# 3. Основные понятия компьютерной графики

## 3.1. Векторные и растровые изображения

Векторное изображение — это изображение, состоящее из графических примитивов, таких как точки, линии, сплайны и многоугольники и др.

Для того, чтобы некоторое графическое устройство строило векторные изображения необходимо, чтобы оно умело строить графические примитивы (например провести непрерывный отрезок от точки $A$ до точки $B$). Существует узкий класс устройств, ориентированных исключительно на отображение векторных данных. К ним относятся мониторы с векторной развёрткой, графопостроители, а также некоторые типы лазерных проекторов.

Большинство современных компьютерных устройств отображают информацию в растровом формате. Растровое устройство можно рассматривать как матрицу дискретных ячеек (точек, пикселов), каждая из которых может быть закрашена (подсвечена). Таким образом, оно является точечно-рисующим устройством. Невозможно, за исключением специальных случаев, непосредственно нарисовать отрезок прямой из одной адресуемой точки или пиксела в матрице в другую адресуемую точку или пиксел. Отрезок можно лишь аппроксимировать последовательностями точек (пикселов), близко лежащих к реальной траектории отрезка. Эту идею иллюстрирует рис. 3.2.

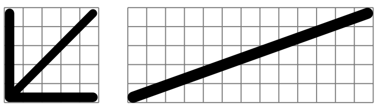


Рис. 3.1. Изображение отрезка на векторном устройстве.

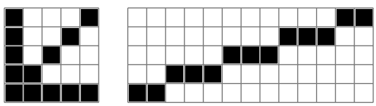


Рис. 3.2. Аппроксимация отрезка на растровом устройстве.

Преобразование растрового изображения в векторный формат называется векторизацией, а преобразование векторного формата в растровый — растеризацией. При выводе векторного изображения на растровом устройстве растеризация обычно проводится преобразователями, программными или аппаратными, встроенными в видеокарту.

### 3.2. Сцена. Системы координат

Совокупность естественных или абстрактных объектов, предназначенных для построения изображения с помощью компьютера, будем называть сценой. В зависимости от размерности пространства, в котором рассматриваются объекты, сцена бывает трехмерной или двумерной.

Построенное изображение сцены будем называть образом сцены. Образ двумерной сцены называют двумерным образом, трехмерной сцены — трехмерным образом.

Часть сцены, для которой получен образ называют прообразом.

Для описания объектов сцены с ней связывают систему координат.

Декартова система координат, в которой заданы объекты сцены называют мировой системой координат. Для двумерной сцены такую систему координат еще называют картинной (или системой координат картинной плоскости), а для трехмерной сцены — объектной. Объектная система координат может быть как левой, так и правой.

Как двумерный, так и, в большинстве случаев, трехмерный образ представляет собой двумерное прямоугольное изображение. Для описания расположения объектов образа используют двумерную ДСК, связанную с портом вывода: экраном компьютера, окном на экране, листом печати и т. п. Такую ДСК называют системой координат экрана (СКЭ). Обычно, при выводе в окно на экране компьютера, СКЭ представляет собой ДСК, начало координат которой обычно располагается в верхнем левом углу, ось $Oy$ направлена вертикально вниз, а ось $Ox$ направлена вправо. Обычно, значения координат в СКЭ целочисленные.

Для двумерного случая прямоугольнику образа соответствует некоторая прямоугольная область прообраза — кадр. Построение двумерного образа заключается в совмещении кадра с прямоугольником образа. Эту операцию будем называть операцией кадрирования.

Пусть в картинной системе координат выделен кадр со следующими параметрами (см. рис. 3.3): $V_x$, $V_y$ — размеры кадра по горизонтали и вертикали соответственно; $(V_{cx}, V_{cy})$ — координаты нижнего левого угла кадра. Не теряя общности предположим, что стороны кадра параллельны осям координат — в противном случае можно перейти к новой системе координат с помощью одного преобразования поворота.

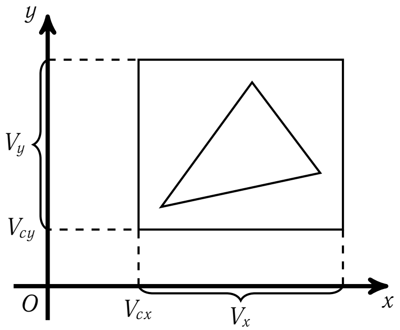



Рис. 3.3. Кадр в картинной плоскости

Пусть в СКЭ задано прямоугольное окно, с которым необходимо совместить изображение попавшее в кадр. Пусть параметры этого окна следующие (см. рис. 3.4, *а*): $W_x$, $W_y$ — размеры окна по горизонтали и вертикали соответственно; $(W_{cx}, W_{cy})$ — координаты нижнего левого угла окна.

