

Laboratorio de Fisica Computacional

Universidade Federal Fluminense

Instituto de Ciencias Exatas

Curso: Bacharelado em Fisica Computacional

Relatorio: Expansão do Seno e do Coseno usando series de Taylor

Professor: Thadeu Penna

Aluno: Guilherme Contesini

Introdução

Uma série de Taylor é uma representação de uma função como uma soma infinita de termos que são calculados a partir dos valores de derivados da função de um único ponto.

O conceito de uma série de Taylor foi formalmente introduzida pelo matemático Inglês Brook Taylor em 1715.

O termo geral de uma expansão em series de Taylor é:

$$f(x)=\sum a_n(x-a)^n \text{ e } a_n=f^{(n)}(a)/n!$$

Objetivo

- Usando series de taylor, expandir a função coseno e calcular o erro.
- Usando series de taylor, expandir a função Seno e calcular o erro.
- Plotar o resultado das series expandida.

Fundamento teorico

A função coseno é uma função par e a função seno é uma função impar podendo cada uma ser reescrita como series.

Termo geral de cada uma das funções é escrito da seguinte forma:

- coseno:

$$\cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$

- seno:

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{1+2k}}{(1+2k)!}$$

Codigo:

Coseno:

```
#include"stdio.h"//biblioteca padrao;
#include"math.h"//biblioteca de funções matematicas;

main()
{
    int t;
    double x, fx, sum, pi;//declaração das variaveis , foi usado double para obter uma maior
    precisao;
    pi=atan(1)*4;//equação para calcula o valor de Pi;
    x=pi;//valor de x ; ex x=90o=Pi/2;
    sum=fx=1;//valor inicial da soma coseno;
    for (t=1; t<50; t++)
    {
        fx*=(-1)*(x*x)/(float)((2*t)*(2*t-1));//formula da expansao em series de Taylor
        para a função coseno
        sum+=fx;//somatorio do termos da serie;
        printf("%d\t %.16e\t %.16e\n", t, sum, fx);
    }
}
```

Seno:

```
#include"stdio.h"//biblioteca padrao;
#include<math.h>//biblioteca de funções matematicas;

main()
{
    int t;
    double x, fx, sum, pi;//declaração das variaveis , foi usado double para obter uma maior
    precisao;
    pi=atan(1)*4;//equação para calcula o valor de Pi;
    x=pi/6;//valor de x ; ex x=90o=Pi/2;
    sum=fx=x;//valor inicial da soma seno;
    for (t=1; t<100; t++)
    {
        fx*=(-1)*(x*x)/(float)((2.*t)*(2.*t+1));//formula da expansao em series de Taylor
        para a função seno;
        sum+=fx;//somatorio do termos da serie;
        printf("%d\t %.16e\t %.16e\n", t, sum, fx);
    }
}
```

