Step 6: Recursion and Iteration - Sorting

Instructor: Eunil Park (eunilpark@skku.edu)

Before We Start

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

Last Class

1. 자연수
2. 첫째 사례: 초 읽기 출력
3. 둘째 사례: 1부터 n까지 자연수 합 계산
4. 셋째 사례: b^n 계산

Sorting (정렬)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

Sorting

- 순서를 매길 수 있는 데이터를, 정한 순서로, 나열하는 문제
  - 예: [3, 5, 2, 4] ➔ [2, 3, 4, 5]
- Sorting은 CS에서 전통적으로 중요한 문제
  - 정렬된 데이터의 처리가 훨씬 효율적임
  - 수많은 sorting 알고리즘이 있음

Contents

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

Today's Schedule

1. 순서열
2. 선택정렬
3. 삽입정렬
4. 합병정렬
5. 퀵정렬
6. 버블정렬

01. 순서열

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

순서열(sequence)

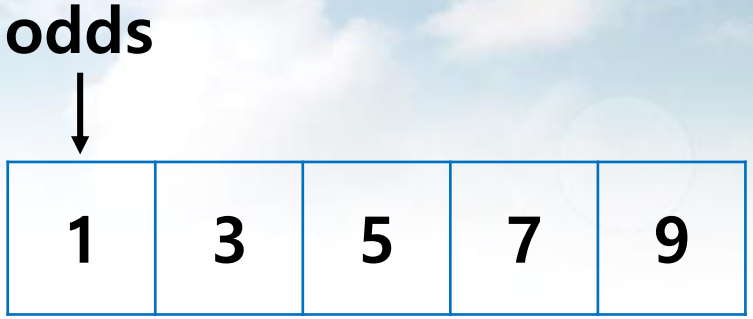
- 여러 개의 데이터를 순서있게 나열해 모아놓은 데이터 구조
- Python에서 기본 제공하는 순서열
  - 리스트(list)
  - 튜플(tuple)
  - 정수 범위(range)
  - 문자열
- 순서열은 index (위치번호)로 접근 가능
- 수정가능(mutable) 순서열
  - List
- 수정불가능(immutable) 순서열
  - Tuple, range, 문자열

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

리스트(list)

- 대괄호[ ]로 표현

```
>>> odds = [1, 3, 5, 7, 9]
>>> odds
[1, 3, 5, 7, 9]
>>> odds[1]
3
>>> odds[-2]
7
>>> odds[5]
Traceback (most recent call last):
  File "<pyshell#4>", line 1, in <module>
    odds[5]
IndexError: list index out of range
```



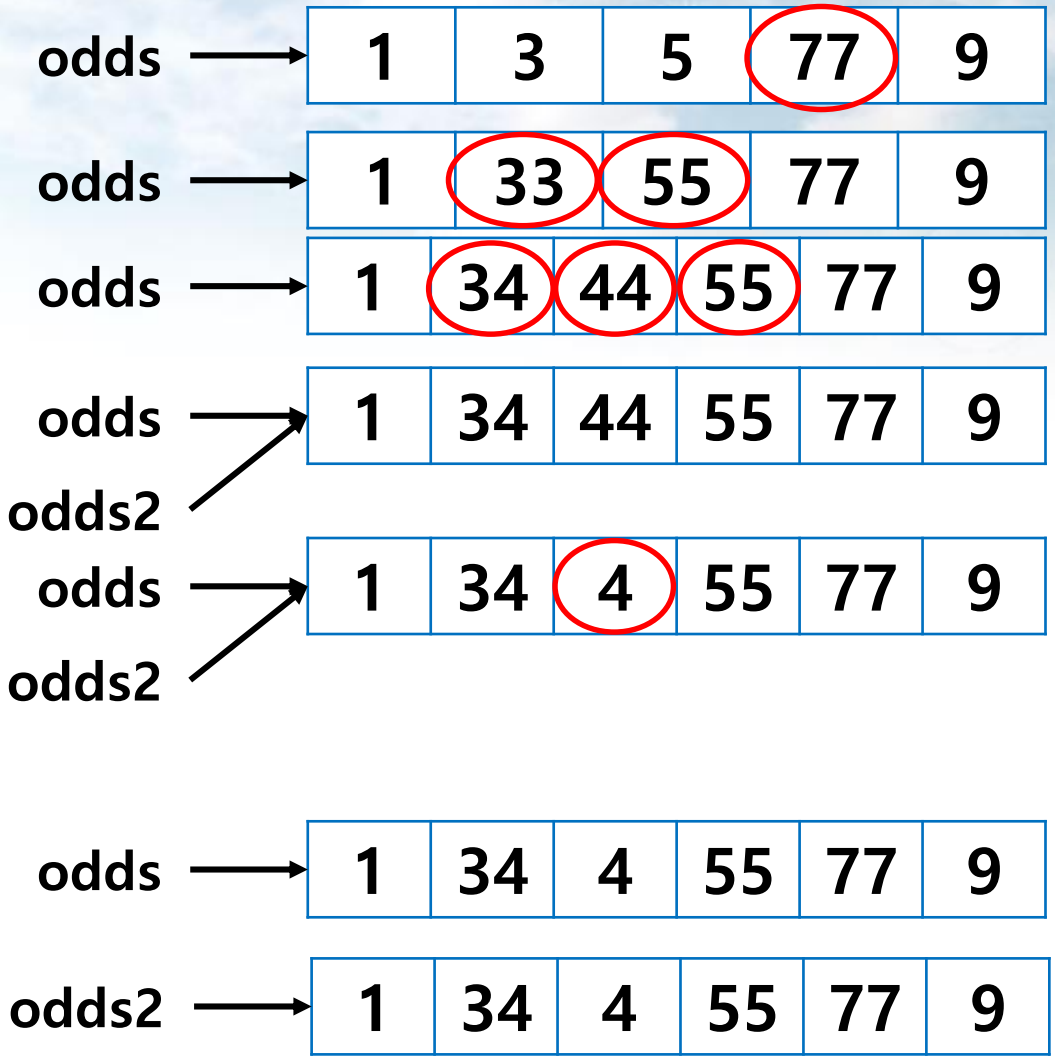
SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

