Tem-se, portanto:

$$v_o = v_i - V_{BE} \approx v_i = V_o \sin(\omega t) \quad (10)$$

A corrente na carga pode ser escrita por

$$i_l = \frac{V_o}{R_L} \sin(\omega t) \quad (11)$$

A potência instantânea e média (ou eficaz) na carga são calculadas, respectivamente, através de

$$P_L(t) = v_o i_l = \frac{V_o^2}{R_L} \sin^2(\omega t) \quad (12)$$

$$\overline{P_L} = \frac{1}{2} \frac{V_o^2}{R_L} \quad (13)$$

Utilizando os valores $R_L = 10.136\Omega$ e $V_o = 10V$ em 13, obtem-se $\overline{P_L} = 4.933W$. Vamos considerar nesta etapa os gráficos 12 e 13, obtidos através das análises dos transitórios da tensão e corrente, respectivamente, na carga. A tensão de saída apresenta um amplitude de aproximadamente $V_o' \approx 9.2V$ e a corrente, um pico de $I_o' \approx 0.92A$. Utilizando a expressão 13, calcula-se uma potência média $\overline{P_L'} = 4.232W$. O erro de $\approx 16\%$ entre as potências teórica e prática pode ser explicado pelas simplificações realizadas, como a suposição de que a *crossover distortion* não afetava as contas e inexistência de V_{BE} nas equações.

A potência média utilizada nas fontes de tensão é escrita pela equação

$$\overline{P_S} = \frac{2}{\pi} \frac{V_o}{R_L} V_{CC} \quad (14)$$

Substituindo os valores em 14, obtem-se $\overline{P_S} = 6.281W$. Repetindo o método utilizado para calcular a potência na carga, simulamos os transitórios das correntes nas duas fontes de tensão. Como cada transistor trabalha sem a interferência do outro, isto é, se Q_1 está conduzindo, então Q_2 está cortado e vice-versa, a corrente que passa por cada fonte é uma metade da total e corresponde a um semi-ciclo (pela bateria positiva flui a corrente positiva e pela negativa, evidentemente, o restante). É por essa razão que existe o fator $\frac{1}{\pi}$ na fórmula 14, sendo o resultado da média de uma função senoidal com apenas um ciclo.

Os transitórios das correntes nas baterias positivas e negativas estão, respectivamente, representadas nas figuras 14 e 15. As amplitudes são $I^+ = 0.9A$ e $I^- = -0.88A$. As potências eficazes são $\overline{P_+} = V_{CC} \frac{I^+}{\pi} = 2.865W$ e $\overline{P_-} = V_{CC} \frac{I^-}{\pi} = 2.801W$ e a total é $\overline{P_S'} = \overline{P_-} + \overline{P_+} = 5.667W$. O erro de $\approx 9.8\%$ entre os resultados prático e teórica podem ser explicados pelos mesmos motivos do caso anterior.

A eficiência do amplificador é definida por

$$\eta = \frac{\overline{P_L}}{\overline{P_S}} \quad (15)$$

A eficiência teórica, como esperava-se, é máxima quando $V_o = V_{CC}$ e vale

$$\eta = \frac{\overline{P_L}}{\overline{P_S}} = \frac{4.933}{6.281} = 78.5\%$$

e a obtida experimentalmente é

$$\eta' = \frac{\overline{P_L'}}{\overline{P_S'}} = \frac{4.232}{5.667} = 74.7\%$$

com um erro de $\approx 5\%$.

Anexos

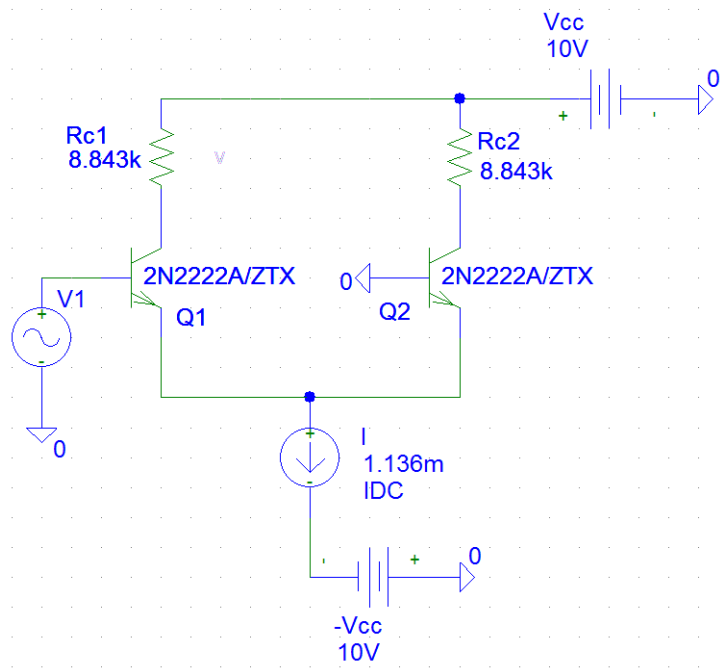


Figura 1: Circuito diferencial BJT.