Если и в картинной системе координат и в СКЭ ось $Oy$ направлена вверх, то такое совмещение можно выразить преобразованием:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - V_{cx}}{V_x} W_x + W_{cx}, \\ y' = \dfrac{y - V_{cy}}{V_y} W_y + W_{cy}, \end{cases}$$

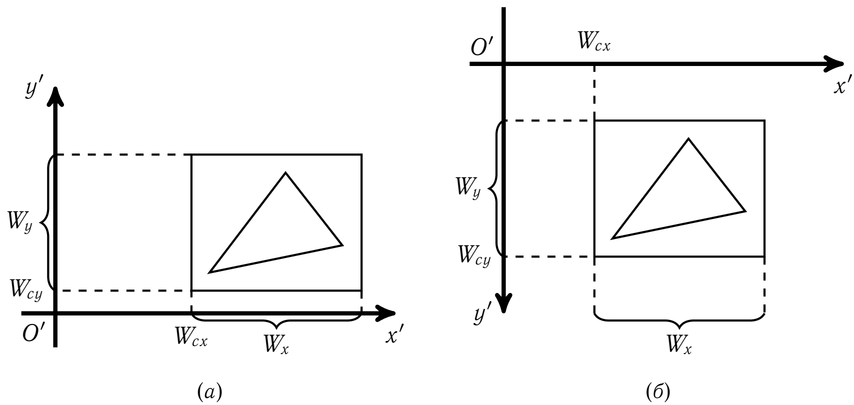



Рис. 3.4. Кадр в экранной плоскости: (*а*) в левой системе координат, (*б*) в правой системе координат

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix}\chi' \\ \gamma' \\ \alpha'\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_x/V_x & 0 & W_{cx} - V_{cx}W_x/V_x \\ 0 & W_y/V_y & W_{cy} - V_{cy}W_y/V_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix}\chi \\ \gamma \\ \alpha\end{bmatrix}. \tag{3.1}$$

Если и в картинной системе координат ось $Oy$ направлена вверх, а в СКЭ — вниз (см. рис. 3.4, *б*), то такое совмещение можно выразить преобразованием:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - V_{cx}}{V_x} W_x + W_{cx} \\ y' = W_{cy} - \dfrac{y - V_{cy}}{V_y} W_y \end{cases}$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix}\chi' \\ \gamma' \\ \alpha'\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_x/V_x & 0 & W_{cx} - V_{cx}W_x/V_x \\ 0 & -W_y/V_y & W_{cy} + V_{cy}W_y/V_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix}\chi \\ \gamma \\ \alpha\end{bmatrix}. \tag{3.2}$$

Соотношения (3.1) и (3.2) задают преобразование кадрирования.

Построение двумерного образа может заключаться в том, что для каждой точки кадра в картинной плоскости выполняется операция кадрирования и, тем самым, вычисляется положение этой точки в окне в СКЭ. Или наоборот (в частности, при растеризации изображения), для каждой точки растра в окне в СКЭ выполняется обратное преобразование для операции кадрирования и, тем самым, вычисляется положение той точки в картинной плоскости, которая должна быть отображена в исходной точке системы координат экрана.

Построение трехмерного образа происходит не так элементарно.

Трехмерный образ есть изображение трехмерной сцены с некоторой точки зрения. Точку пространства, из которой наблюдается трехмерная сцена будем называть точкой наблюдения. Направление, в котором происходит наблюдение будем задавать с помощью вектора — вектора наблюдения. Субъекта наблюдения будем называть наблюдателем. Будем предполагать, что точка наблюдения находится в одном из глаз наблюдателя.

