



## Matériaux et structures composites

*Modélisation des composites stratifiés*

**Guillaume Couégnat**

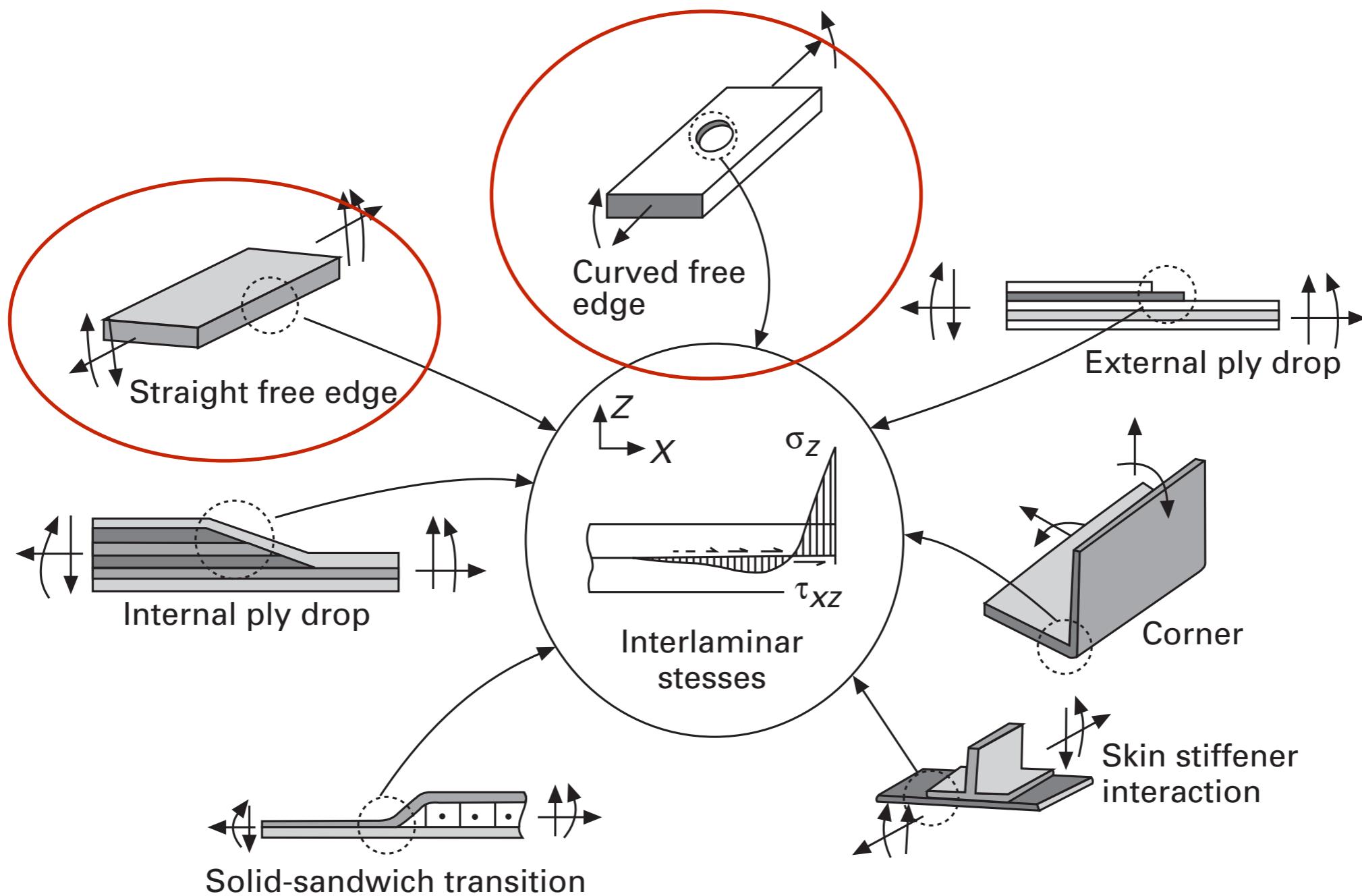
[couegnat@lcts.u-bordeaux.fr](mailto:couegnat@lcts.u-bordeaux.fr)

# Sommaire

- **Contraintes hors-plan – effet des bords libres**
  - Effet Poisson : plis [0/90]
  - Cisaillement plan : plis [ $\pm\theta$ ]
- **Modèle de zone cohésive**