Resultados

Illustration 2: Delta Coseno

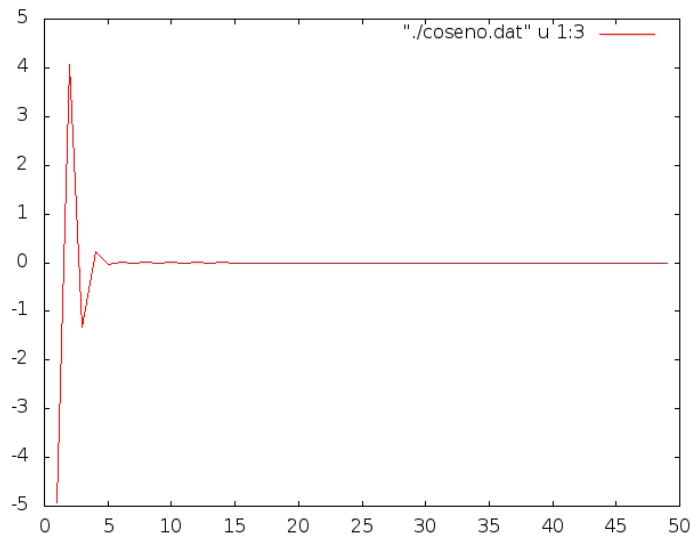


Illustration 1: Coseno

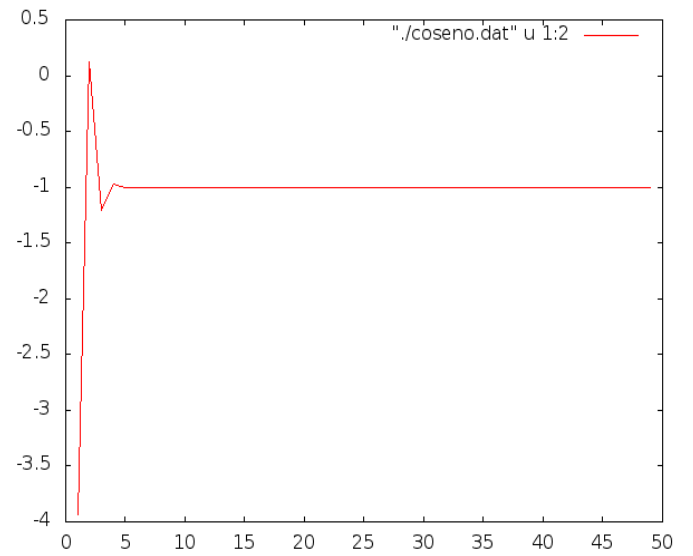


Illustration 3: Delta Seno

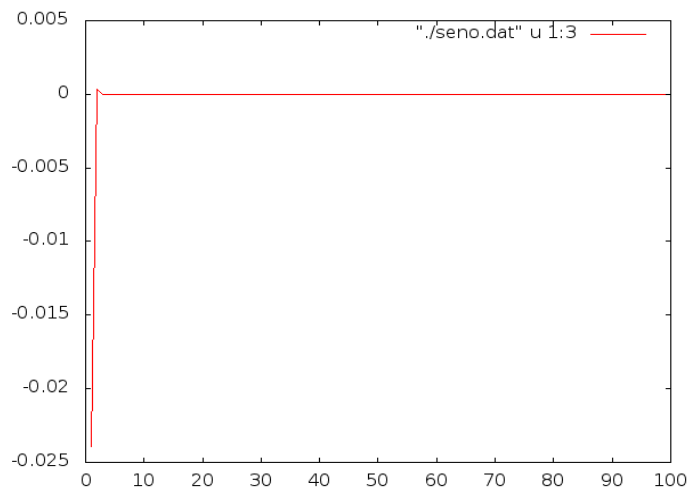
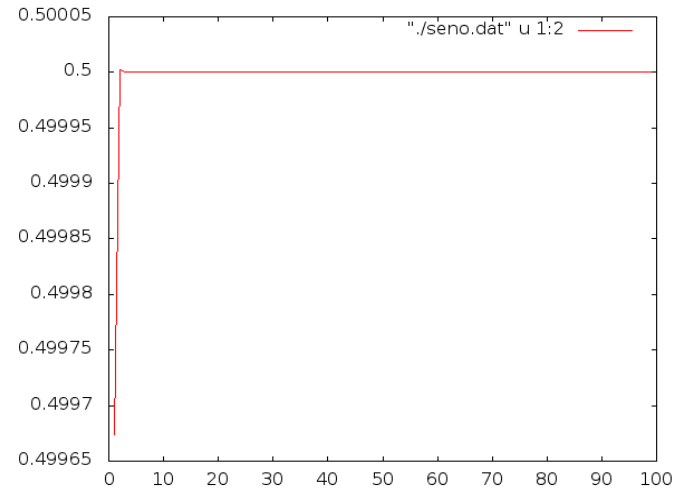


Illustration 4: Seno



Conclusão

Observa-se que a expansão da função cosseno e função seno usando séries de Taylor é uma boa aproximação devido aos resultados apresentados nos gráficos anteriores, porém não é aconselhável o seu uso para valores muito altos de x pois toda vez que uma parcela é somada o erro do cálculo também entra na conta do somatório.

Bibliografia

Cálculo volume II - James Stewart – Tradução da 6ª edição Norte-Americana