리스트 수정/복제

- odds[3] = 77
- odds[1:3] = 33, 55
- odds[1:3] = 34, 44, 55

- odds2 = odds
- odds2[2] = 4

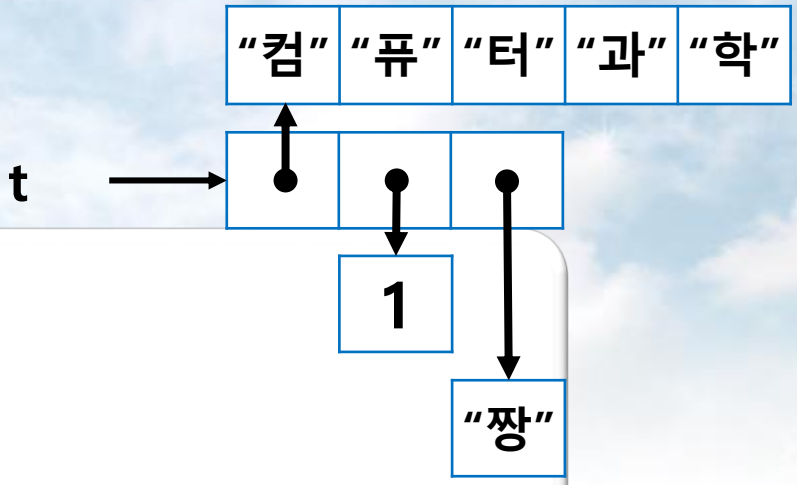
- #list copy
  odds2 = odds[:]



SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

튜플(tuple)

- 괄호로 표현



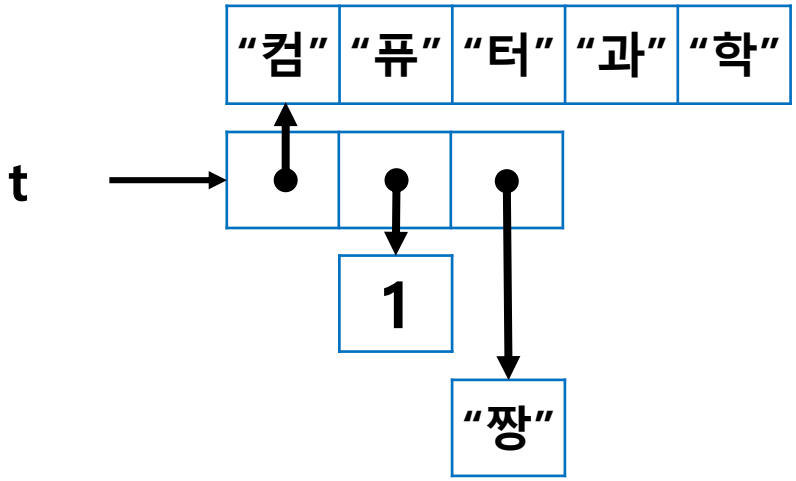

```
>>> t = ('컴퓨터과학', 1, '짱')
>>> t[2]
'짱'
>>> t[:2]
('컴퓨터과학', 1)
>>> t[2] = '꽝'
Traceback (most recent call last):
  File "<pyshell#17>", line 1, in <module>
    t[2] = '꽝'
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
>>> t[1] = 3
Traceback (most recent call last):
  File "<pyshell#18>", line 1, in <module>
    t[1] = 3
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

새 튜플 생성

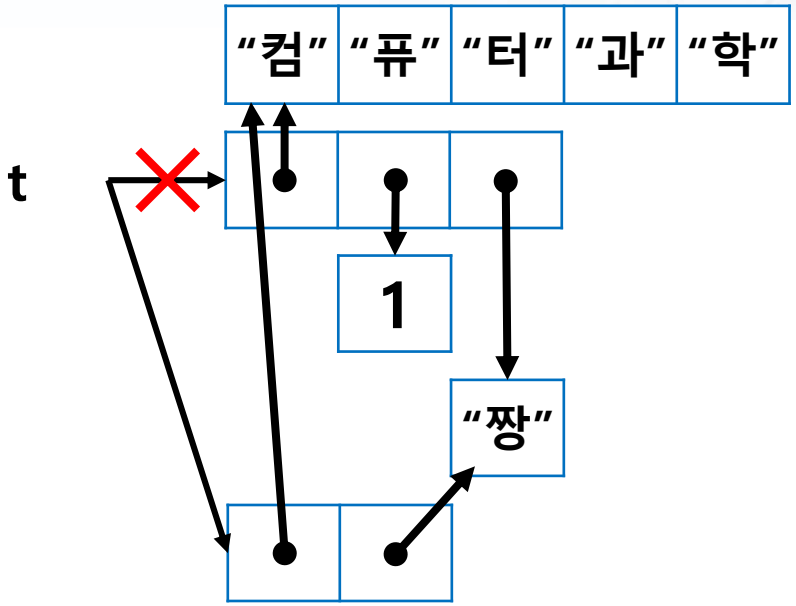
- 새 튜플 “t” 생성(수정x)

t = t[:1] + t[2:]

[실행 전]



[실행 후]



수정이 잦은 데이터는 리스트에 보관하는 것이 효율적일 수 있음

01. 순서열

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

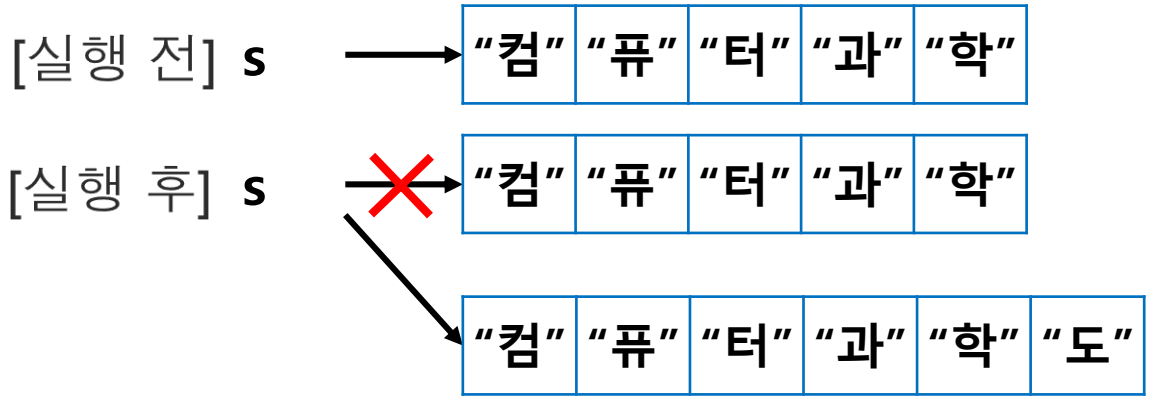
문자열(string)

- 수정불가능(immutable)

