Matériaux et structures composites

Modélisation des composites stratifiés

Guillaume Couégnat
couegnat@lcts.u-bordeaux.fr

Objectifs

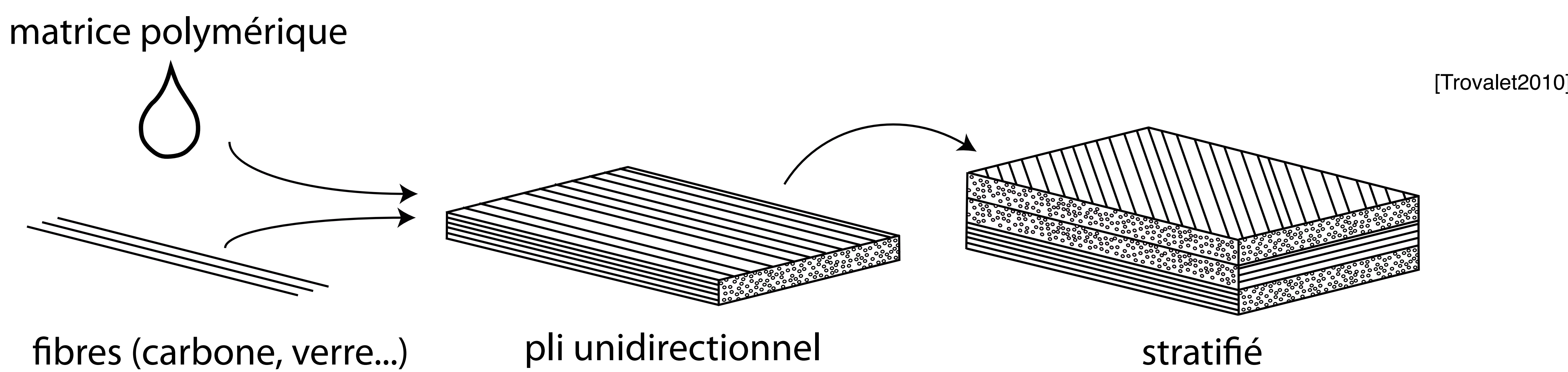
- **Comment modéliser un composite stratifié ?**

- **Choix de modélisation “matériau”**
  - Modèle 3D mésoscopique
  - Modèle de plaque équivalente (CLT)
  - Matériaux homogènes équivalents

- **Choix des éléments finis (2D/3D, cinématique)**
  - *Shell* (homogène/généralisée/composite)
  - *Continuum shell*
  - *Solid* (homogène/composite)

Qu'est-ce qu'un composite stratifié ?

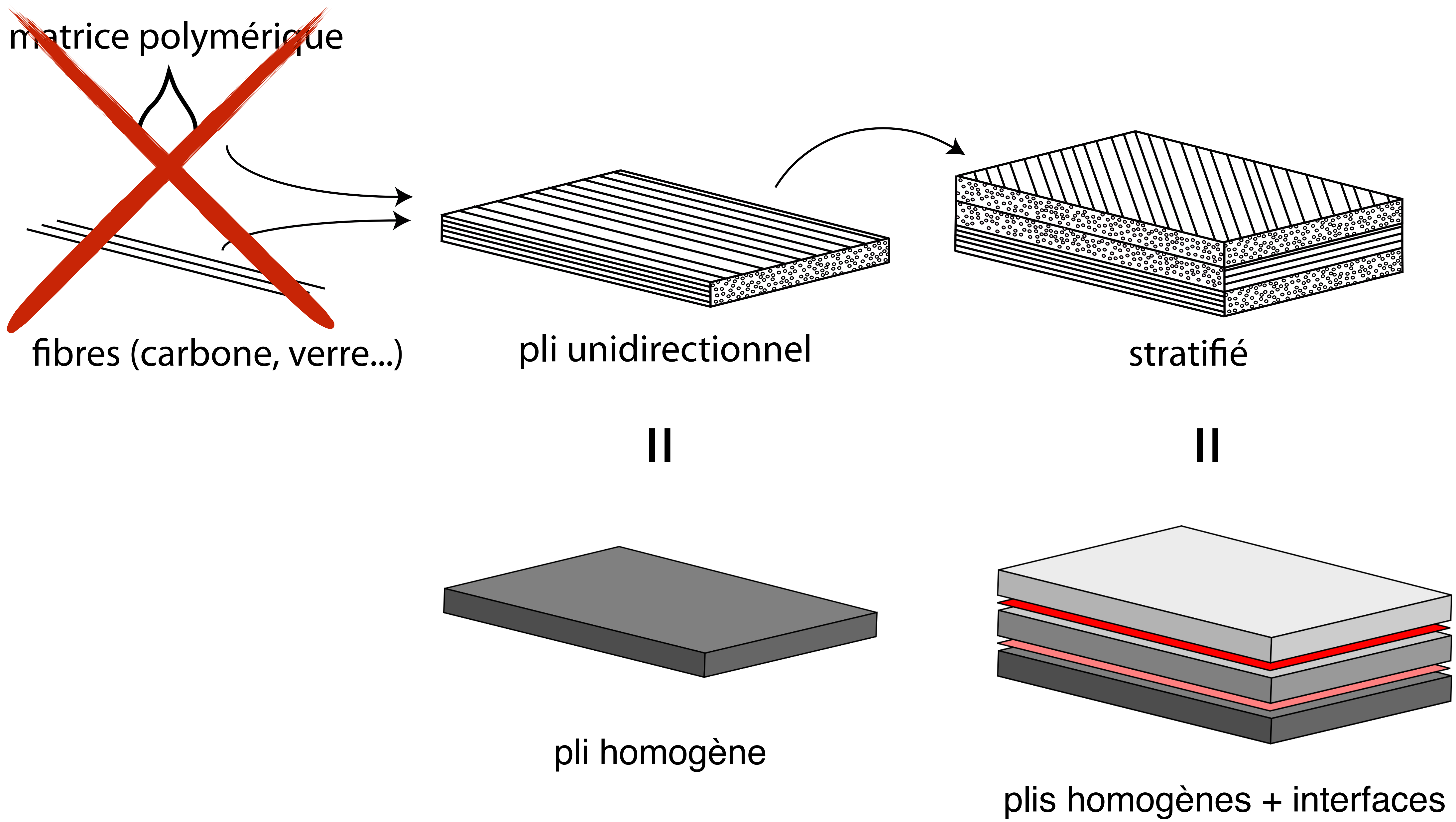
- "Matériau" multiéchelle (micro/méso/macro), hétérogène, anisotrope
  - Echelle micro : fibre/matrice
  - Echelle méso : pli UD
  - Echelle macro : stratifié