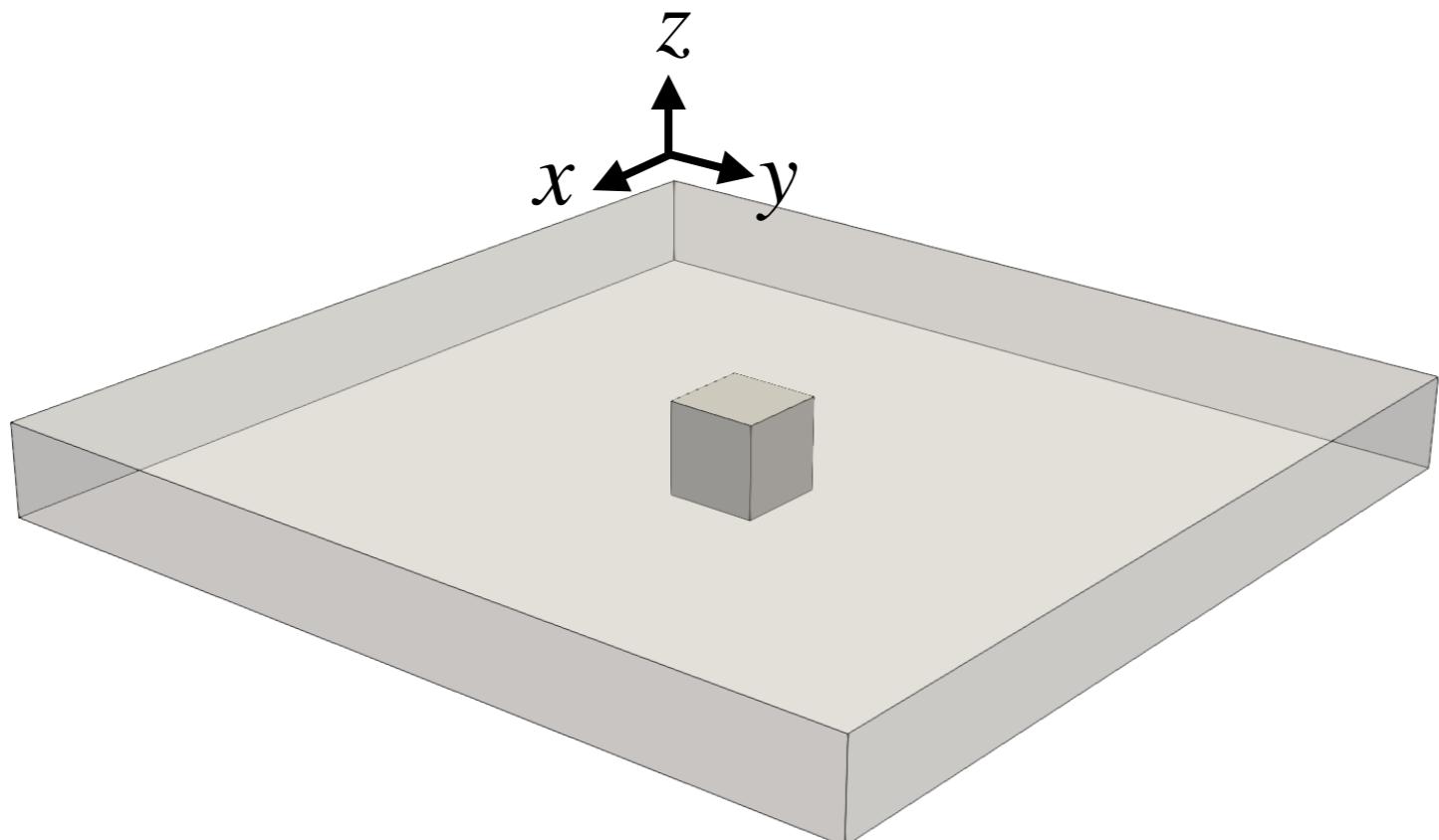
# Origines des contraintes interlaminaires

- Singularités géométriques ou matériau
- Bords libres

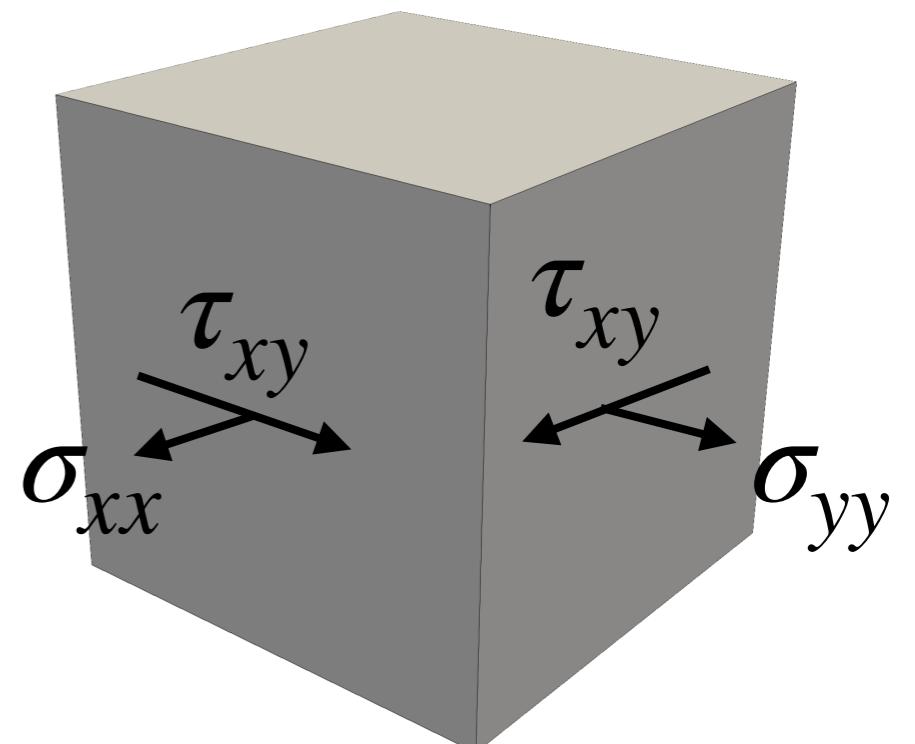


# Théorie classique des stratifiés

- Hypothèse de Saint-Venant
- Equilibre d'un élément de volume
- Contraintes planes