```
>>> s = "컴퓨터과학"
>>> s
'컴퓨터과학'
>>> s[3] = '공'
Traceback (most recent call last):
  File "<pyshell#25>", line 1, in <module>
    s[3] = '공'
TypeError: 'str' object does not support item assignment
```

- 수정이 불가능하기 때문에 새로운 문자열 생성만 가능

```
>>> s = s + '도'
>>> s
'컴퓨터과학도'
>>>
```



SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

정수범위(range)

- 정수가 일정 간격으로 나열된 순서열
- range(n)은 0부터 n-1까지 간격 1의 정수열
  - 예: range(5)는 0, 1, 2, 3, 4 순서열

```
>>> r = range(5)
>>> r
range(0, 5)
>>> r[2]
2
>>> r[2] = 3
Traceback (most recent call last):
  File "<pyshell#31>", line 1, in <module>
    r[2] = 3
TypeError: 'range' object does not support item assignment
>>> 3 in r
True
>>> 5 in r
False
```

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

range(m,n,k)

- 정수 m부터 n-1까지 간격 k의 정수 범위 순서열
- 예:

range(3,10) = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

range(3,11,2) = 3, 5, 7, 9

range(10,3,-1) = 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

반복문: for

- 길이가 고정된 순서열을 하나씩 처리하는 경우 편리함
- 문법

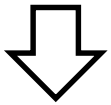
문법	for <변수 이름> in <순서열>: <몸체>
의미	<변수 이름>을 x라고 하고, <순서열>을 s라고 하면, 다음을 차례대로 실행한다. - s[0]를 변수 x로 지정하고 <몸체> 를 실행한다. - s[1]를 변수 x로 지정하고 <몸체> 를 실행한다. - s[2]를 변수 x로 지정하고 <몸체> 를 실행한다. - …… - s[len(s)-1]를 변수 x로 지정하고 <몸체> 를 실행한다.

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

반복문: for

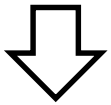
- 예제

```
for i in range(5):
    print(i)
```



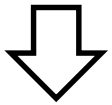
```
0
1
2
3
4
```

```
for i in range(3,10):
    print(i)
```



```
3
4
5
6
7
8
9
```

```
for i in range(10,3,-3):
    for j in range(3,11,3):
        print(i, j)
```



```
10 3
10 6
10 9
7 3
7 6
7 9
4 3
4 6
4 9
```

01. 순서열

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

순서열 연산

- s = [1, 4, 7, 1, 5, 1, 4, 7]

연산	의미	예시	결과
x in s	x가 s에 있으면 True, 없으면 False	3 in s	False
x not in s	x가 s에 없으면 True, 있으면 False	9 not in s	True
s[i]	s의 i 위치에 있는 원소	s[6]	4
s[i:j]	i 위치(포함)에서 j 위치(제외)까지 순서열 조각	s[2:7]	[7, 1, 5, 1, 4]
s[i:j:k]	i 위치(포함)에서 j 위치(제외)까지의 k 간격으로 띄운 순서열 조각	s[2:8:2]	[7, 5, 4]
len(s)	s의 길이	len(s)	8
min(s)	s에서 가장 작은 원소	min(s)	1

01. 순서열

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

순서열 연산

- s = [1, 4, 7, 1, 5, 1, 4, 7]

연산	의미	예시	결과
max(s)	s에서 가장 큰 원소	max(s)	7
s.index(x)	s에서 가장 앞에 나오는 원소 x의 위치번호	s.index(7)	2
s.index(x, i)	s의 i위치에서 시작하여 가장 앞에 나오는 원소 x의 위치번호	s.index(1, 3)	3
s.index(x, i, j)	s의 i 위치로부터 j 위치 전까지에서 가장 앞에 나오는 원소 x의 위치번호	s.index(1, 4, 7)	5
s.count(x)	s에서 원소 x의 빈도수	s.count(1)	3
s + t	s와 t 나란히 붙이기	-	-
s * n	s를 n번 반복하여 나란히 붙이기	-	-
n * s	s를 n번 반복하여 나란히 붙이기	-	-

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

리스트의 귀납 정의

(1)	**기초 (basis)**	**빈 리스트 [ ] 은 리스트이다.**
(2)	귀납 (induction)	x 가 임의의 원소이고, L이 임의의 리스트이면, [x] + L도 리스트이다.
(3)	그 외에 다른 리스트는 없다.	

02. 선택정렬(selection sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

알고리즘

정수 리스트 s를 정렬하려면…?

- (반복조건) s != [ ],
  1. s에서 가장 작은 수를 찾아서 smallest 라고 하고,
     이를 s에서 제거
  2. s를 정렬
  3. smallest와 s를 차례로 나란히 붙여서 내줌
- (종료조건) s == [ ], 정렬할 필요가 없으므로 [ ]를 그대로 내줌

02. 선택정렬(selection sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

구현

```
1  def ssort0(s):
2      if s != [ ]:
3          smallest = min(s)
4          s.remove(smallest)
5          return [smallest] + ssort0(s)
6      else:
7          return [ ]
```

연산	의미	비고
s.remove(x)	s에서 가장 앞에 나오는 원소 x를 제거한다.	x가 s에 없으면 ValueError가 발생한다.

1. s에서 가장 작은 수를 찾아서 smallest 라고 하고,이를 s에서 제거
2. s를 정렬

3. smallest와 s를 차례로 나란히 붙여서 내줌
+ 재귀를 활용한 반복

s == [ ], 정렬할 필요가 없으므로 [ ]를 그대로 내줌

- ssort0([3, 5, 4, 2])
  - ➔ [2] + ssort0([3, 5, 4])
  - ➔ [2] + [3] + ssort0([5, 4])
  - ➔ [2] + [3] + [4] + ssort0([5])
  - ➔ [2] + [3] + [4] + [5] + ssort0([ ])
- ➔ [2] + [3] + [4] + [5] + [ ]
- ➔ [2, 3, 4, 5]

02. 선택정렬(selection sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

주의할 점

```
1  def ssort0err(s):
2      if s != []:
3          smallest = min(s)
4          return [smallest] + ssort0err(s.remove(smallest))
5      else:
6          return []
```

오류!

연산	의미	비고
s.remove(x)	s에서 가장 앞에 나오는 원소 x를 제거한다.	x가 s에 없으면 ValueError가 발생한다.

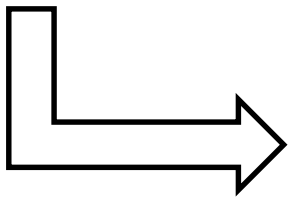
s.remove(x)가 리스트를 리턴해 주는 것이 아님

02. 선택정렬(selection sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

꼬리재귀