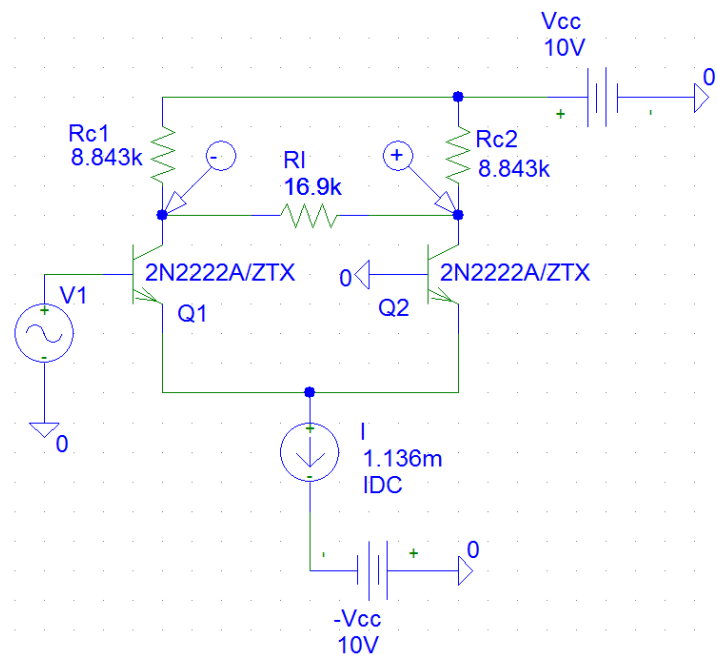


Figura 2: Circuito diferencial BJT com resistência R_L .

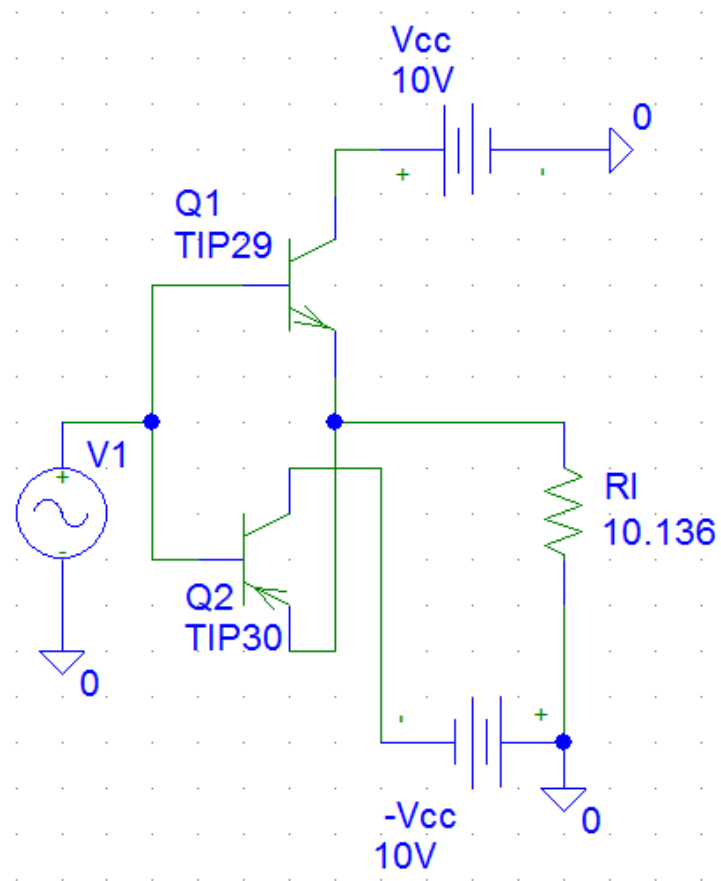


Figura 3: Estágio de saída CLASSE B.

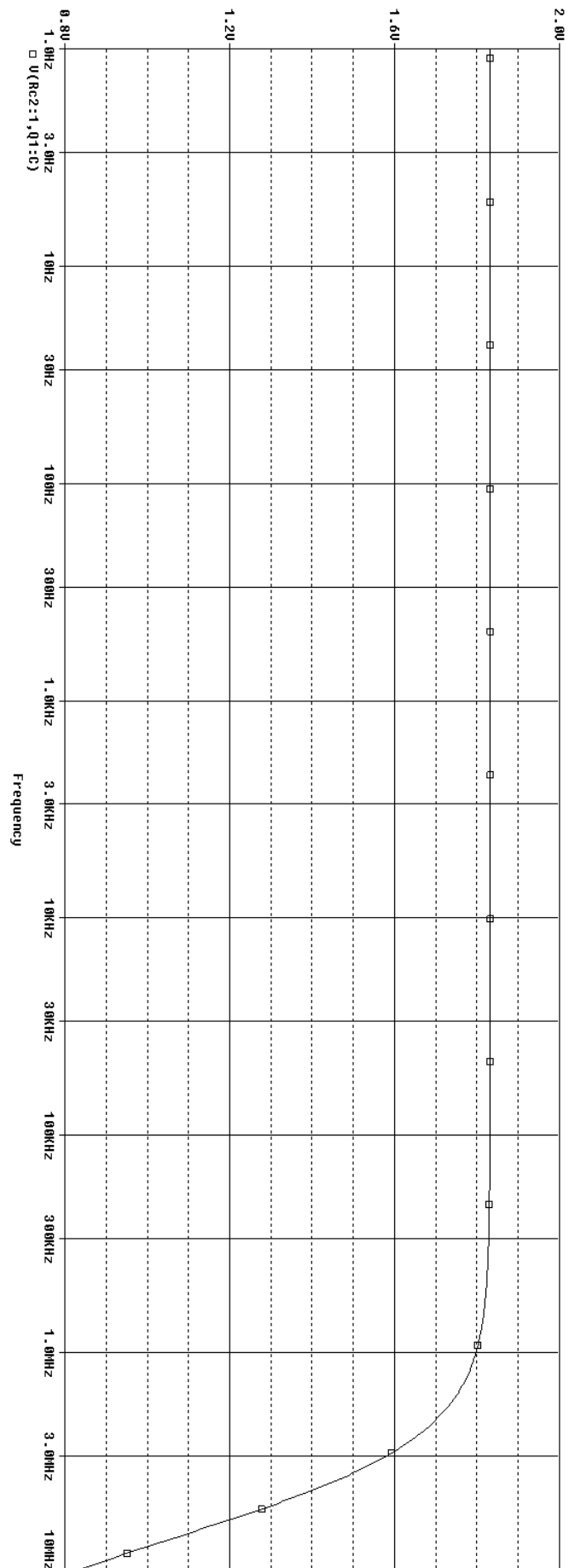


Figura 4: Função de transferência diferencial.