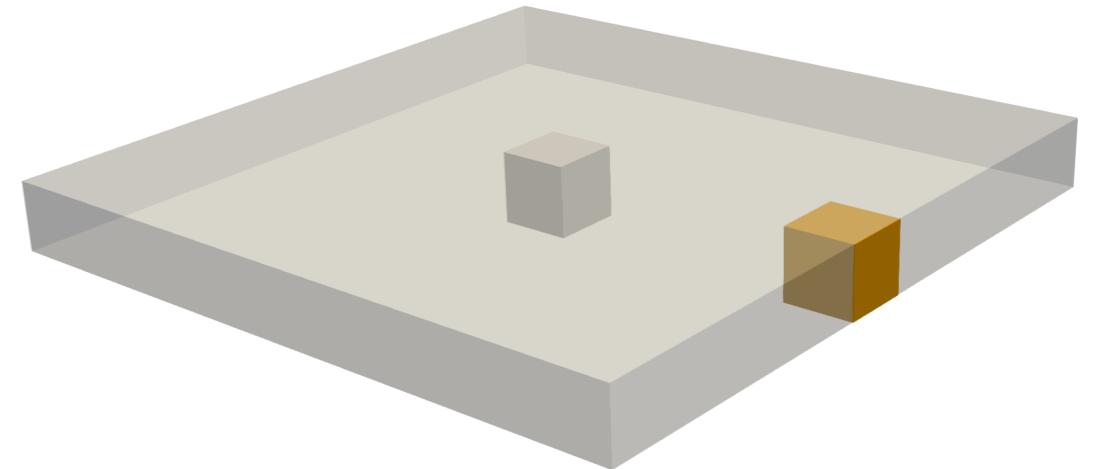


$$\sigma_{zz} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

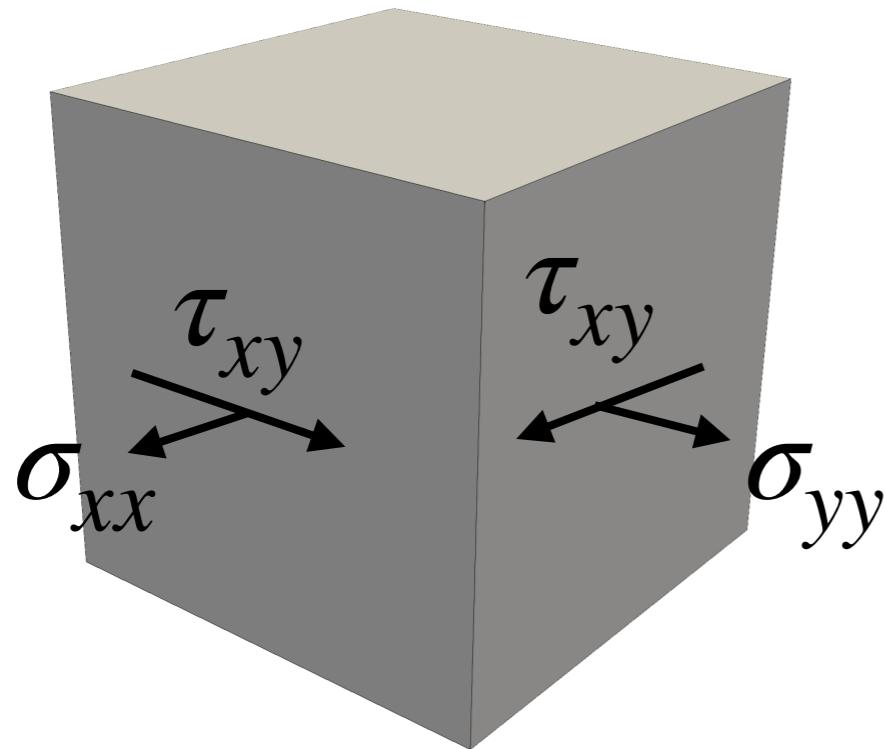


# Bords libres

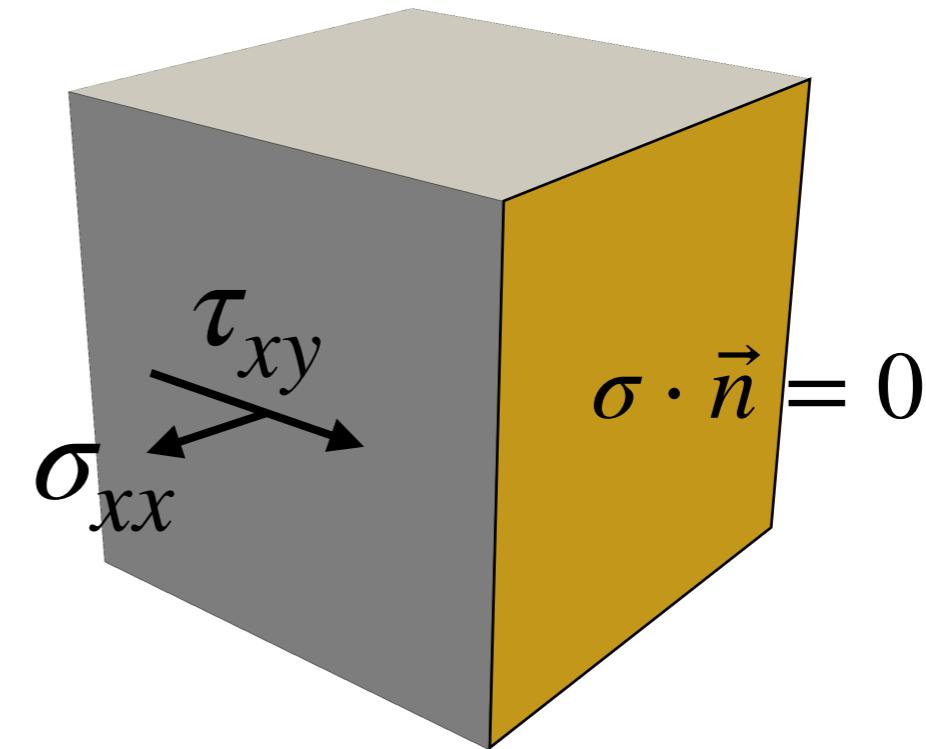
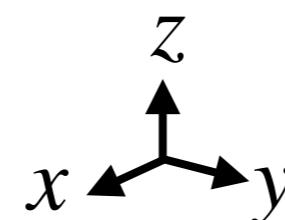
- Hypothèse de Saint-Venant
- Equilibre d'un élément de volume
- Contraintes planes