```
1  def ssort0(s):
2      if s != [ ]:
3          smallest = min(s)
4          s.remove(smallest)
5          return [smallest] + ssort0(s)
6      else:
7          return [ ]
```



```
1  def ssort1(s):
2      def loop(s, ss):
3          if s != [ ]:
4              smallest = min(s)
5              s.remove(smallest)
6              return loop(s, ss+[smallest])
7          else:
8              return ss
9      return loop(s, [ ])
```

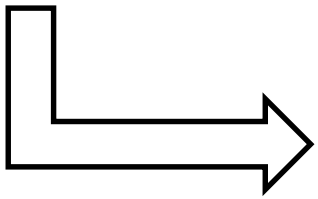
02. 선택정렬(selection sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

연산	의미	비고
s.append(x)	s의 맨 뒤에 x를 붙인다.	

append() 사용

```
1  def ssort1(s):
2      def loop(s, ss):
3          if s != [ ]:
4              smallest = min(s)
5              s.remove(smallest)
6              return loop(s, ss+[smallest])
7          else:
8              return ss
9      return loop(s, [ ])
```



```
1  def ssort2(s):
2      def loop(s, ss):
3          if s != [ ]:
4              smallest = min(s)
5              s.remove(smallest)
6              ss.append(smallest)
7              return loop(s, ss)
8          else:
9              return ss
10     return loop(s, [ ])
```

02. 선택정렬(selection sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

While반복문

```
1  def ssort3(s):
2      ss = [ ]
3      while s != [ ]:
4          smallest = min(s)
5          s.remove(smallest)
6          ss.append(smallest)
7      return ss
```

```
def ssort2(s):
    def loop(s, ss):
        if s != [ ]:
            smallest = min(s)
            s.remove(smallest)
            ss.append(smallest)
            return loop(s, ss)
        else:
            return ss
    return loop(s, [ ])
```

03. 삽입정렬(Insertion sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

알고리즘

정수 리스트 s를 정렬하려면…?

- (반복조건) s != [ ],
  1. s의 후미리스트인 s[1:]를 정렬하여 ss라고 함
  2. 정렬된 리스트 ss의 적당한 위치에 s의 선두원소인 s[0]를 끼워서 내줌
- (종료조건) s == [ ], 정렬할 필요가 없으므로 그대로 내줌

03. 삽입정렬(Insertion sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

구현

