

Домашняя работа 1 : комплексные числа

Задача 1.1. Найти мнимую часть числа $z = \frac{2-3i}{1+4i} + i^6$.

Задача 1.2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} z_1 + 2z_2 = 1 + i, \\ 3z_1 + iz_2 = 2 - 3i. \end{cases}$$

Задача 1.3. На комплексной плоскости даны точки z_1, z_2, z_3 , являющиеся вершинами треугольника. Найти точку пересечения его медиан.

Задача 1.4. Найти множества точек комплексной плоскости, заданные условиями:

$$|z - i| < |z + i|, \quad |z - 2| + |z + 2| = 26.$$

Задача 1.5. Найти аргументы комплексных чисел:

$$z = 2 - 2i, \quad z = \sin \frac{\pi}{9} - i \cos \frac{\pi}{9}, \quad z = 1 + \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}.$$

Задача 1.6. Записать число в алгебраической и тригонометрической формах:

$$z = \frac{i}{(1+i)^2}, \quad z = \frac{1}{i} \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \cos \frac{\pi}{3} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right).$$

Задача 1.7. Представить в тригонометрической форме комплексное число

$$z = \left(\frac{i^8 + \sqrt{3}i^5}{4} \right)^5, \quad z = \frac{5(\cos 100^\circ + i \sin 100^\circ)}{3(\cos 40^\circ - i \sin 40^\circ)}.$$

Задача 1.8. Найти все корни уравнения:

$$z^5 = 1 + \sqrt{3}i, \quad z^8 = 1 + i, \quad z^2 = \bar{z}^3.$$

Задача 1.9. Записать в показательной форме комплексное число:

$$z = \frac{1}{(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)^5}.$$

Задача 1.10. Вычислить сумму:

$$\cos \varphi + \cos 3\varphi + \cos 5\varphi + \dots + \cos(2n+1)\varphi.$$