Пусть наблюдатель смотрит на трехмерную сцену через прямоугольное окно, причем вектор наблюдения перпендикулярен плоскости этого окна, а взгляд наблюдателя устремлен точно в его центр (рис. 3.5). Такое окно будем называть окном наблюдения. Считаем, что между наблюдателем и окном наблюдения не содержится никаких объектов. Путь трехмерная сцена, содержащая объекты, видимые для наблюдателя,

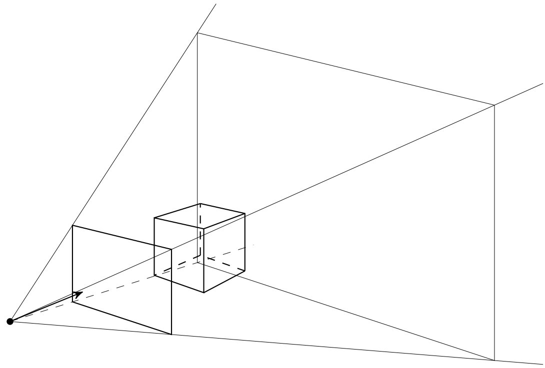


Рис. 3.5. Трехмерная сцена

ограничена сзади плоскостью, параллельной окну наблюдения, т. е. никакие объекты, лежащие за этой плоскостью не являются видимыми для наблюдателя.

Таким образом прообраз трехмерного изображения ограничен усеченной пирамидой, основания которой образованы окном наблюдения и плоскостью, ограничивающей дальность обзора, а боковые грани опираются на стороны окна наблюдения (рис. 3.6). Внутрь пирамиды видимости попадают те части объектов трехмерной сцены, которые

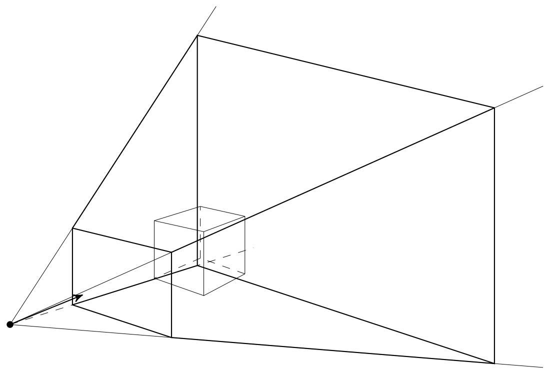


Рис. 3.6. Пирамида видимости

потенциально может видеть наблюдатель через окно наблюдения.

Можно представить, что вместо трехмерной сцены наблюдатель видит на плоскости окна наблюдения её двумерное изображение (как если бы то, что мы видим за окном, было, на самом деле, нарисовано на окне). Это изображение и будет представлять кадр в трехмерном случае.

С наблюдателем связывают специальную систему координат — систему координат наблюдателя (СКН) (см. рис. 3.7). СКН — правая ДСК, в которой начало координат

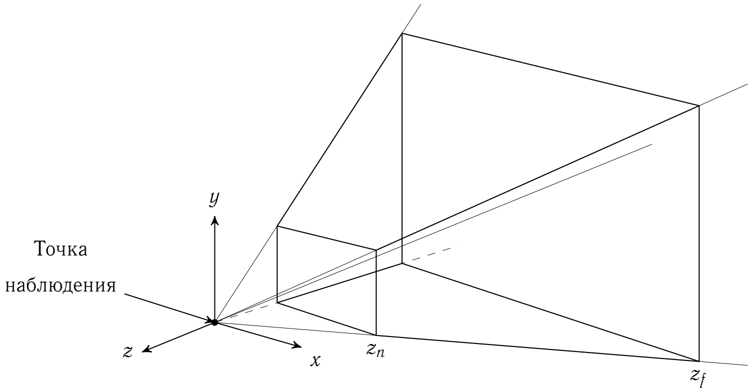



Рис. 3.7. Система координат наблюдателя

находится в точке наблюдения, ось $Oz$ параллельна вектору наблюдения, но направлена в противоположную сторону — на наблюдателя, ось $Ox$ направлена вправо от направления наблюдения, а ось $Oy$ — вверх. Тогда ось $Oz$ проходит перпендикулярно плоскости окна наблюдения через его центр. Предполагаем, что стороны окна наблюдения параллельны осям $Ox$ и $Oy$.

Обозначим $V$ — матрицу преобразования мировой системы координат в систему координат наблюдателя. Элементы матрицы $V$ можно вычислить, зная координаты точки наблюдения и направление наблюдения (преобразование сведется к нескольким вращениям и одному переносу).