```
1  def isort0(s):
2      if s != []:
3          return insert(s[0], isort(s[1: ]))
4      else:
5          return []
```

- 정렬된 리스트 ss의 적절한 위치에 x를 끼워서 정렬된 리스트를 내어주는 insert(x,ss)가 있다고 가정

- isort0([3, 5, 4, 2])
  - ➔ insert(3, isort([5, 4, 2]))
  - ➔ insert(3, insert(5, isort0([4, 2])))
  - ➔ insert(3, insert(5, insert(4, isort0([2]))))
  - ➔ insert(3, insert(5, insert(4, insert(2, isort0([ ])))))
  - ➔ insert(3, insert(5, insert(4, insert(2, [ ]))))
  - ➔ insert(3, insert(5, insert(4, [2])))
  - ➔ insert(3, insert(5, [2, 4]))
  - ➔ insert(3, [2, 4, 5])
  - ➔ [2, 3, 4, 5]

03. 삽입정렬(Insertion sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

insert 함수 구현

예제:

- insert(**1**, [2, 4, 5, 7, 8]) ➔ [**1**, 2, 4, 5, 7, 8]
- insert(**6**, [2, 4, 5, 7, 8]) ➔ [2, 4, 5, **6**, 7, 8]
- insert(**9**, [2, 4, 5, 7, 8]) ➔ [2, 4, 5, 7, 8, **9**]

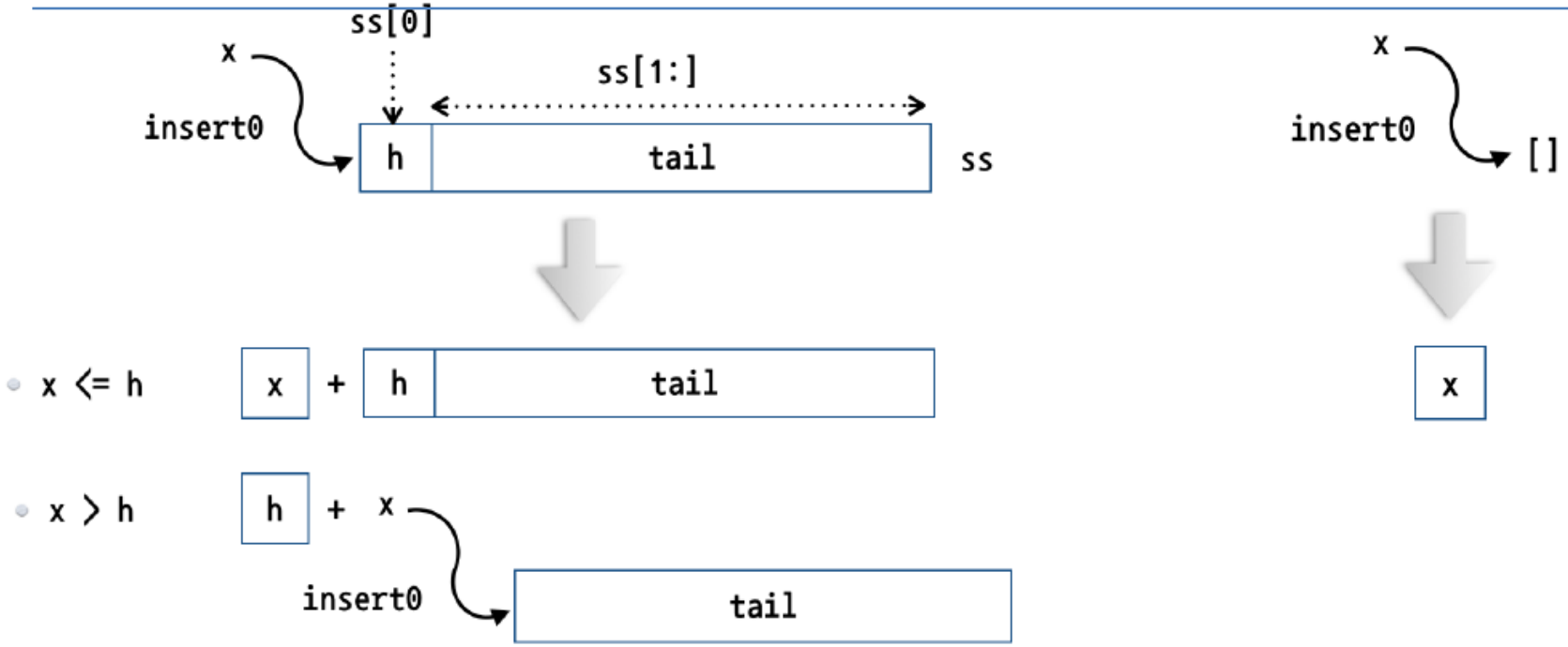
03. 삽입정렬(Insertion sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

재귀 함수 설계 전략

사례를 통한 구상:

• 정렬된 리스트 ss의 선두원소보다 작은 수 끼워넣기	insert(1, [2, 4, 5]) ➔ [1] + [2, 4, 5]
• ss의 선두원소보다 큰 수 끼워넣기	insert0(3, [2, 4, 5]) ➔ [2] + insert0(3, [4, 5])
• 빈 리스트에 끼워넣기	insert0(1, [ ]) ➔ [1]



03. 삽입정렬(Insertion sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

insert0(x,ss) 알고리즘