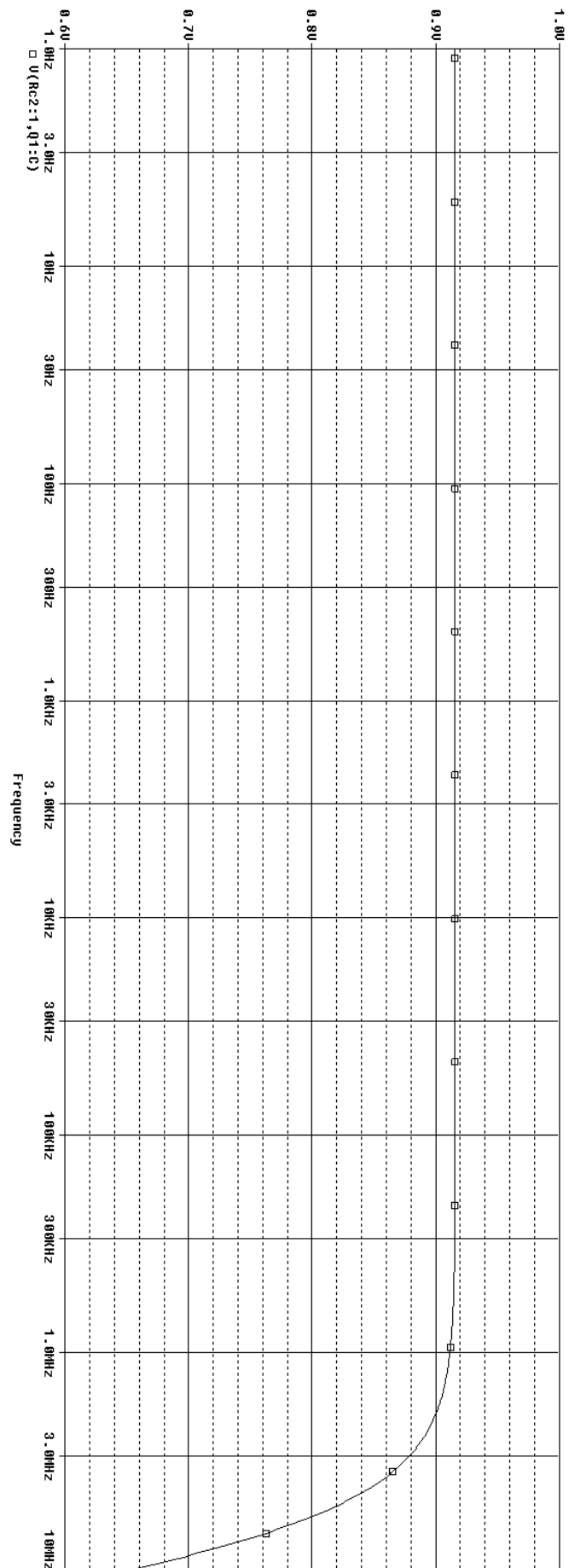


Figura 5: Função de transferência diferencial reduzido à metade.