### Переход от мировой системы координат к системе координат наблюдателя

Пусть задана трехмерная сцена в мировой системе координат (см. рисунок 3.8). Будем предполагать, что мировая система координат — правая. Кроме того, пусть заданы

- точка наблюдения $S = (x_s, y_s, z_s)$,
- точка $P = (x_p, y_p, z_p)$ на которую направлен вектор наблюдения,

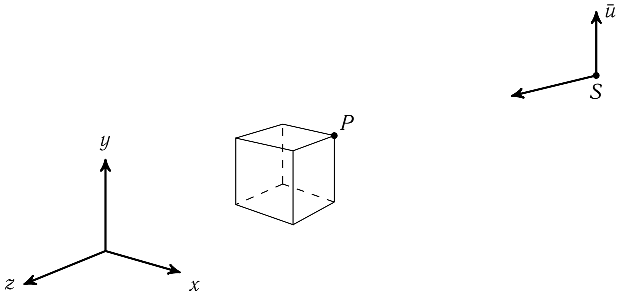



Рис. 3.8. Трехмерная сцена в мировой системе координат

- вектор $\bar{u} = (u_x, u_y, u_z)$ указывающий направление вверх (возможно, примерное направление вверх).

Система координат наблюдателя — правая декартова система координат, начало которой лежит в точке наблюдения, а ось $Oz$ параллельна вектору наблюдения. Таким образом, для перехода от мировой системы координат к системе координат наблюдателя необходимо:

1. перенести начало координат в точку наблюдения;
2. организовать вращение осей координат таким образом, чтобы ось $Oz$ была направлена в сторону противоположную вектору наблюдения, а ось $Oy$ была направлена вверх.

Первое преобразование простое: достаточно к однородным координатам каждой точки применить преобразование переноса с коэффициентами $T_x = -x_s$, $T_y = -y_s$, $T_z = -z_s$, т. е. необходимо выполнить преобразование заданное матрицей

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_s \\ 0 & 1 & 0 & -y_s \\ 0 & 0 & 1 & -z_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Для второго преобразования сначала найдем направляющие векторы $\boldsymbol{e}_1'$, $\boldsymbol{e}_2'$, $\boldsymbol{e}_3'$ для осей системы координат наблюдателя в мировой системе координат.

Направляющий вектор для оси $Oz$ должен быть направлен от точки $P$ к точке $S$. Следовательно его направление совпадает с направлением вектора $\bar{v}_{PS} = \bar{s} - \bar{p}$, где $\bar{s}$ и $\bar{p}$ — радиус-векторы точек $S$ и $P$, соответственно. Таким образом

$$\boldsymbol{e}_3' = \frac{\bar{v}_{PS}}{|\bar{v}_{PS}|} = \frac{\bar{s} - \bar{p}}{|\bar{s} - \bar{p}|}.$$

Так как вектор $\bar{u}$ указывает примерное направление оси $Oy$ правой системы координат, то если векторно умножить его на полученный вектор $\boldsymbol{e}'_3$, получим вектор, направление которого совпадает с направлением оси $Ox$

$$\boldsymbol{e}'_1 = \frac{\bar{u} \times \boldsymbol{e}'_3}{|\bar{u}|}.$$

В правой части равенства присутствует деление на длину вектора $\bar{u}$ для нормализации.

Наконец, чтобы получить направляющий вектор для оси $Oy$ достаточно векторно умножить $\boldsymbol{e}'_3$ на $\boldsymbol{e}'_1$.

$$\boldsymbol{e}'_2 = \boldsymbol{e}'_3 \times \boldsymbol{e}'_1.$$

Теперь можно получить матрицу вращения системы координат, совместив в ней векторы $\boldsymbol{e}'_1$, $\boldsymbol{e}'_2$, $\boldsymbol{e}'_3$ в качестве строк:

$$R_2 = \begin{bmatrix} & \boldsymbol{e}'_1 & & 0 \\ & \boldsymbol{e}'_2 & & 0 \\ & \boldsymbol{e}'_3 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Таким образом, для перехода из мировой системы координат в систему координат наблюдателя необходимо для каждой точки $(\chi, \gamma, \zeta, \alpha)$ выполнить преобразование $V$, где

$$V = R_2 \cdot R_1$$

Матрицу $V$ полученную таким способом назовем $LookAt(S, P, \bar{u})$.

### 3.3. Классификация изображений

Различают проволочные, контурные и полутоновые трехмерные изображения.