- **Composite stratifié = STRUCTURE**

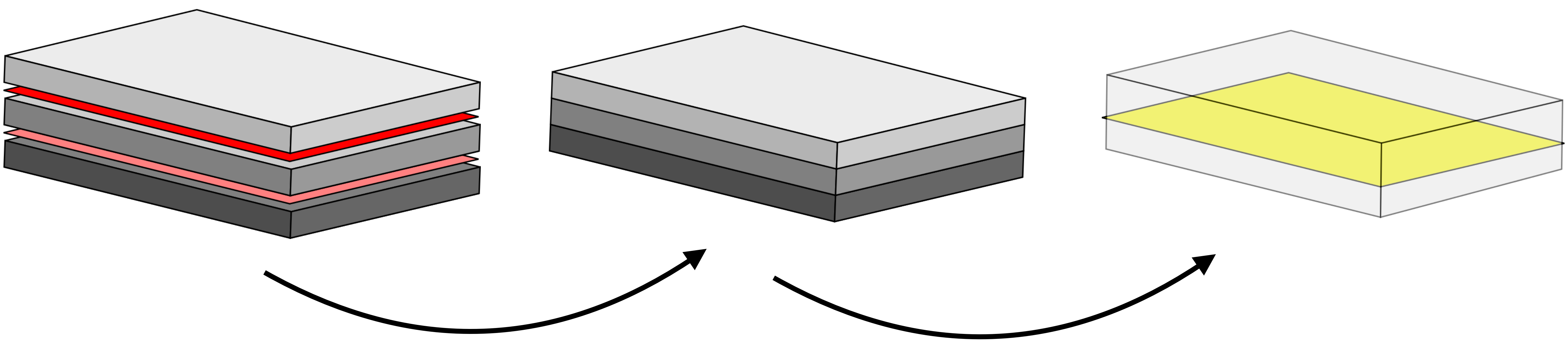
Modèle mésoscopique

- Plis = matériaux homogènes orthotropes
- Stratifié = assemblage plis + interfaces



Modèle de plaque équivalente

- Plis homogènes (orthorope/isotrope transverse) : $\bar{Q}$
- Interfaces parfaites
- Hypothèse plaque mince (Kirchhoff-Love) : $\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$