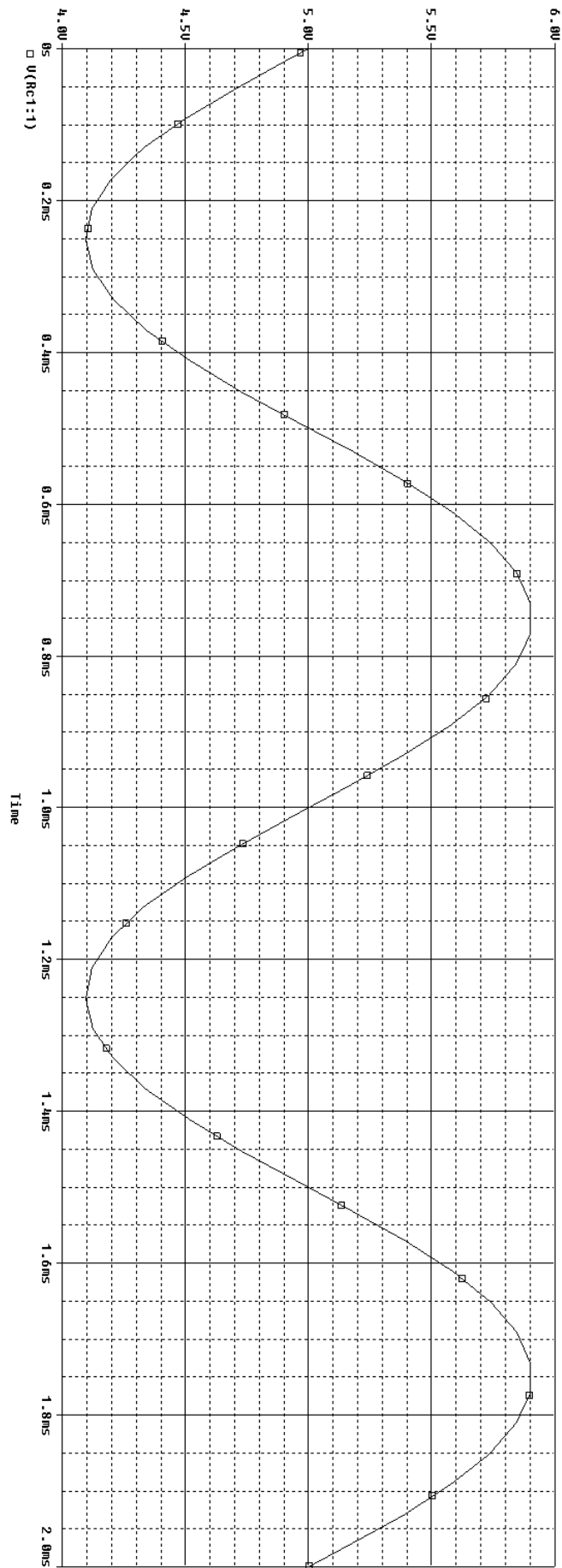


Figura 6: Transiente de onda de saída de v_{C1} .

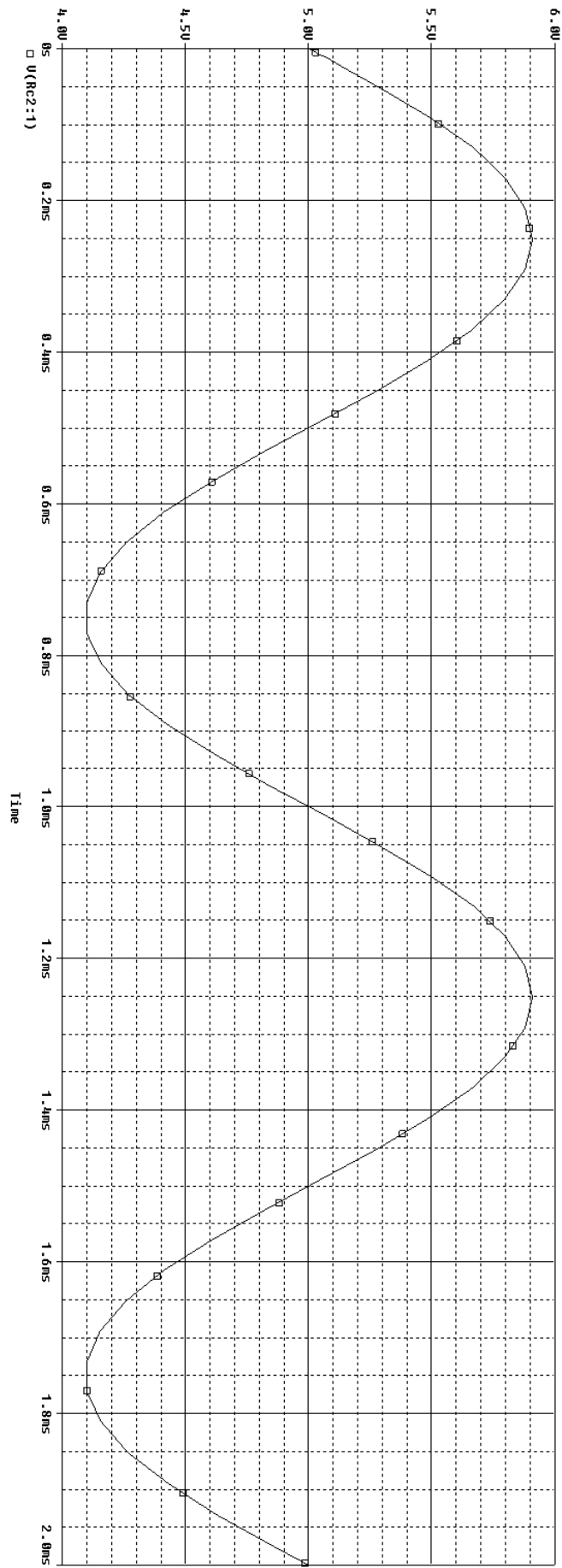


Figura 7: Transiente de onda de saída de v_{C2} .