- ss가 빈 리스트가 아닌 경우,
  1. ss를 선두원소 ss[0]와 후미리스트 ss[1:]로 나눈다.
  2. x가 선두원소 ss[0]보다 작거나 같으면, x를 ss의 앞에 붙인다.
  3. x가 선두원소 ss[0]보다 크면, **x를 후미리스트 ss[1:]의 제 위치에 끼워넣고** 그 앞에 선두원소 ss[0]를 붙인다.
- ss가 빈 리스트인 경우, 그냥 x만 가지고 리스트를 만든다.

[실행 예시]

- insert0(1, [2, 4, 5, 7, 8])
  ➔ [1, 2, 4, 5, 7, 8]
- Insert0(9, [ ])
  ➔ [9]
- insert0(6, [2, 4, 5, 7, 8])
  ➔ [2] + insert0(6, [4, 5, 7, 8])
  ➔ [2] + [4] + insert0(6, [5, 7, 8])
  ➔ [2] + [4] + [5] + insert0(6, [7, 8])
  ➔ [2] + [4] + [5] + [6] + [7, 8]
  ➔ …
  ➔ [2, 4, 5, 6, 7, 8]

04. 합병정렬(Merge sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

알고리즘

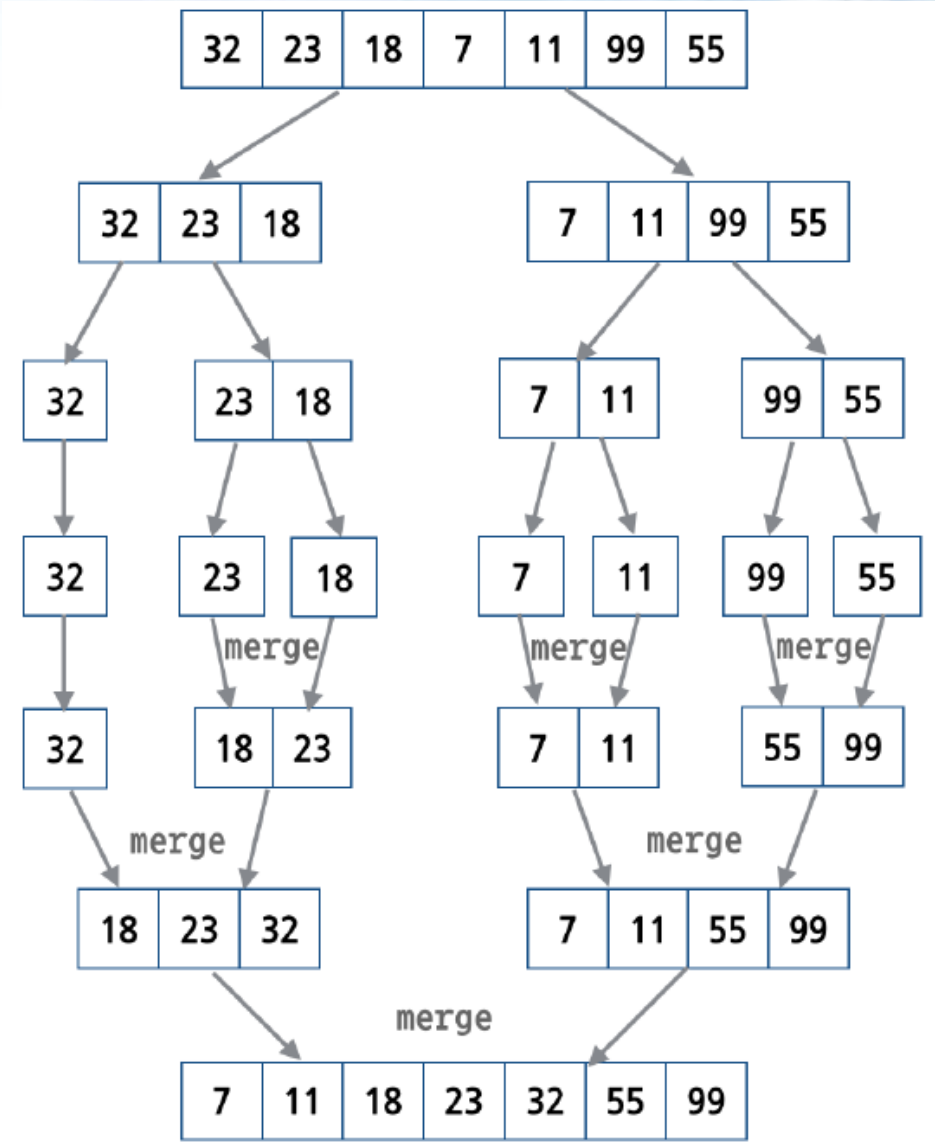
- len(s) > 1
  - s를 반으로 쪼개서, 따로 재귀로 정렬을 완료하고,
    두 정렬된 리스트를 앞에서부터 차례로 훑어가며, 가장 작은 수를 먼저 선택하는 방식으로 하나로 합병 (merge)한다.
- len(s) <= 1
  - 정렬할 필요가 없으므로 그대로 내준다.

- 실행 예 – [32, 55, 18, 7, 11, 99, 23]
  1. [32, 55, 18]과 [7, 11, 99, 23]으로
     반으로 쪼개서 각각 합병정렬한다.
  2. 정렬된 두 리스트 [18, 32, 55]와 [7, 11, 23, 99]를 앞에서 훑어가며
     가장 작은 수를 먼저 선택하는 방식으로 합병한다.

04. 합병정렬(Merge sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

도식화



04. 합병정렬(Merge sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

구현

- len(s) > 1
  - s를 반으로 쪼개서, 따로 재귀로 정렬을 완료하고, 두 정렬된 리스트를 앞에서부터 차례로 훑어가며, 가장 작은 수를 먼저 선택하는 방식으로 하나로 합병(merge)한다.
- len(s) <= 1
  - 정렬할 필요가 없으므로 그대로 내준다.