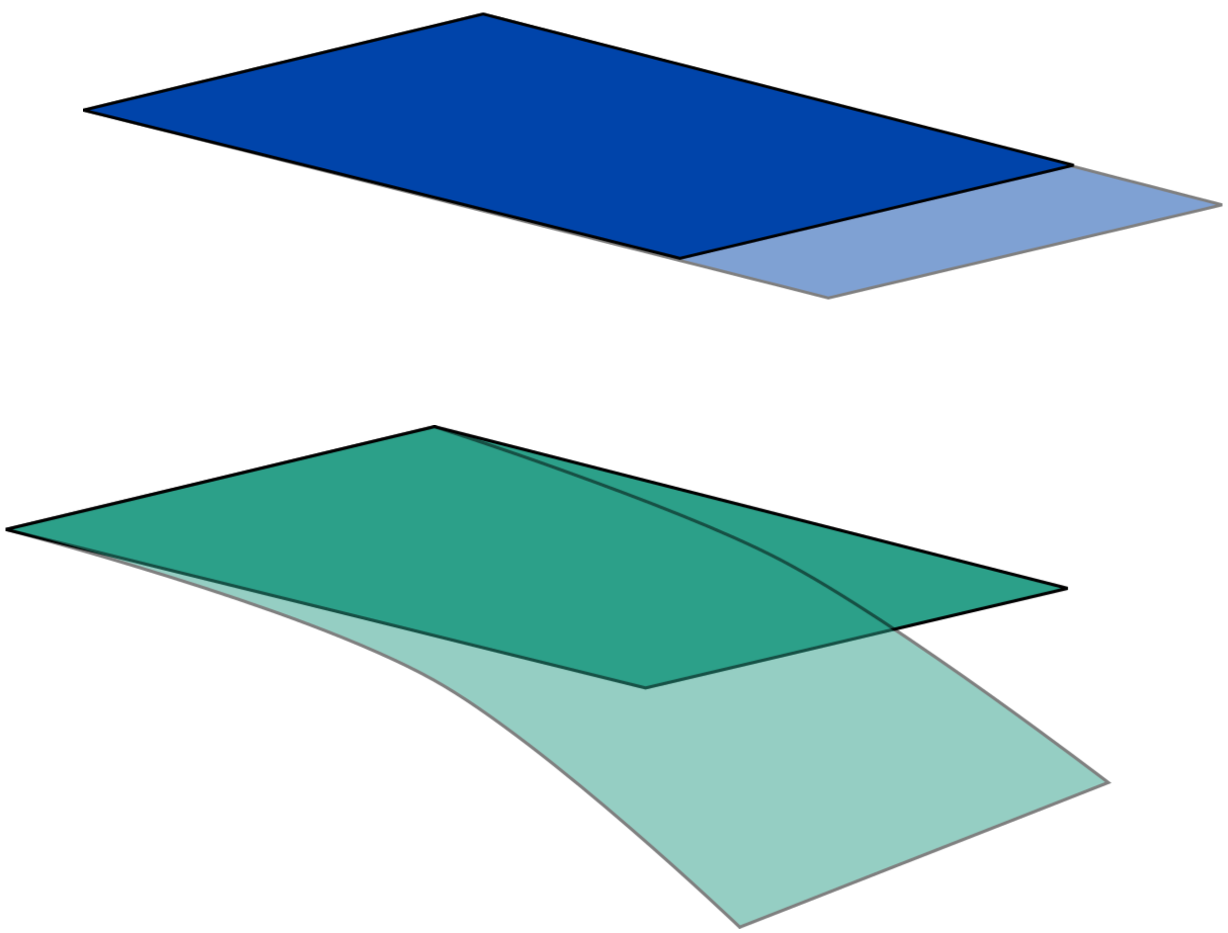
$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ \kappa \end{bmatrix}$$

Modèle de plaque équivalente

membrane couplage

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ \kappa \end{bmatrix}$$

flexion



$$A = \sum_k (z_k - z_{k-1}) \bar{Q}_k$$

$$B = \frac{1}{2} \sum_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \bar{Q}_k$$

$$D = \frac{1}{3} \sum_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \bar{Q}_k$$

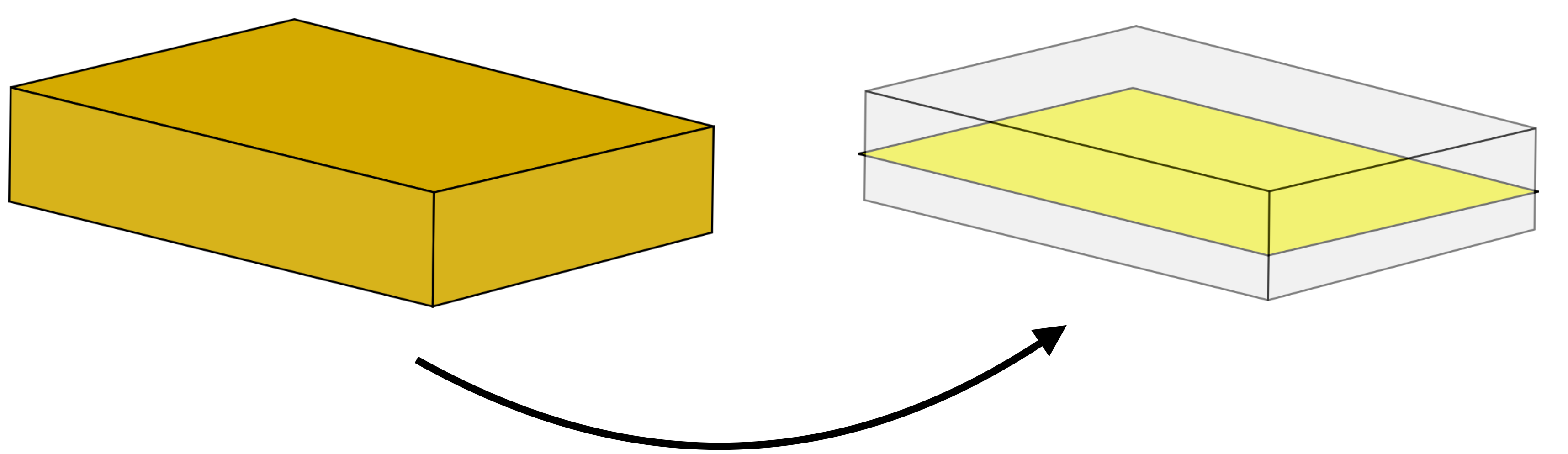
Matériau homogène équivalent

- Si symétrique *et* équilibré : B = 0, découplage entre membrane et flexion

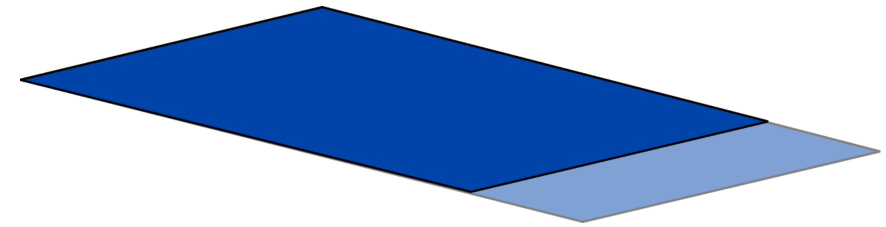
$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ \kappa \end{bmatrix}$$