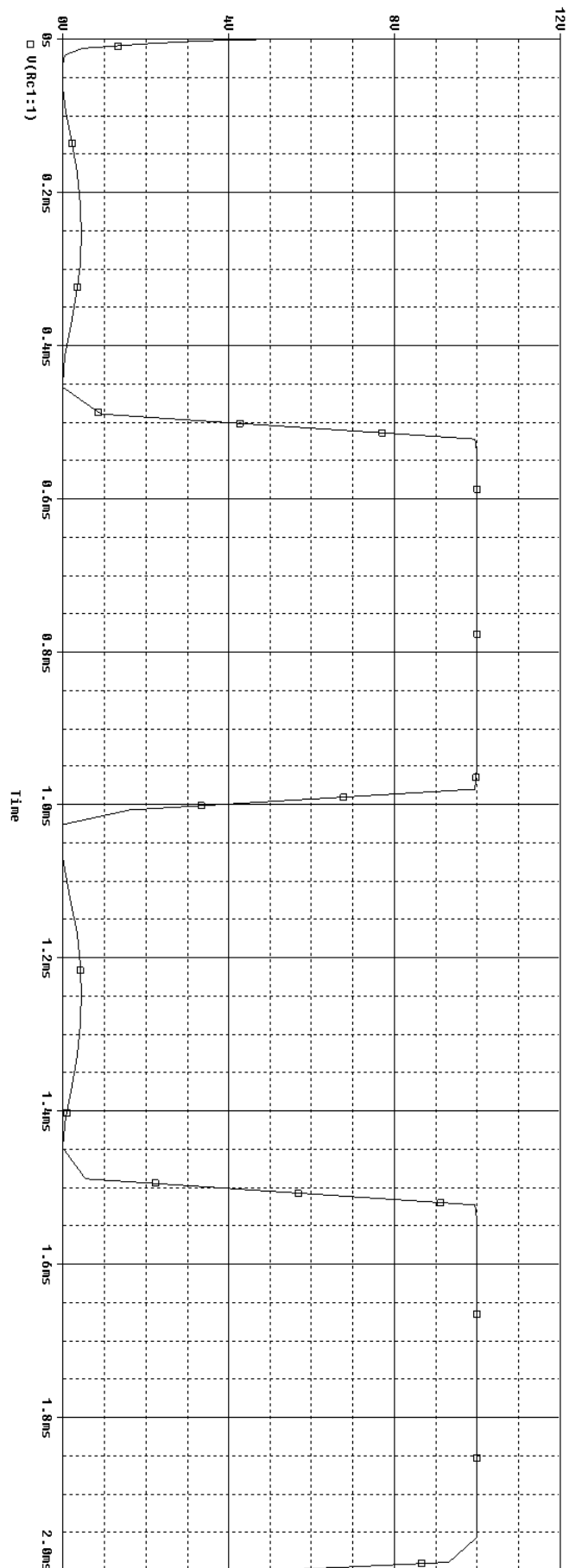


Figura 8: Transiente de onda de saída de v_{C1} para $v_i = 1V$.

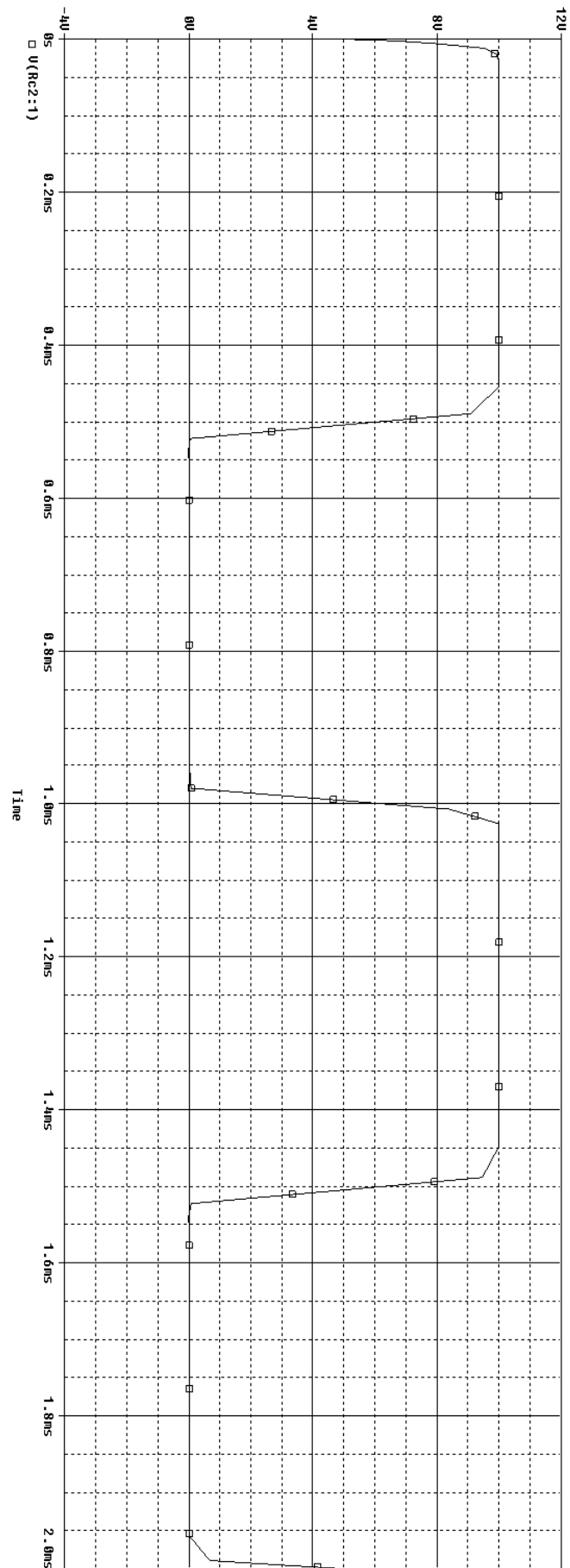


Figura 9: Transiente de onda de saída de v_{C2} para $v_i = 1V$.