$$\sigma_{zz} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$



$$\sigma_{zz} \neq 0 ; \tau_{xz} \neq 0 ; \tau_{yz} \neq 0$$

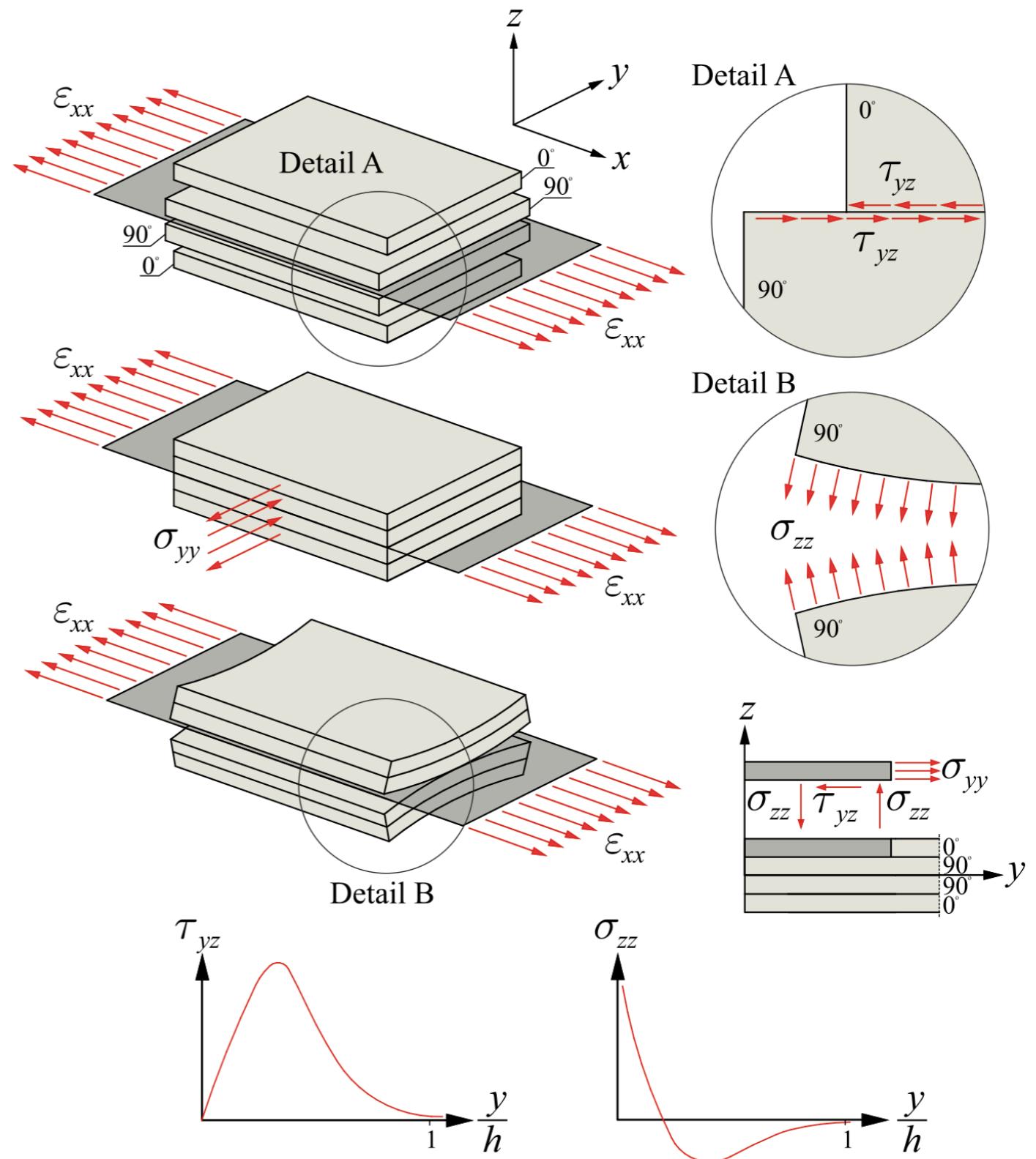


**Modification du champ de contrainte local  
pour assurer l'équilibre**

# Effet bords libres – interface plis 0/90

[Mittelstedt25]

- Différentiel de contraction en  $y$   
(Poisson  $\nu_{12} \neq \nu_{21}$ )
  - Continuité du déplacement à l'interface