- On peut définir des matériaux équivalents en membrane ou flexion $\square^{m/f}$ tels que :

$$\tilde{A}(E_x^m, E_y^m, G_{xy}^m, \nu_{xy}^m) = A_{\mathrm{CLT}}$$
$$\tilde{D}(E_x^f, E_y^f, G_{xy}^f, \nu_{xy}^f) = D_{\mathrm{CLT}}$$



Matériau homogène équivalent



- Chargement membrane pure

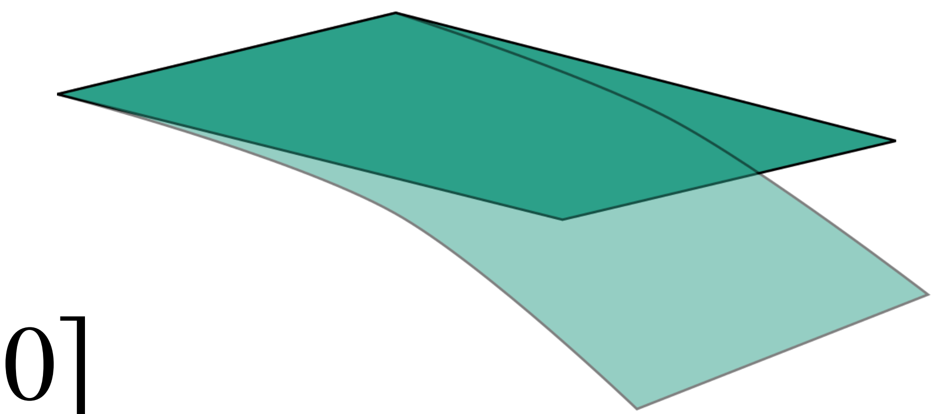
$$\begin{bmatrix} N \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ 0 \end{bmatrix}$$

- On peut trouver un matériau équivalent tel qu'il ait la même rigidité ***A*** en membrane

$$E_x^m = \frac{1}{h}\frac{A_{11}A_{22} - {A_{12}}^2}{A_{22}} \qquad G_{xy}^m = \frac{1}{h}A_{66}$$

$$E_y^m = \frac{1}{h}\frac{A_{11}A_{22} - {A_{12}}^2}{A_{11}} \qquad \nu_{xy}^m = A_{12}/A_{22}$$

Matériau homogène équivalent



- Chargement flexion pure

$$\begin{bmatrix} 0 \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \kappa \end{bmatrix}$$

- On peut trouver un matériau équivalent tel qu'il ait la même rigidité ***D*** en flexion

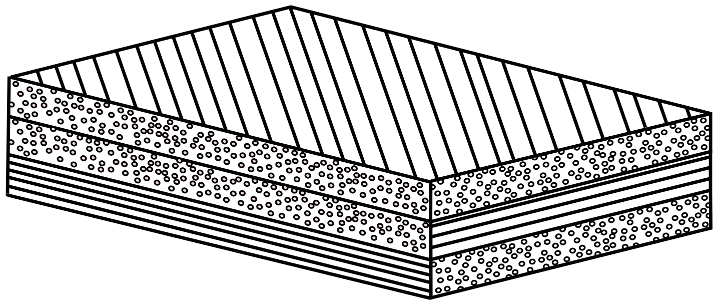
$$E_x^f = \frac{12}{h^3}\frac{D_{11}D_{22} - {D_{12}}^2}{D_{22}} \qquad G_{xy}^f = \frac{12}{h^3}D_{66}$$

$$E_y^f = \frac{12}{h^3}\frac{D_{11}D_{22} - {D_{12}}^2}{D_{11}} \qquad \nu_{xy}^f = D_{12}/D_{22}$$

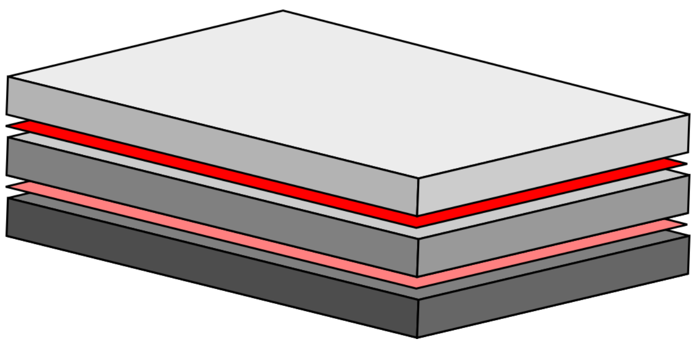
Matériau homogène équivalent

- **Choix du matériau homogène équivalent ?**
  - Si symétrique *et* équilibré, et chargement pur : choix évident
  - Si symétrique *et* équilibré, et chargement quelconque : dépend du chargement
  - Sinon, dépend à la fois de l'empilement (couplage) et du chargement