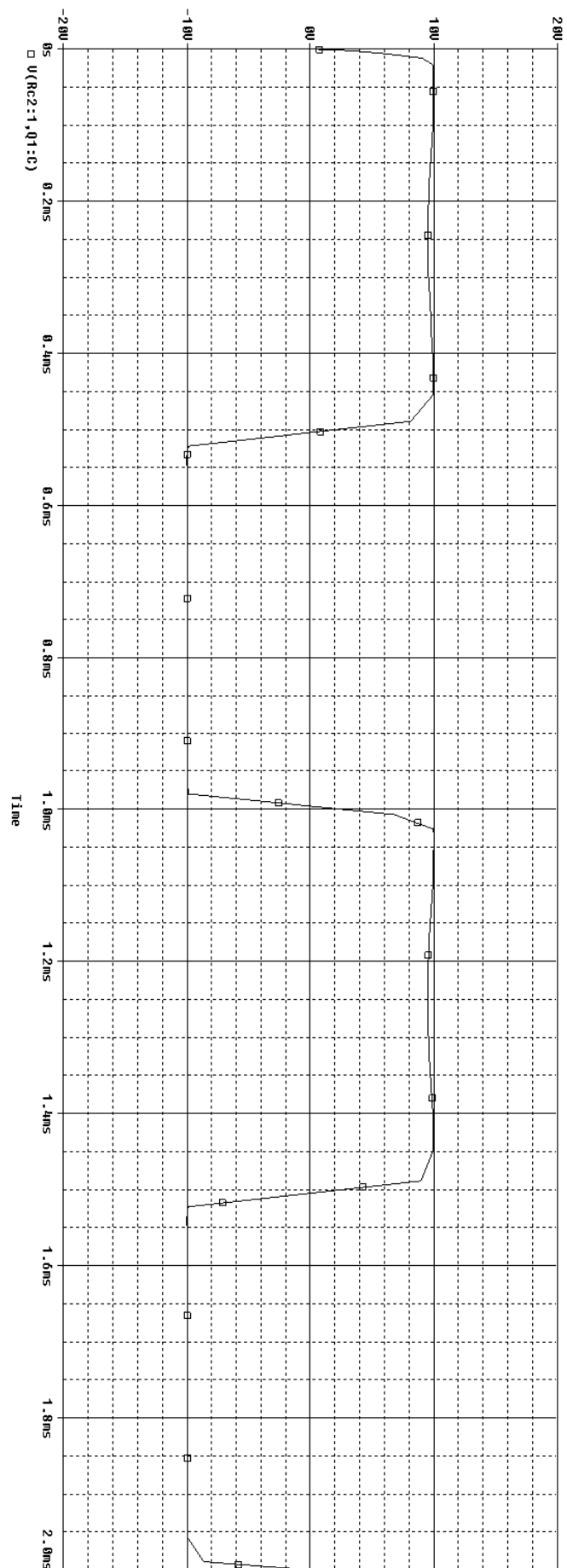


Figura 10: Transiente de onda de saída de v_d para $v_i = 1V$.

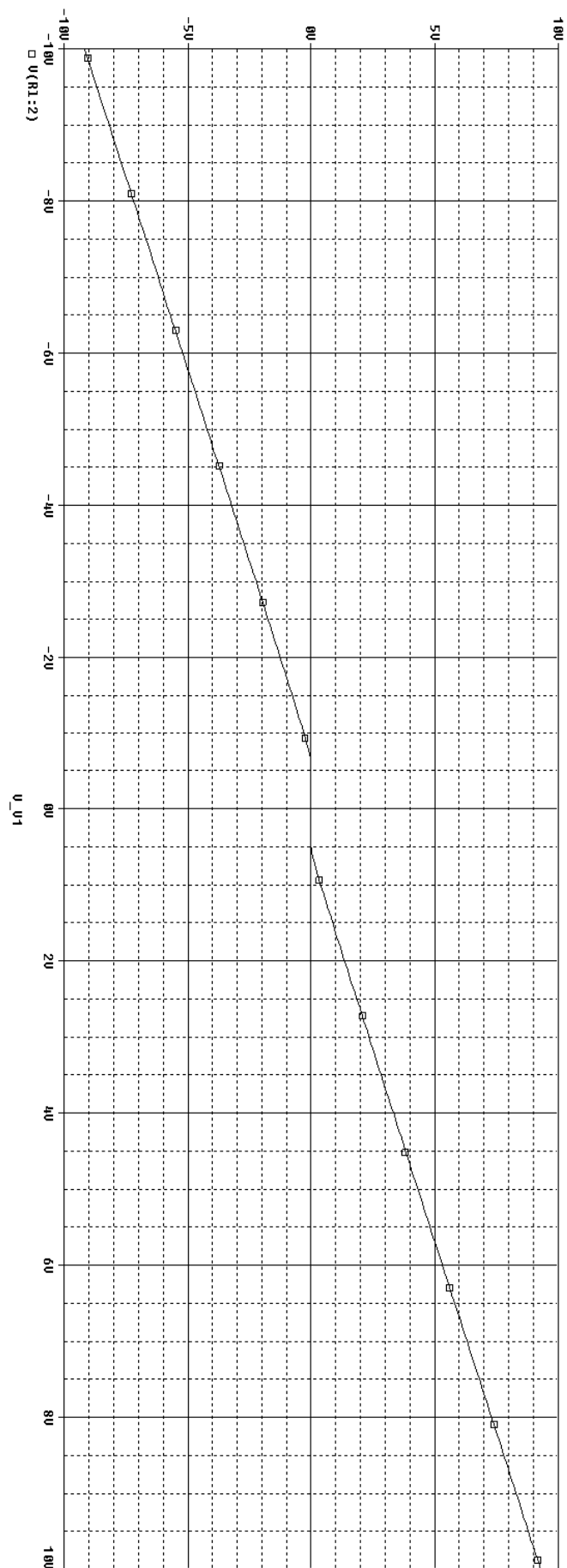


Figura 11: Função de transferência do circuito CLASSE B.