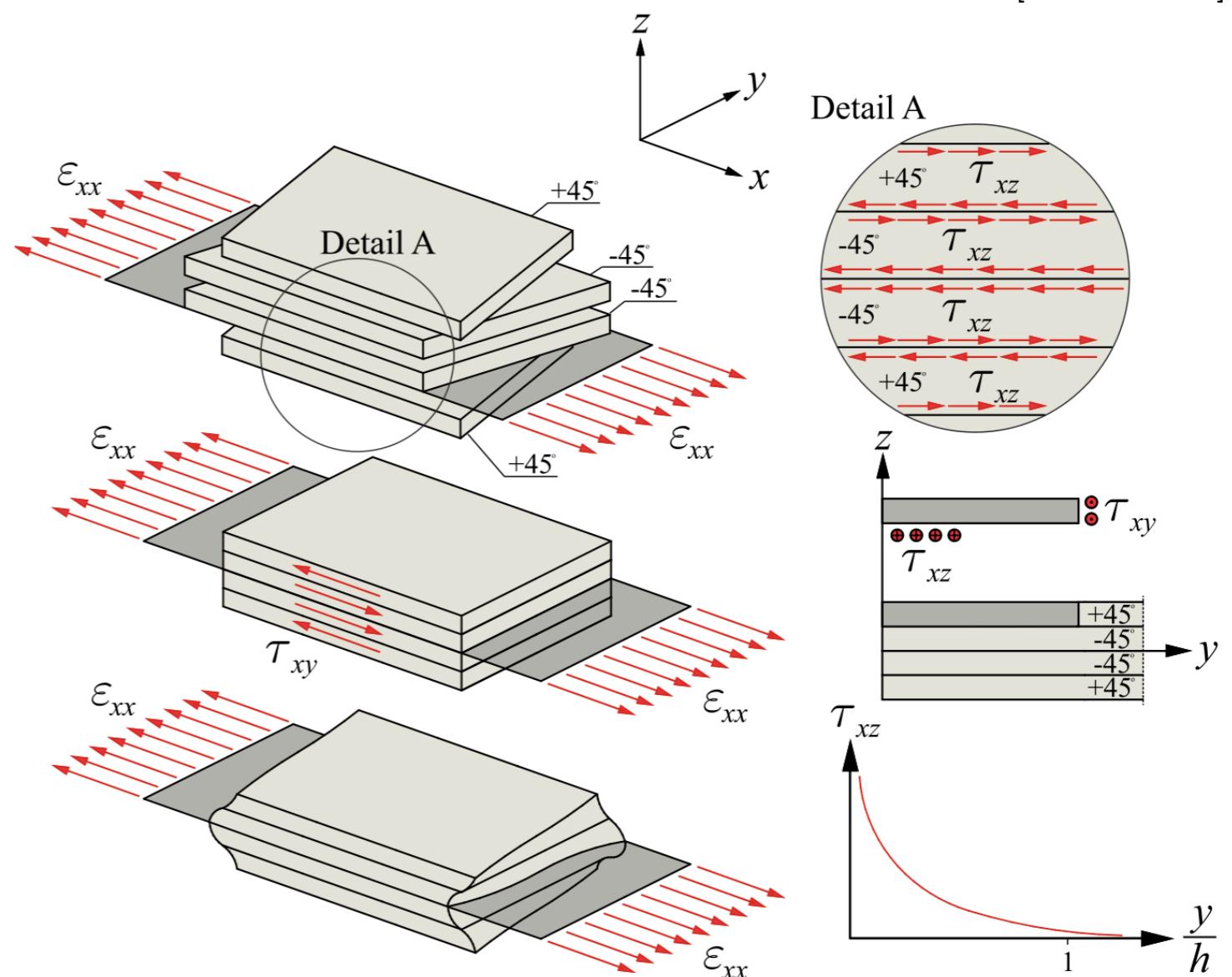
## Contrainte hors-plan $\sigma_{33}$

## Cisaillement interlaminaire $\tau_{23}$

# Effet bords libres – interface plis $\pm\theta$

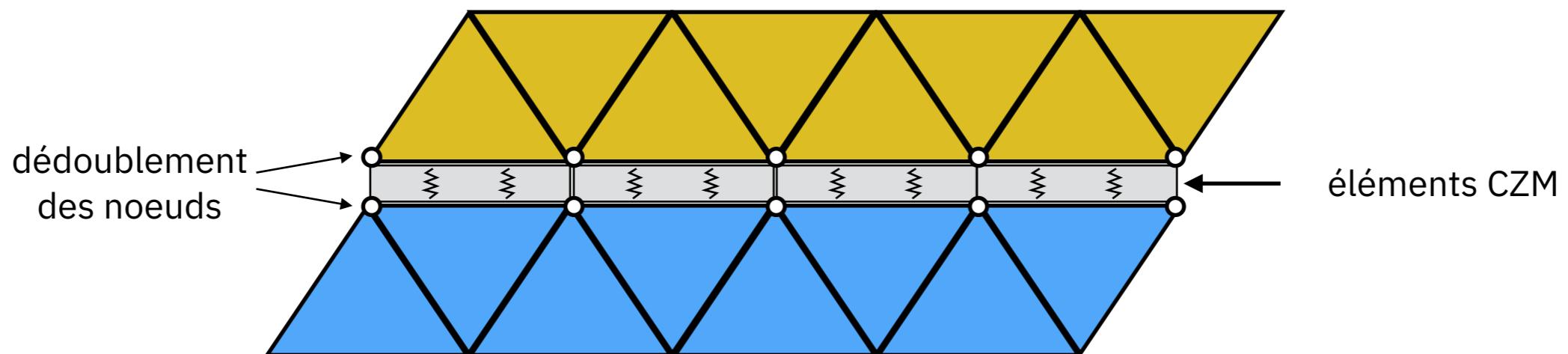
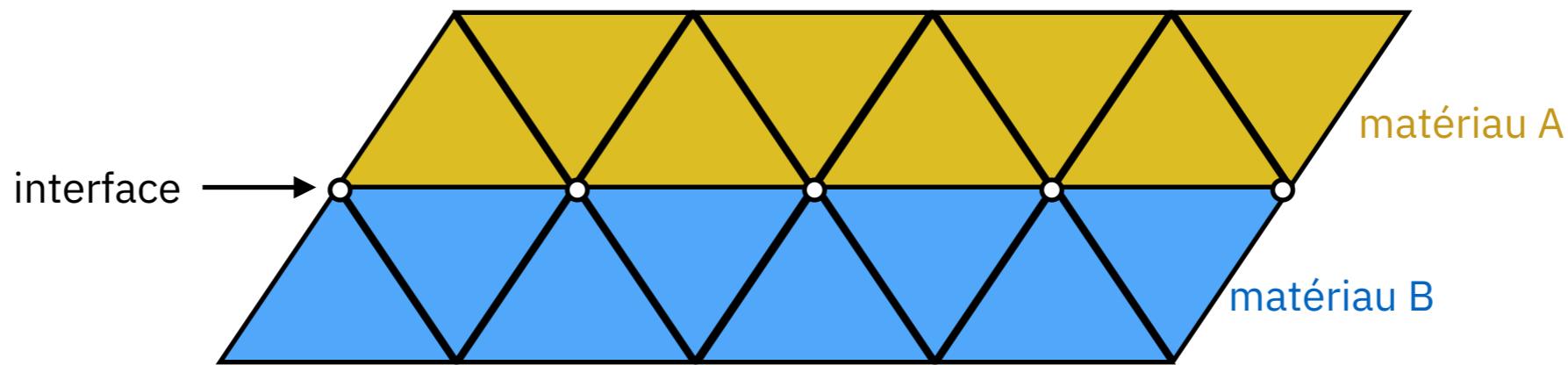
- Les plis essaient de se réaligner avec le chargement
  - Différentiel de cisaillement  $\tau_{12}$