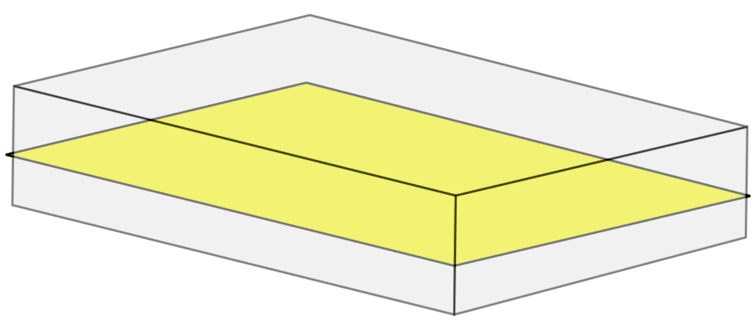
En résumé



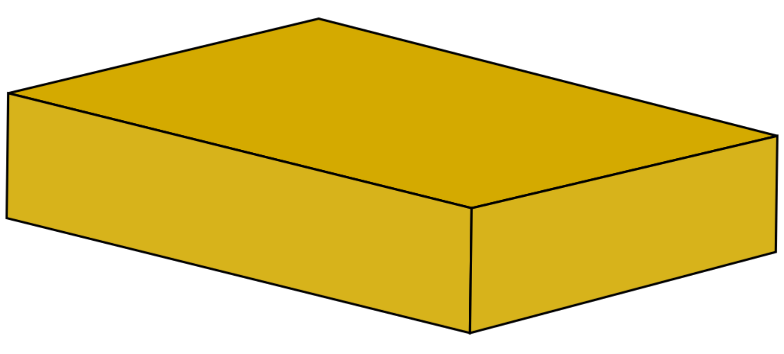
structure hétérogène multiéchelle



plis + interfaces



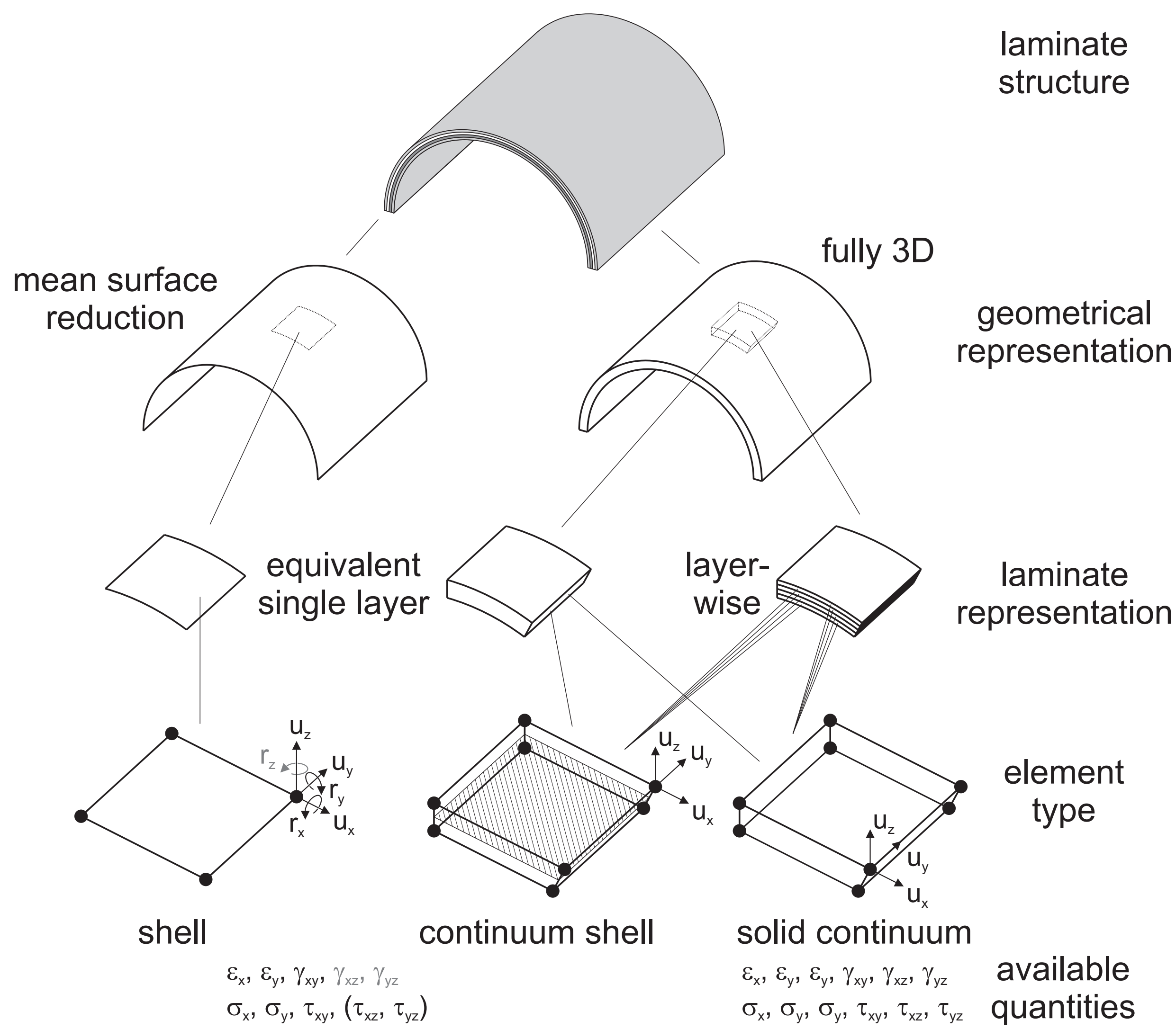
plaque équivalente (CLT)