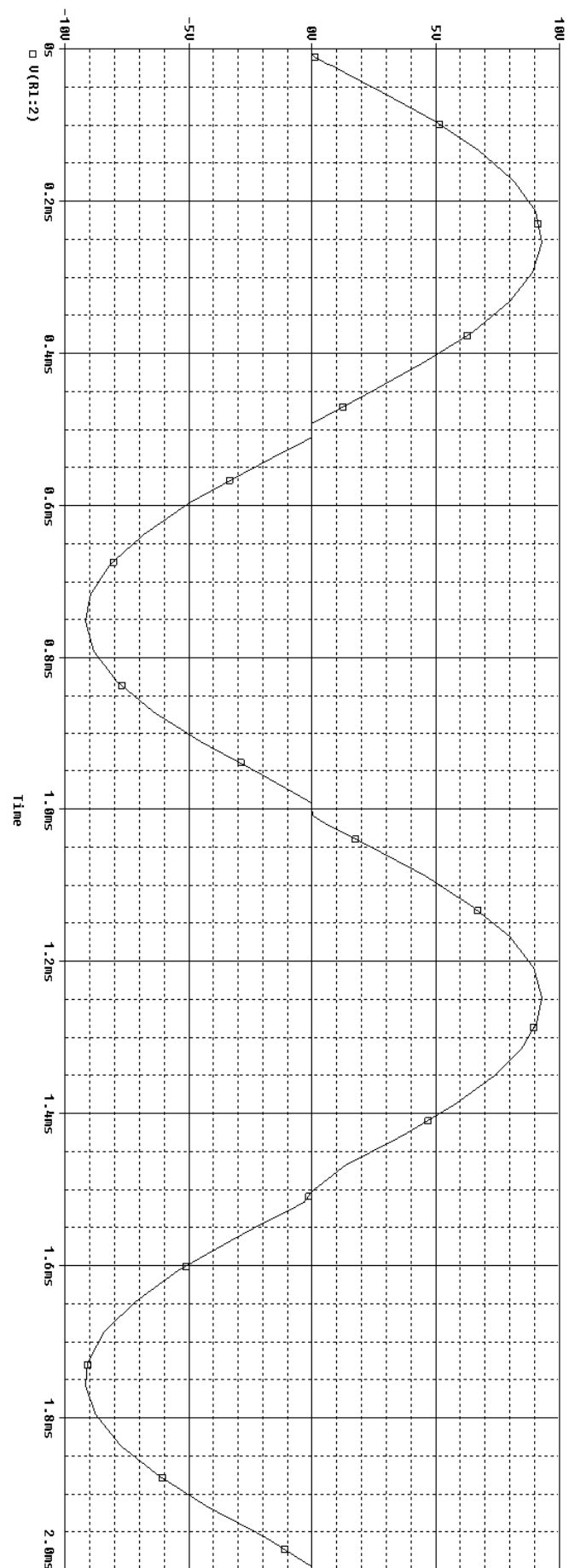


Figura 12: Transitório da tensão de saída.

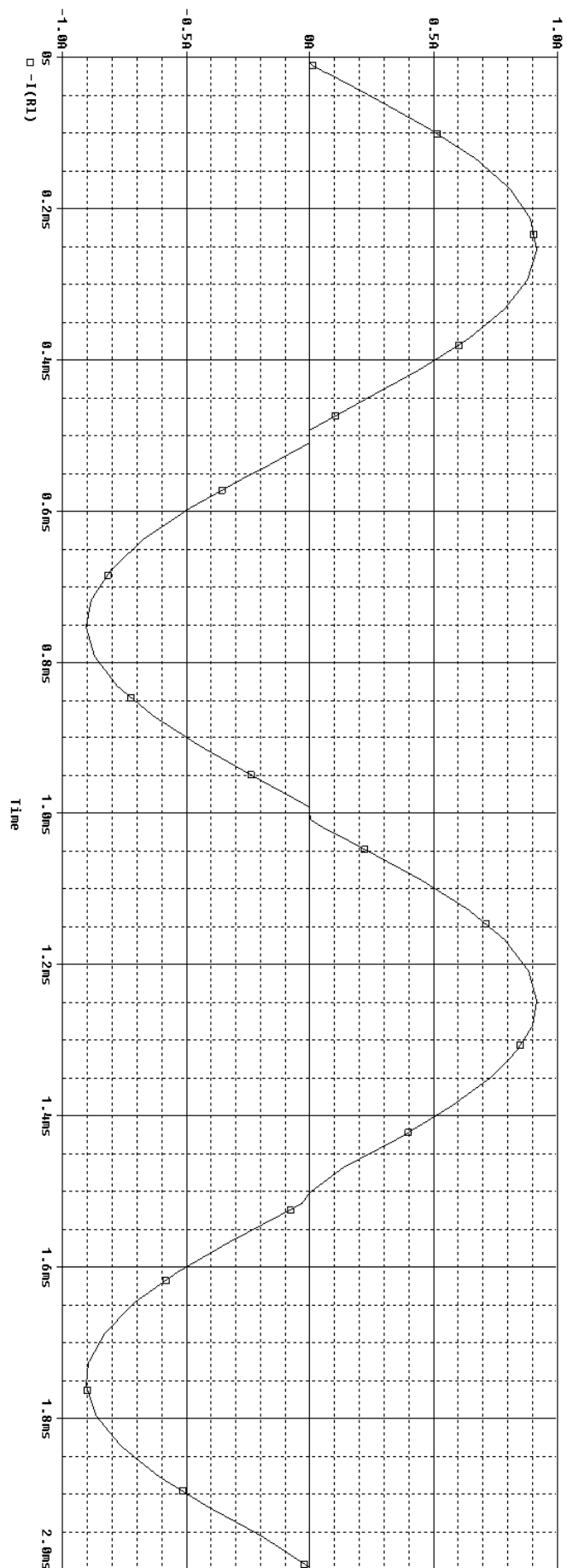


Figura 13: Transitório da corrente de saída.