## Cisaillement interlaminaire $\tau_{13}$



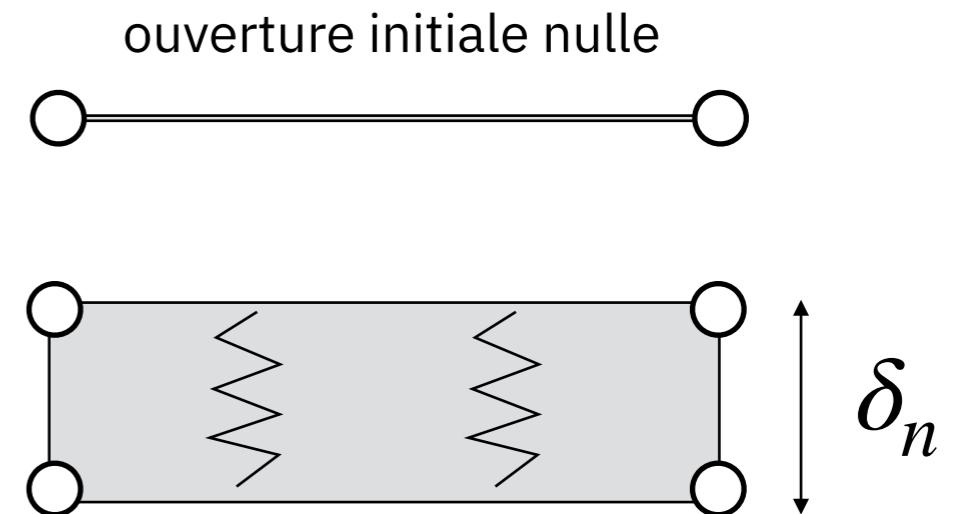
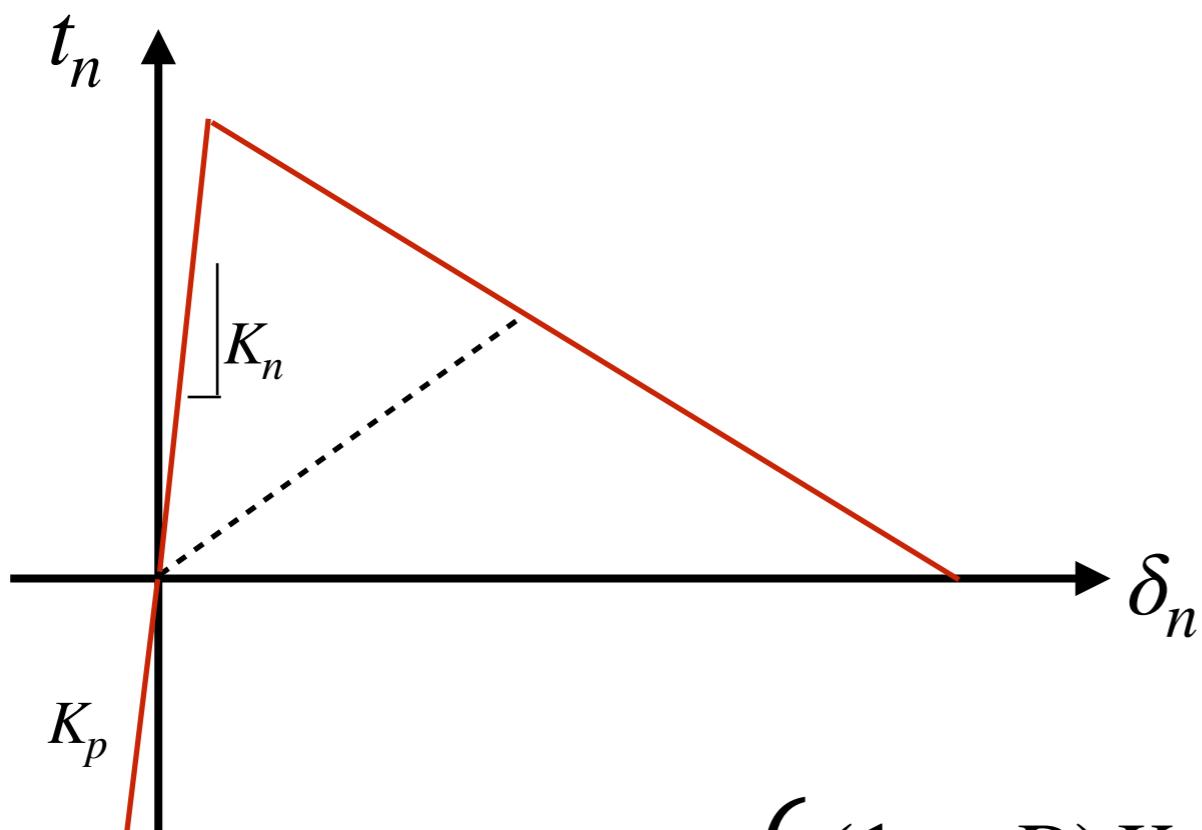
# Modèle de zone cohésive (CZM)