matériau orthotrope équivalent

Choix des éléments

- Différentes approximations matériaux
- Quels types d'éléments sont compatibles avec ces représentations
  - 2D/3D, cinématique (plaque, solide), homogène/composite ?

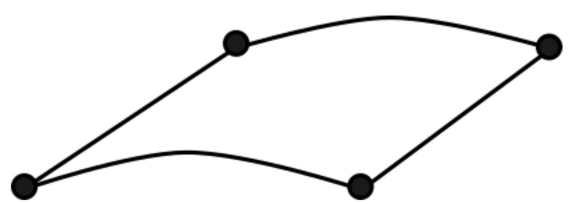


d'après [Deuschle2010]

Eléments de type *shell*

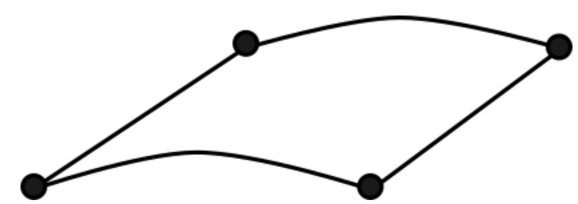
- Shell = “coque”
- Géométrie 2D, cinématique 3D (plaque mince)
- 6 DDL par noeud : 3 translations u_x, u_y, u_z et 3 rotations r_x, r_y, r_z
- Contraintes planes : $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$

homogeneous shell



- Matériau homogène équivalent (membrane/flexion)
- Epaisseur

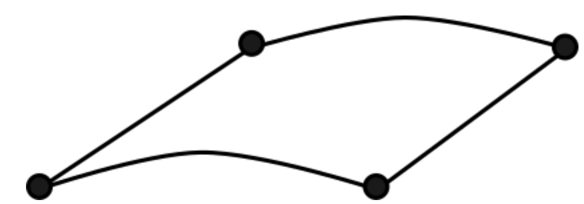
generalised shell



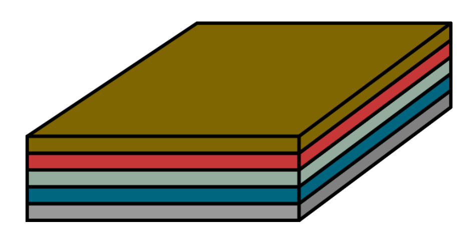
- Matrice [ABD]

Epaisseur définie par la définition de la *section*

composite shell



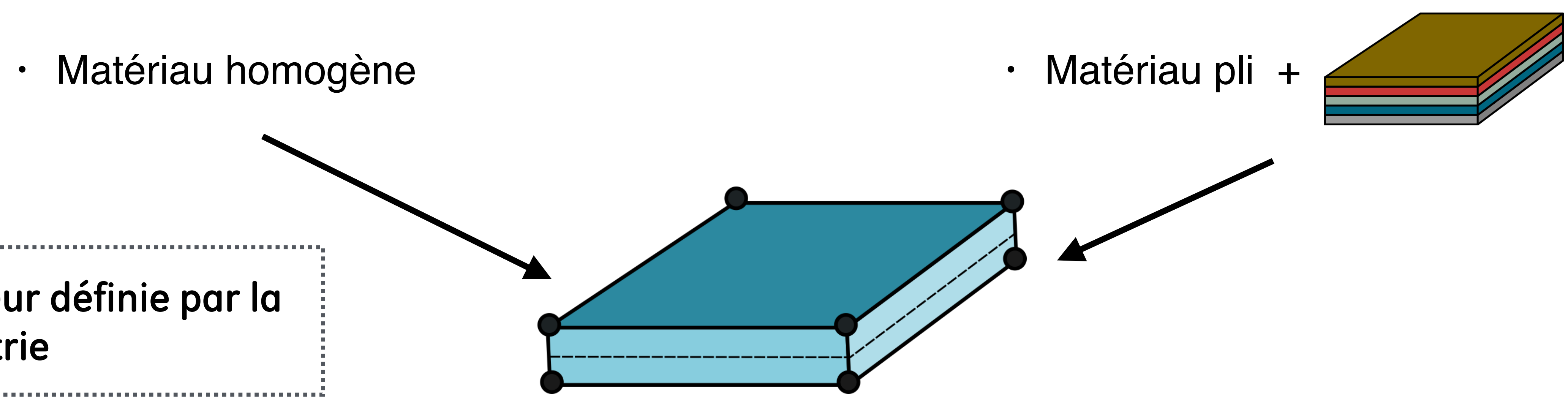
- Matériaux plis
- Définition stratification (épaisseur, orientation)



