

РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 5

1 Построение графика

Пусть в картинной системе координат выделен кадр со следующими параметрами: V_x, V_y — размеры кадра по горизонтали и вертикали соответственно; (V_{cx}, V_{cy}) — координаты нижнего левого угла кадра (см. рис. 1 а)). Стороны кадра параллельны осям координат.

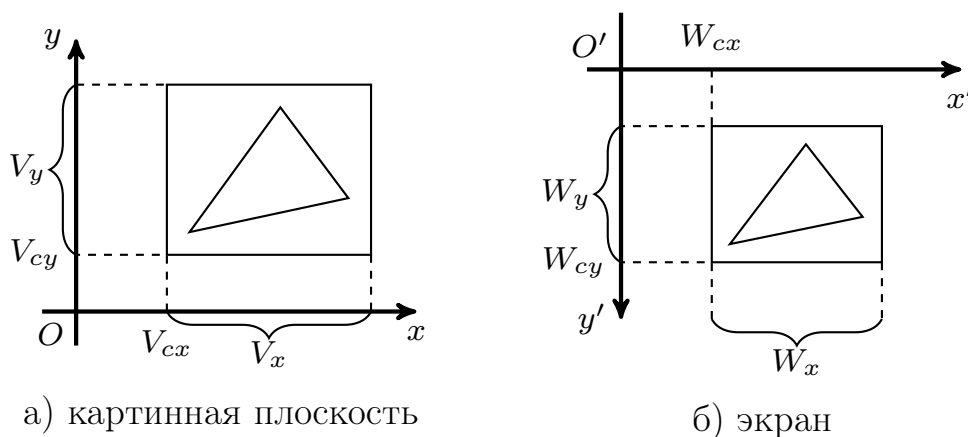


Рис. 1: Операция кадрирования

Пусть в системе координат экрана задано прямоугольное окно, с которым необходимо совместить изображение попавшее в кадр. Пусть параметры этого окна следующие: W_x, W_y — размеры окна по горизонтали и вертикали соответственно; (W_{cx}, W_{cy}) — координаты нижнего левого угла окна (см. рис. 1 б)).

Если и в картинной системе координат ось Oy направлена вверх, а в СКЭ — вниз, то такое совмещение можно выразить преобразованием:

$$\begin{cases} x' = \frac{x - V_{cx}}{V_x} W_x + W_{cx}, \\ y' = W_{cy} - \frac{y - V_{cy}}{V_y} W_y. \end{cases} \quad (1)$$

Из этого преобразования получим выкладки для получения набора отрезков, представляющих график функции в окне. Знаем, что в системе координат

экрана каждый наш отрезок будет начинаться в некоторой точке (x', y') и заканчиваться в $(x' + 1, y'')$. Значения x' нам известны (x' пробегает все значения от W_{cx} до $W_{cx} + W_x - 1$). Из первого уравнения в (1) выразим значение x в картинной плоскости, соответствующее значению x' :

$$x = \frac{x' - W_{cx}}{W_x} V_x + V_{cx}. \quad (2)$$

Для полученного значения x можно узнать соответствующий ему y как результат

$$y = f(x), \quad (3)$$

после чего найдем y' по второму уравнению в (1):

$$y' = W_{cy} - \frac{y - V_{cy}}{V_y} W_y. \quad (4)$$

Аналогичным образом находим y''

$$x_1 = \frac{x' + 1 - W_{cx}}{W_x} V_x + V_{cx}. \quad (5)$$

$$y_1 = f(x_1), \quad (6)$$

$$y'' = W_{cy} - \frac{y_1 - V_{cy}}{V_y} W_y. \quad (7)$$

Осталось вывести на экран отрезок между точкой (x', y') и $(x' + 1, y'')$ (если он является видимым).

Стоит отметить, что вычисление (3) можно провести только в том случае, если функция f определена в точке x и это значение является конечным. Поэтому перед таким вычислением стоит проверять значение функции $fexists(x)$ и, в случае результата **false** для хотя бы одного из концов отрезка — не пытаться изображать отрезок.