- *Cohesive Zone Model*
- Permet de simuler une décohésion progressive
- CZM  $\approx$  “ressort endommageable”



# Modèle de zone cohésive

- Ouverture/fermeture normale



$$t_n = \begin{cases} (1 - D)K_n\delta_n & \delta_n > 0 \\ K_p\delta_n & \delta_n < 0 \end{cases}$$

Remarque : formulation en force/ouverture, naturellement régularisée

# Modèle de zone cohésive

Choix de la rigidité initiale  $K_n$  ?

$$K_n \propto E/h \quad h \rightarrow 0 \quad K_n \rightarrow \infty$$

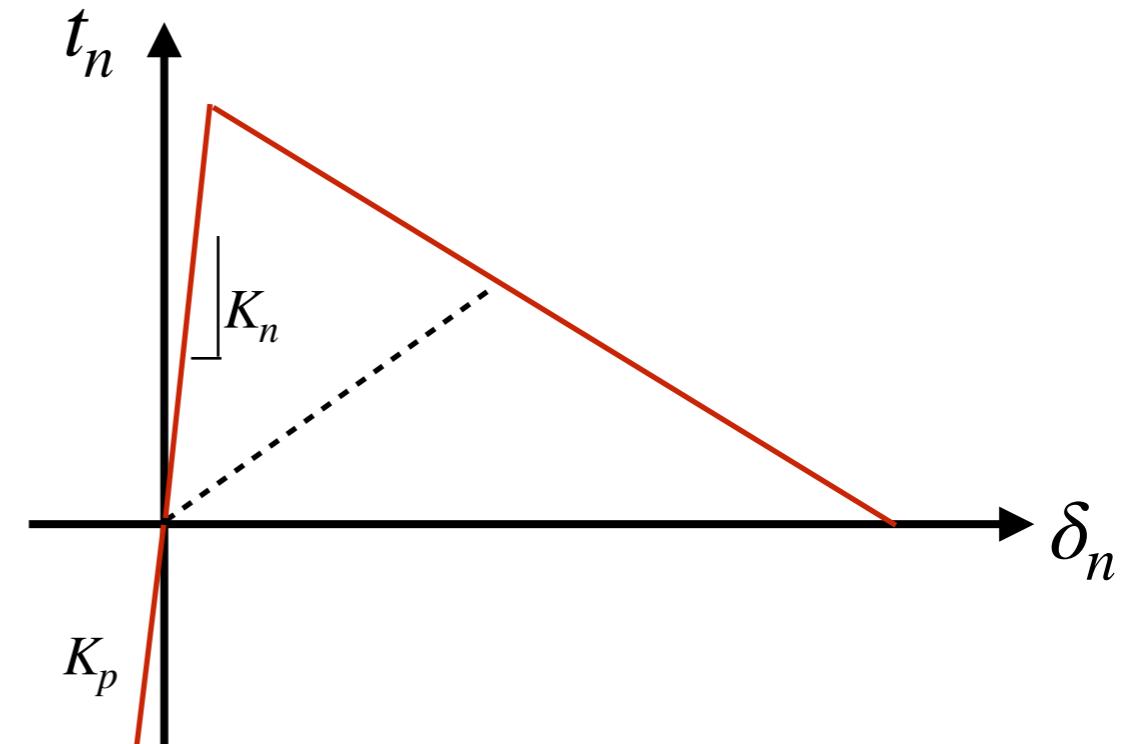
Caractère unilatéral

$$\delta_n \geq 0 \implies K_p \rightarrow \infty$$

! Numériquement, on se sait pas traiter (facilement)  $\infty$

Si  $K$  trop faible : assouplissement de la structure, interpénétration

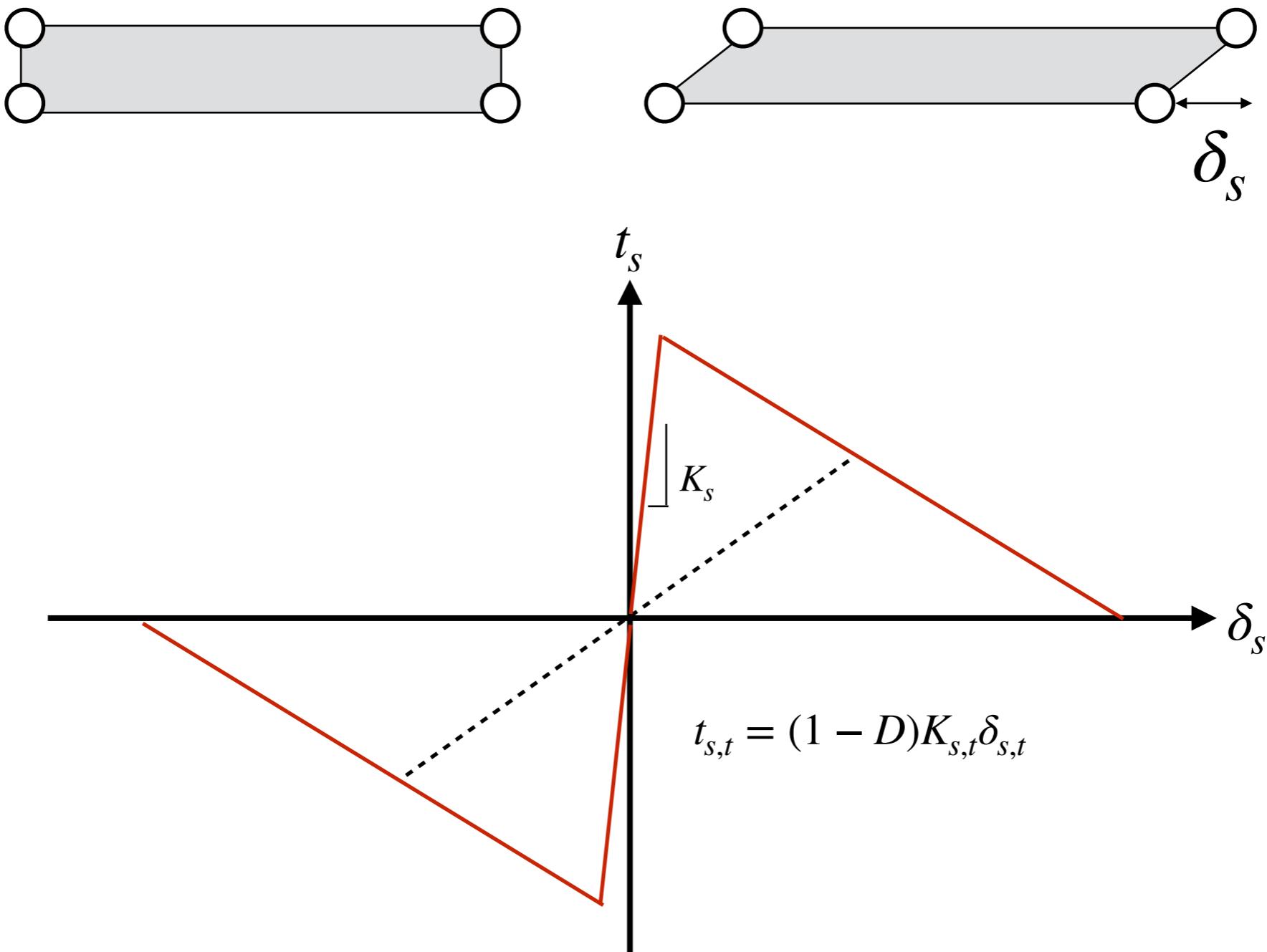
Si  $K$  trop élevé : problème précision machine



En pratique :  $K_p = K_n > 10^3 - 10^4 K_{max}$