Accès direct aux valeurs pli par pli

Eléments de type *continuum shell*

- Element volumique mais avec cinématique plaque (*épaisse*)
- 3 DDL par noeud : 3 translations u_x, u_y, u_z
- Contraintes planes $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ (+ *approximation* τ_{xz}, τ_{yz}), mais toujours $\sigma_z = 0$

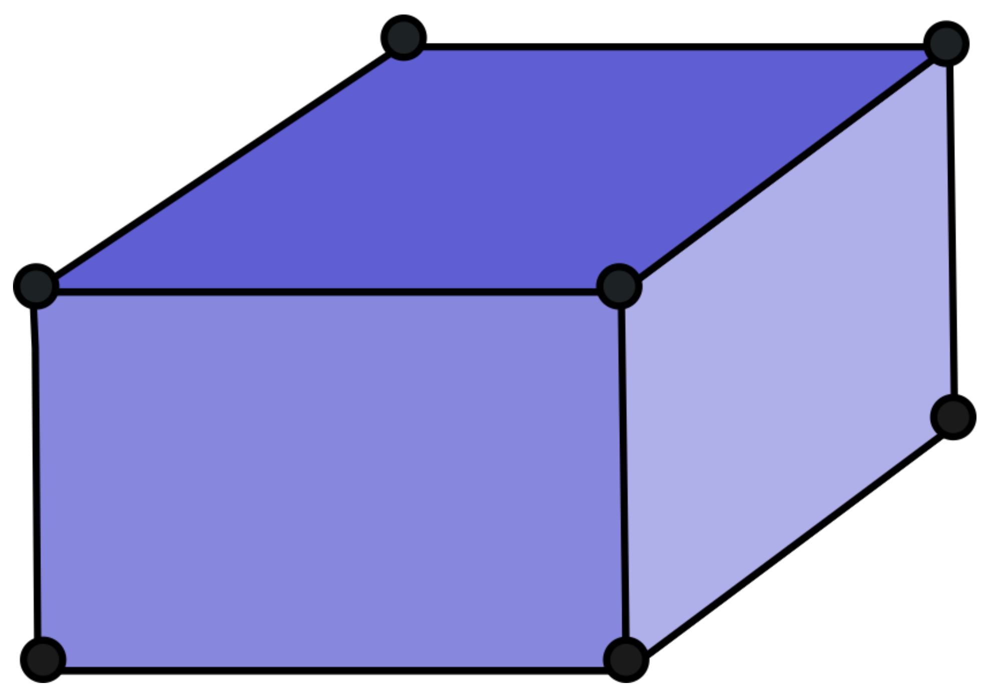


Epaisseur définie par la géométrie

- On gagne (un peu) en contrainte (approx. cisaillement interlamaire), mais on perd en cinématique. Pas de DDL de rotation = pas de flexion
- (Seul) intérêt : pièce avec épaisseur variable -> épaisseur “coque” depuis la CAO sans avoir à définir plusieurs *sections*

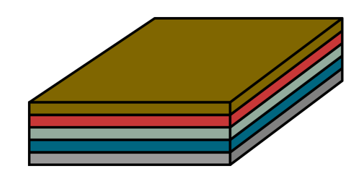
Eléments de type *solid*

- Element volumique
- 3 DDL par noeud : 3 translations u_x, u_y, u_z
- Tenseur des contraintes 3D complet