Так как при операции кадрирования точка разрыва в координатах экрана может попасть между точками x' и x'' , то могут возникать нежелательные отрезки (см. рис. 2 а)). Чтобы минимизировать возможность появления таких отрезков функцию $fexists(x)$ нужно определять таким образом, чтобы она выдавала **false** не только для координаты x точки разрыва, но и для некоторой ее окрестности. Например, для функции $f(x) = 1/x$ функция $fexists(x)$ может выдавать **false** если $|x| < 0.001$ и **true** в остальных случаях; для функции $f(x) = \operatorname{tg} x$ функция $fexists(x)$ может выдавать **false** если $|\sin x| < 0.01$ и **true** в остальных случаях. Для каждой конкретной функции величину окрестности можно подобрать опытным путем.

Подведем итог вышесказанного в виде алгоритма для вывода графика функции.

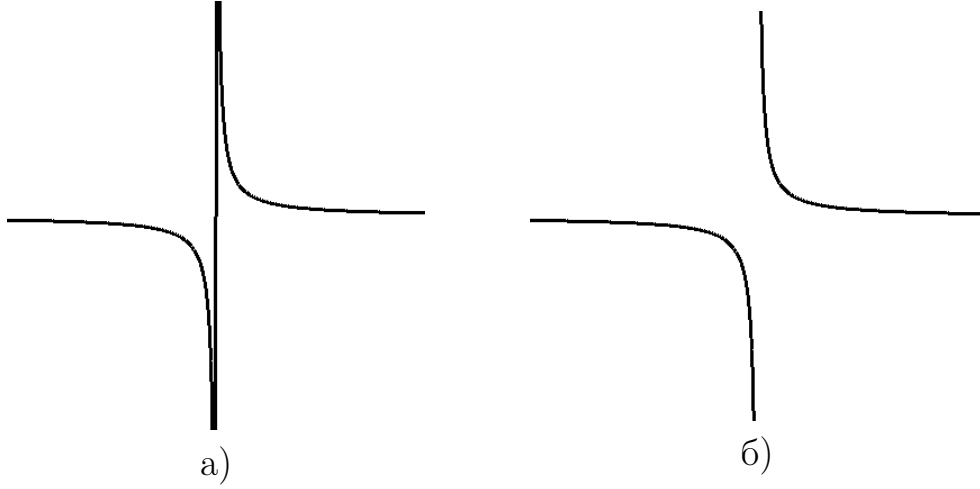


Рис. 2: График функции $f(x) = \frac{1}{x}$ с лишним отрезком — а), и без лишнего отрезка — б)

АЛГОРИТМ

1. $x' = W_{cx}$, $x = V_{cx}$;
2. Если $fexists(x)$, то

$$\begin{aligned} visible_1 &= \text{true}, \\ y &= f(x), \\ y' &= W_{cy} - \frac{y - V_{cy}}{V_y} W_y, \end{aligned}$$

а иначе $visible_1 = \text{false}$.

3. Если $x' \geq W_{cx} + W_x$ то закончить алгоритм, иначе переход к шагу 4

$$4. x = \frac{x' + 1 - W_{cx}}{W_x} V_x + V_{cx};$$

5. Если $fexists(x)$,

$$\begin{aligned} visible_2 &= \text{true}, \\ y &= f(x), \\ y'' &= W_{cy} - \frac{y - V_{cy}}{V_y} W_y, \end{aligned}$$

а иначе $visible_2 = \text{false}$.

6. Если $visible_1 \ \&\& \ visible_2$ то начертить отрезок $[(x', y'), (x' + 1, y'')]$ (его видимую часть).
7. Присвоить $x' = x' + 1$, $y' = y''$, $visible_1 = visible_2$ и перейти к шагу 3. \square

2 Вывод координатной сетки

Рядом с линиями координатной сетки необходимо выводить значения координат картинной плоскости. Вычислить их можно пользуясь теми же соотношениями (1).

Для горизонтальных линий, проходящих на экране через координату y' , выводимое значение вычисляется по формуле, обратной для второго равенства в (1):

$$y = V_{cy} - \frac{y' - W_{cy}}{W_y} V_y.$$

Для вертикальных линий, проходящих на экране через координату x' — выводимое значение вычисляется по формуле, обратной для первого равенства в (1):

$$x = \frac{x' - W_{cx}}{W_x} V_x + V_{cx}.$$