# Modèle de zone cohésive

- Réponse en cisaillement



# Modèle de zone cohésive

- Formulation couplée/découplée

$$\begin{bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{ns} & K_{nt} \\ K_{ns} & K_{ss} & K_{st} \\ K_{nt} & K_{st} & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{bmatrix}$$

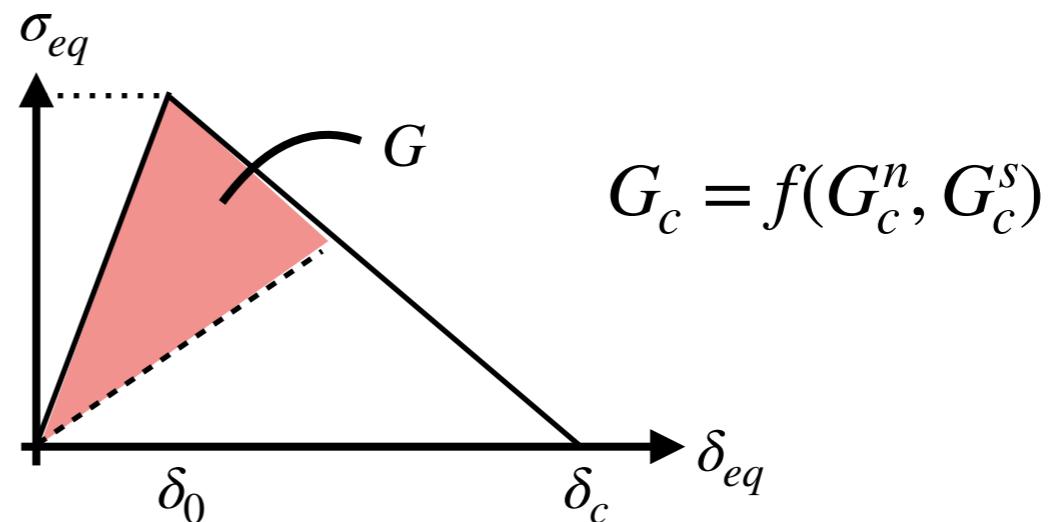
# Modèle de zone cohésive

- Critère d'amorçage

$$F(t) = \left( \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^0} \right)^2 + \left( \frac{t_s}{t_s^0} \right)^2 + \left( \frac{t_t}{t_t^0} \right)^2 \leq 1$$

- Critère de propagation

$$\delta_{eq} = \sqrt{\langle \delta_n \rangle^2 + \delta_s^2 + \delta_t^2}$$



- Effet de l'endommagement

$$t_n = \begin{cases} (1 - D)K_n \delta_n & \delta_n > 0 \\ K_n \delta_n & \delta_n < 0 \end{cases}$$

$$t_{s,t} = (1 - D)K_{s,t} \delta_{s,t}$$