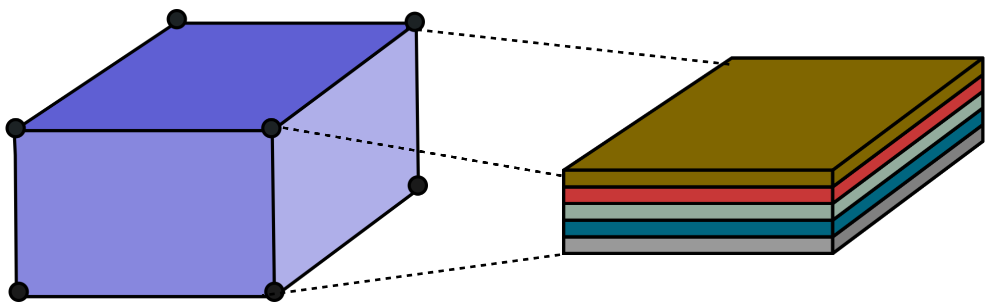
Matériau homogène

Matériau pli +

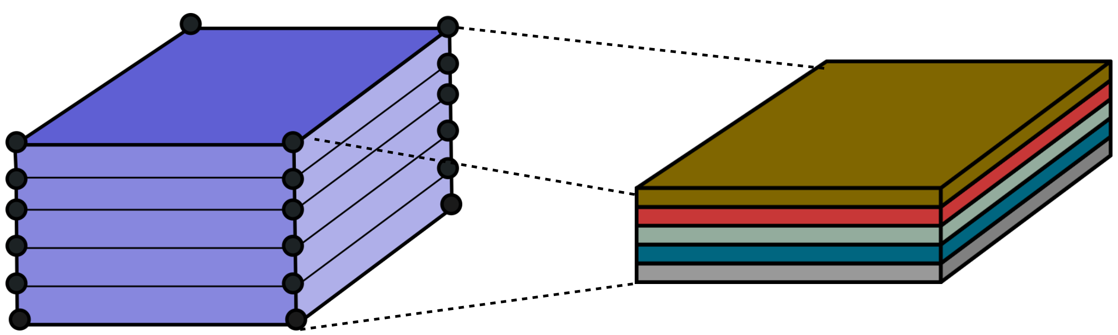


Eléments de type *solid*

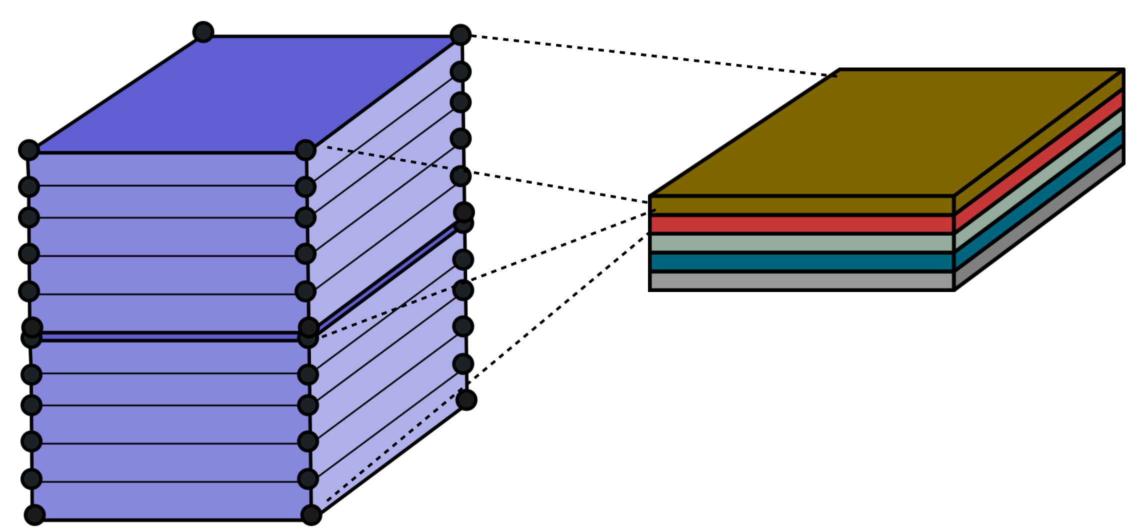
1 élément dans l'épaisseur



1 élément par pli



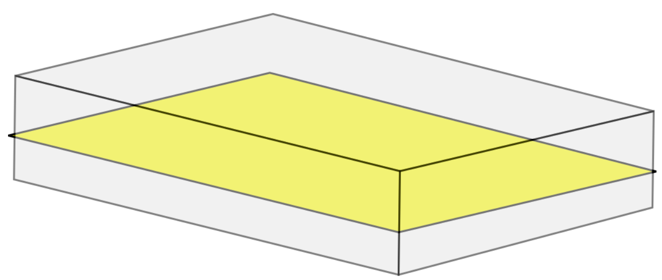
Plusieurs éléments par pli



En pratique

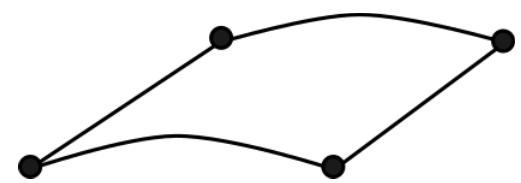
- Dans 95% des cas, on peut s'en sortir avec :

Théorie des stratifiés



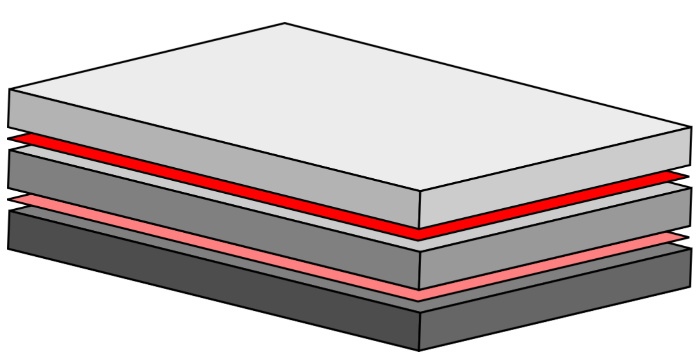
+

Shell



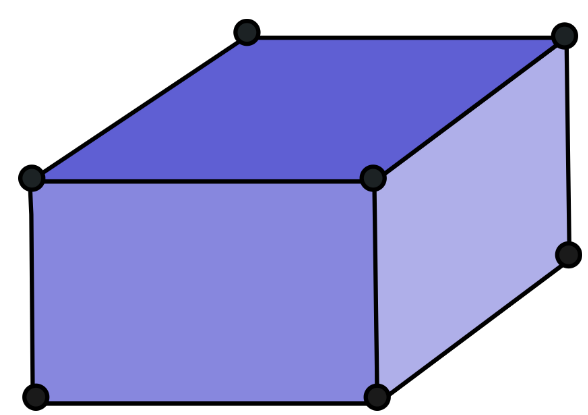
- Suffisant pour dimensionnement global (déformée, effort) **TP1**
- OK pour endommagement intralaminaire (plis) **TP2**

Plis (+ interfaces)



+

Solid



- Nécessaire pour contraintes hors-plan + endommagement interlaminaire (délaminage) **TP3**