```
1 def msort(s):
2     if len(s) > 1:
3         mid = len(s)//2
4         return merge(msort(s[:mid]), msort(s[mid:]))
5     else:
6         return s
```

04. 합병정렬(Merge sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

merge 함수 구현

- 두 리스트 모두 정렬되어 있으므로, 각 리스트의 맨 앞에 있는 두 수 중에서 작은 수를 하나 빼내어 정렬된 리스트를 만들어나간다.
- 이 과정을 두 리스트 중에서 하나가 소진될 때까지 계속 반복한다.
- 둘 중에 하나가 소진되면 나머지를 정렬된 리스트 뒤에 붙인다.

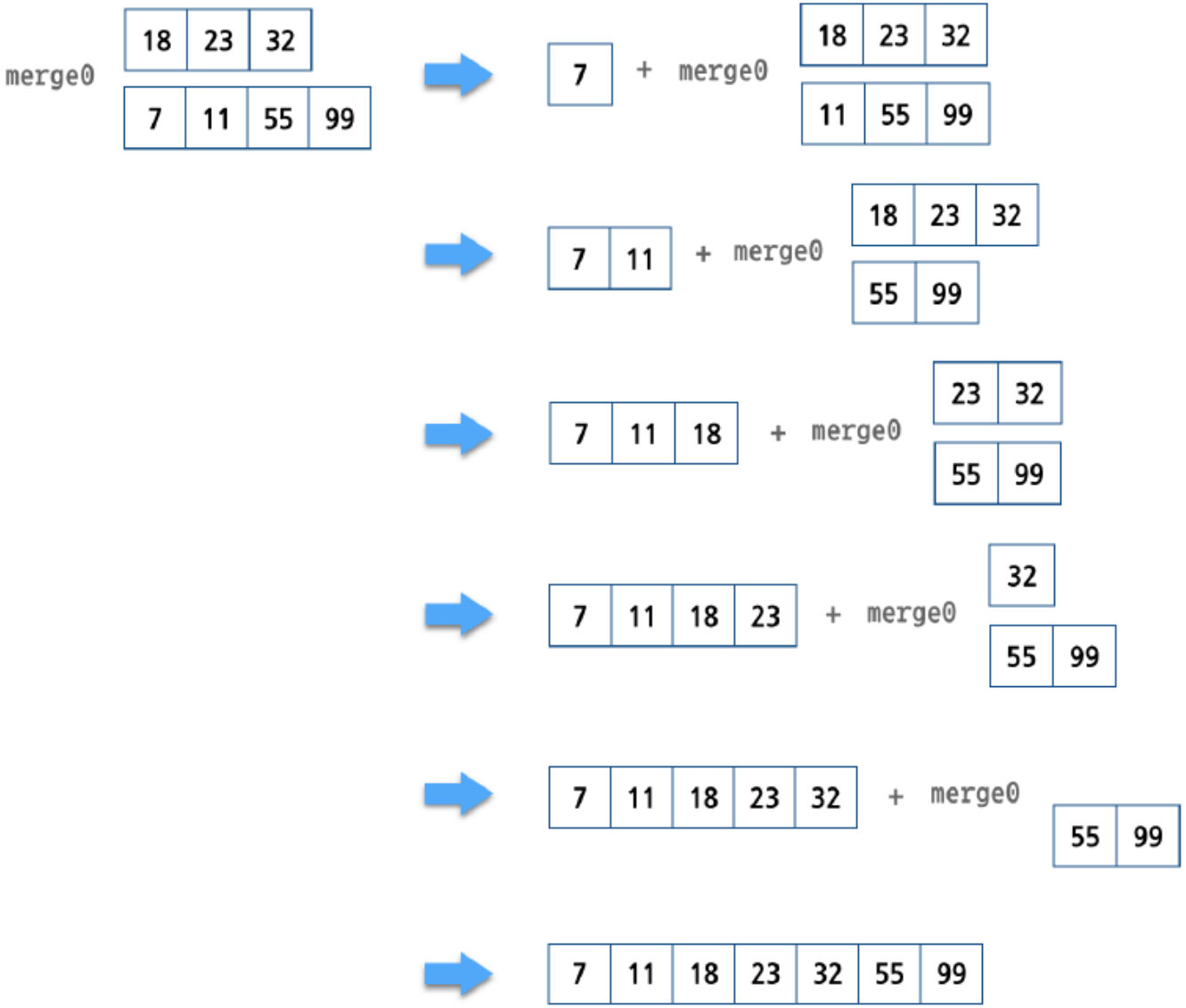
```
1  def merge0(left,right):
2      if not ((left == []) or (right == [])):
3          if left[0] <= right[0]:
4              return [left[0]] + merge0(left[1: ], right)
5          else:
6              return [right[0]] + merge0(left, right[1: ])
7      else:
8          return left + right
```

left != [] and right != []
즉, left와 right 양쪽에
최소한 원소가 하나 있음

04. 합병정렬(Merge sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

merge 사례



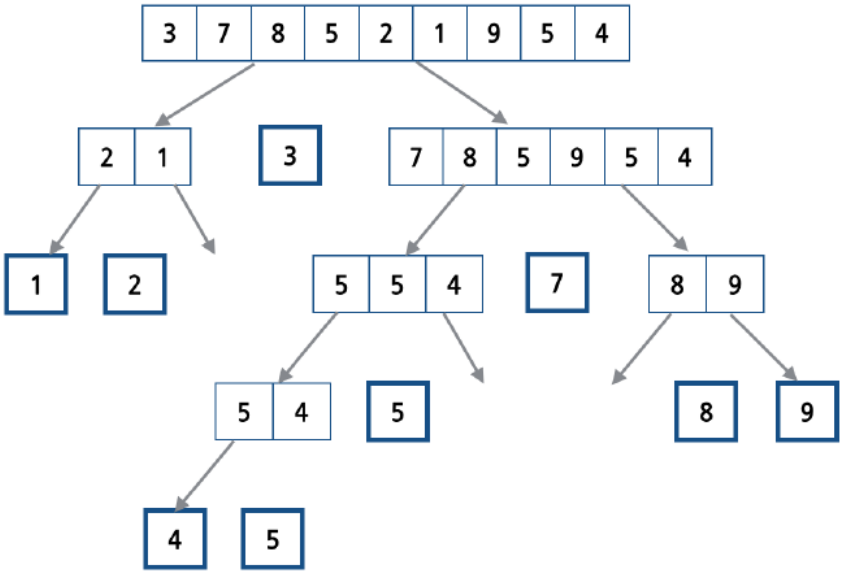
05. 퀵정렬(Quicksort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

알고리즘

- len(s) > 1
  1. 기준으로 사용할 피봇값 **pivot**을 하나 고른다. 편의상 맨 앞에 있는 수를 고르기로 한다. (사실 피봇값을 잘 골라서 리스트가 항상 반으로 쪼개지는 경우, 퀵정렬의 성능이 가장 좋으므로 피봇값을 고르는 작업은 사실 중요하다.)
  2. pivot을 기준으로 작은 수는 왼쪽 리스트에, 큰 수를 오른쪽 리스트로 옮긴다.
  3. 왼쪽 리스트와 오른쪽 리스트를 각각 재귀로 정렬하고, 가운데에 **pivot**값을 끼운다.
- len(s) <= 1
  - 정렬할 필요가 없으므로 그대로 내준다.

실행 예
[3, 7, 8, 5, 2, 1, 9, 5, 4]



05. 퀵정렬(Quicksort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

구현