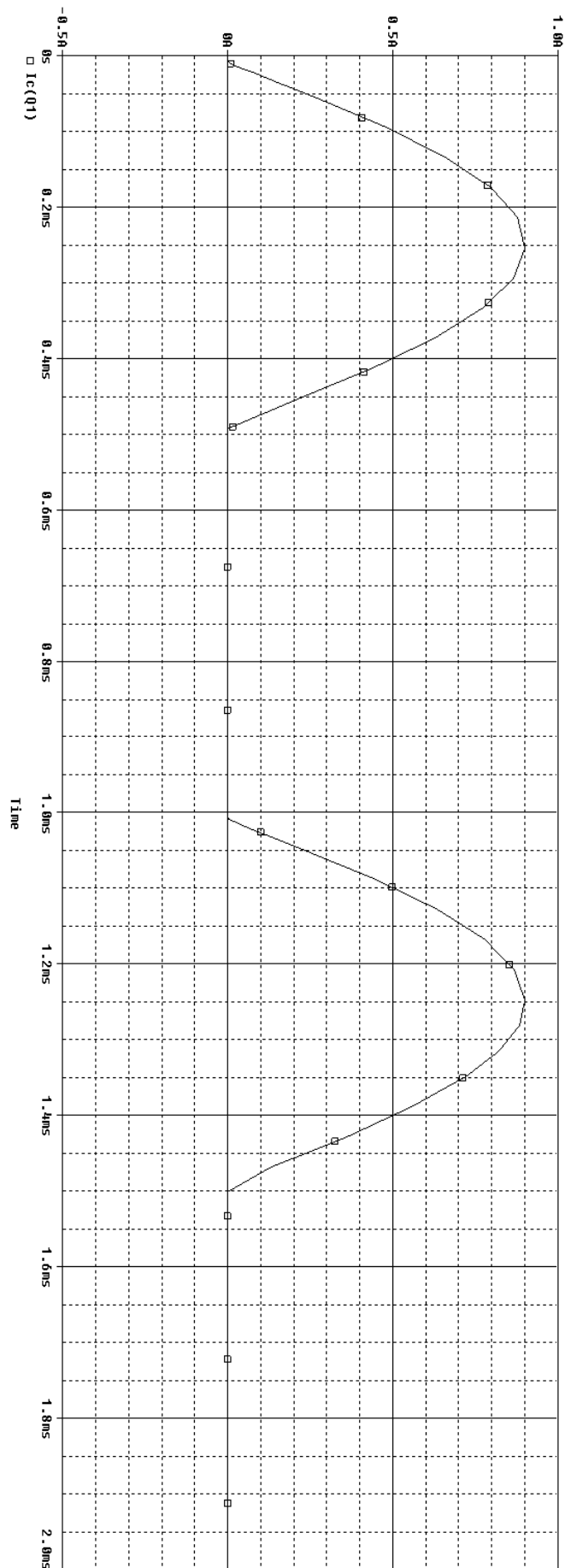


Figura 14: Transitório da corrente na fonte de tensão positiva V_{CC} .

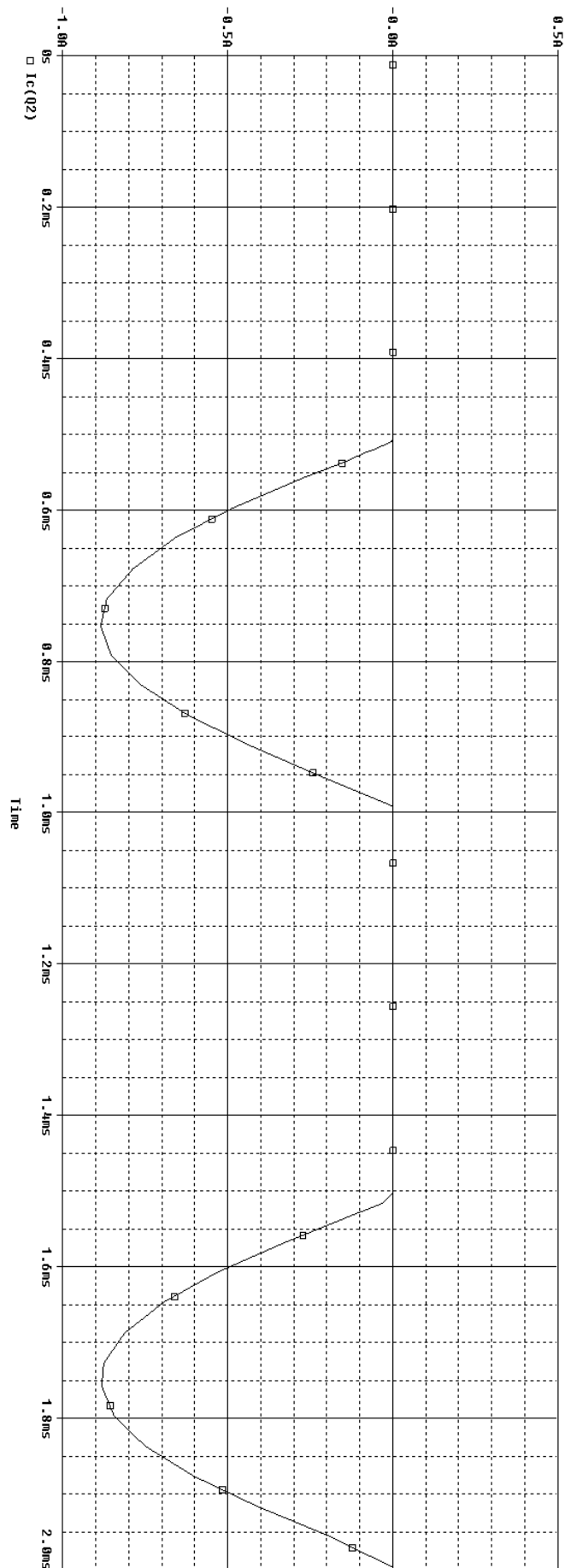


Figura 15: Transitório da corrente na fonte de tensão negativa $-V_{CC}$.