```
def qsort(s):
    if len(s) > 1:
        pivot = s[0]
        (left, right) = partition(pivot, s[1: ])
        return qsort(left) + [pivot] + qsort(right)
    else:
        return s
```

```
1  def partition(pivot, s):
2      left, right = [ ], [ ]
3      for x in s:
4          if x <= pivot:
5              left.append(x)
6          else:
7              right.append(x)
8      return left, right
```

06. 버블정렬(Bubble sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

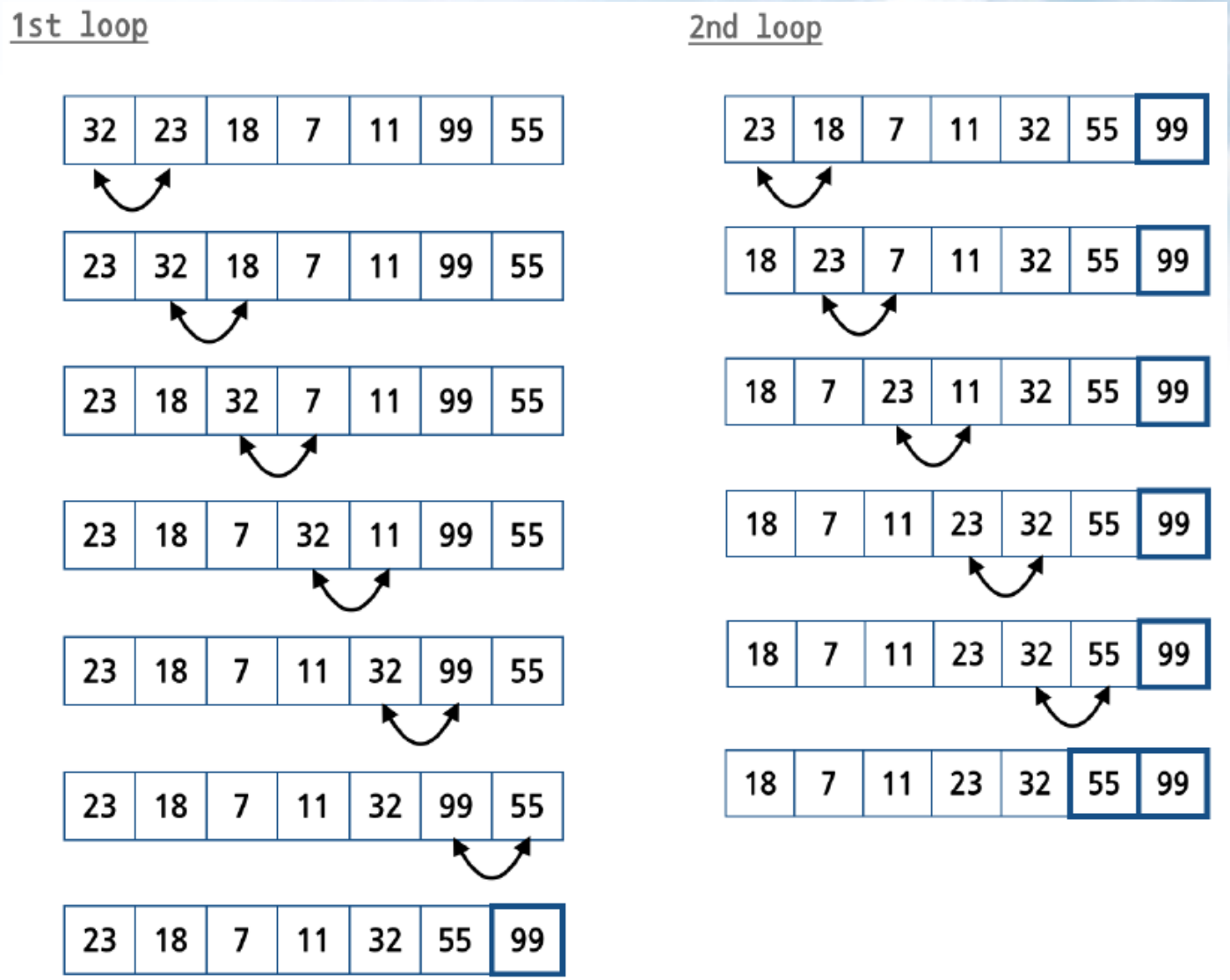
알고리즘

- 리스트에서 인접한 두 수를 비교하여 순서가 바뀐 경우 이를 교환 정렬함
- 제자리정렬(in-place sort)
  - 추가공간을 사용하지 않고 자체적으로 값을 교환 정렬
  - 버블정렬은 리스트 내부에서 수의 교환이 필요해서 추가 공간이 필요하지 않기 때문에 제자리정렬임
  - 선택정렬, 삽입정렬, 합병정렬, 퀵정렬은 제자리정렬이 아님

06. 버블정렬(Bubble sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

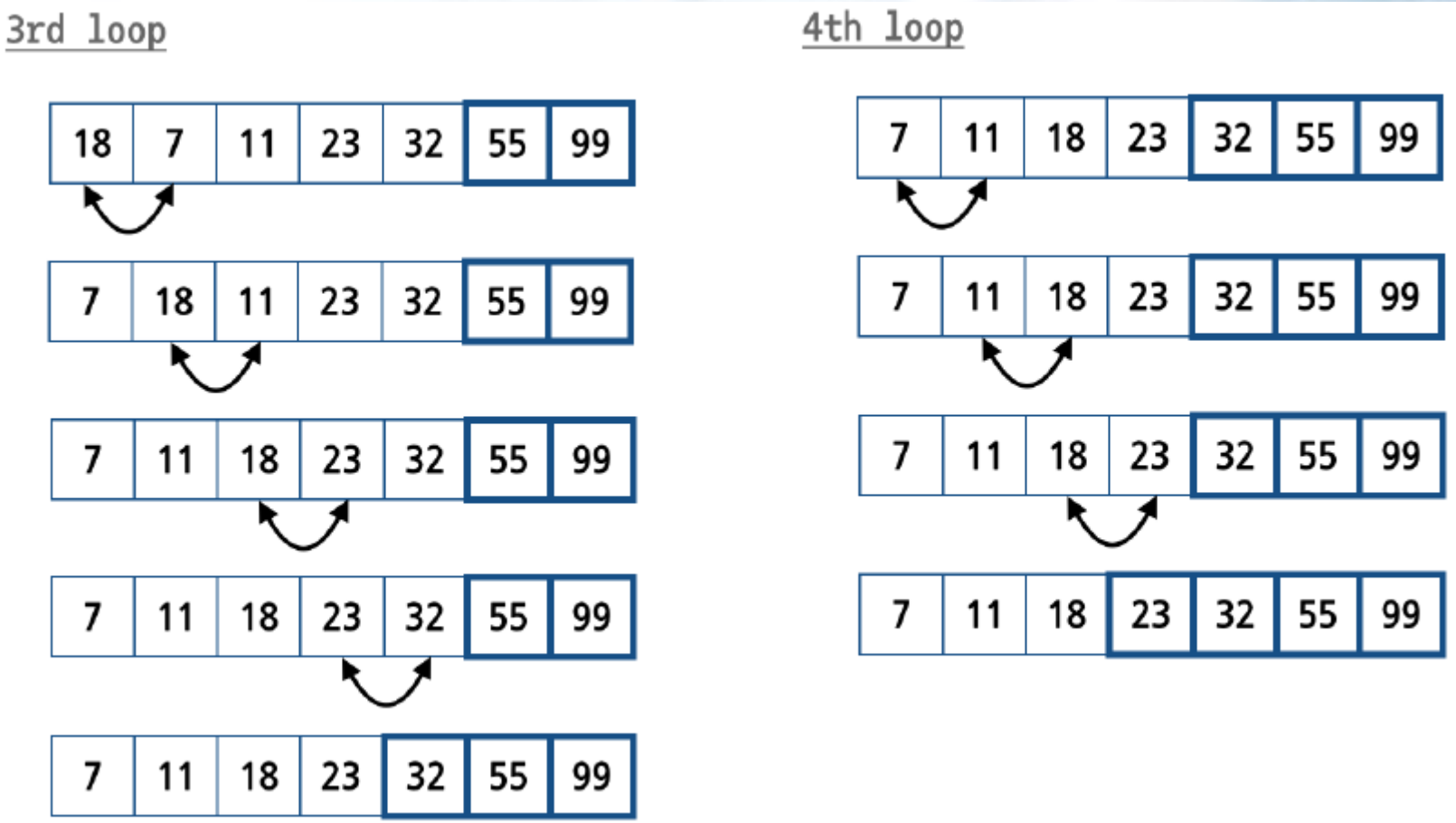
실행 예



06. 버블정렬(Bubble sort)

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

실행 예

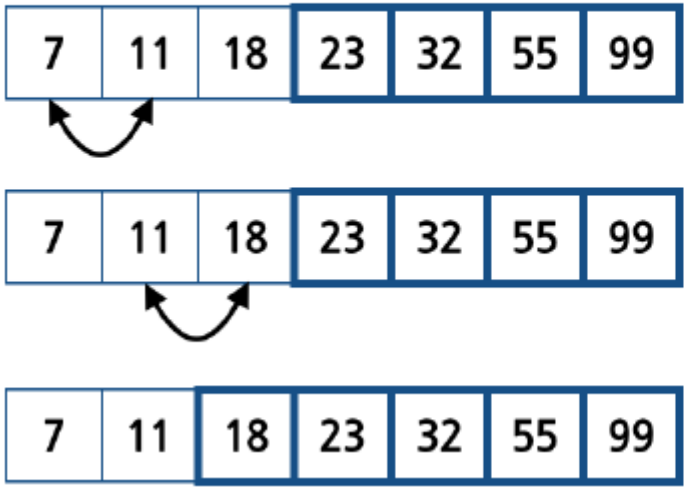


06. 버블정렬(Bubble sort)

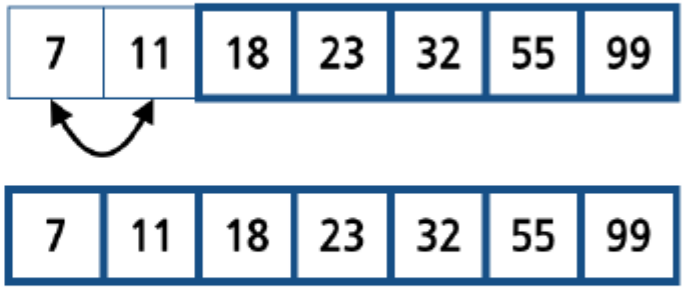
SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

실행 예

5th loop



6th loop



Today's Lessons!

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY

Summary

1. 순서열
2. 선택정렬
3. 삽입정렬
4. 합병정렬
5. 퀵정렬
6. 버블정렬

Thanks

Step 6: Recursion and Iteration - Sorting
Instructor: Eunil Park (eunilpark@skku.edu)