При построении проволочного изображения предполагается, что объекты — многогранники и они представляются набором ребер (см. рис. 3.9, *а*). В образе отражаются все ребра всех объектов, попавших внутрь пирамиды видимости.

При построении контурного изображения предполагается, что объекты — многогранники и они представляются набором своих граней (см. рис. 3.9, *б*). В образе отражаются видимые грани видимых объектов.

Построение полутонового изображения предполагает, что точки объектов могут иметь некоторые свойства (цвет, прозрачность и т. п.). Кроме того в трехмерной сцене могут присутствовать источники света. При построении образа в этом случае атрибуты каждой точки могут меняться в зависимости от расстояния от неё до наблюдателя и до источников света, от взаимного расположения объектов на сцене.

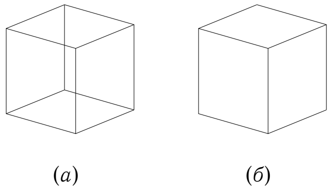



Рис. 3.9. Проволочное (а) и контурное (б) изображения

## 3.4. Построение ортогональной трехмерной проекции

Простейший способ построения трехмерного образа — получение ортогональной (прямоугольной) проекции объектов трехмерной сцены на окно наблюдения. При условии параллельности окна наблюдения плоскости $xOy$ построение такой проекции заключается в отбрасывании третьей координаты (координаты $z$) для каждой точки. Этого приема достаточно для построения проволочного изображения. Построение об-

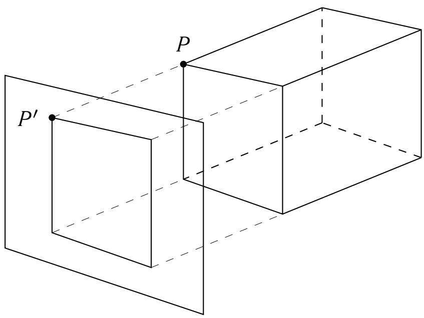



Рис. 3.10. Построение проволочной прямоугольной проекции

раза по такой проекции сводится к операции кадрирования.

При построении контурного или полутонового изображения, бывает необходимо провести вспомогательное преобразование трехмерной сцены с целью получения промежуточного трехмерного прообраза, расположенного в ограниченном пространстве. Размерности такого пространства могут варьироваться для различных графических систем. Здесь, в качестве примера, будем использовать ограничения

$$
\begin{aligned}
-1 \leqslant x \leqslant 1, \\
-1 \leqslant y \leqslant 1, \\
-1 \leqslant z \leqslant 1.
\end{aligned}
$$

Предположим, что исходный прообраз задан в системе координат наблюдателя. Пусть размеры окна наблюдения, как и раньше, $V_x$ по горизонтали и $V_y$ по вертикали и окно наблюдения расположено на расстоянии $near$ от наблюдателя. Пусть видимая часть сцены ограничена расстоянием $far$ по оси $Oz$ от наблюдателя. Тогда вспомогательное преобразование заключается в сдвиге исходного трехмерного прообраза в положительном направлении оси $Oz$ на $(far + near)/2$ (чтобы совместить центр сцены с началом координат) с последующим масштабированием в $2/V_x$ раз по оси $Ox$, $2/V_y$ раз по оси $Oy$ и $2/(far - near)$ раз по оси $Oz$:

$$
\begin{bmatrix}
\frac{2}{V_x} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{2}{V_y} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{2}{far - near} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & \frac{far + near}{2} \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
$$

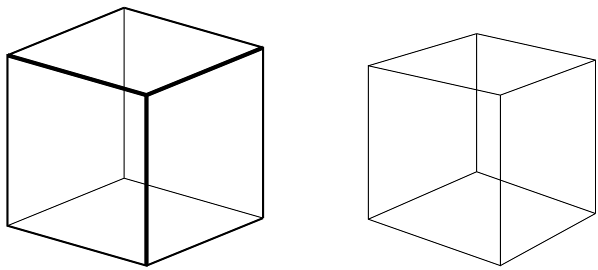
Назовем матрицу совмещенного преобразования $Ortho(V_x, V_y, near, far)$:

$$
Ortho(V_x, V_y, near, far) =
\begin{bmatrix}
\frac{2}{V_x} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{2}{V_y} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{2}{far - near} & \frac{far + near}{far - near} \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\tag{3.3}
$$

### 3.5. Факторы повышения наглядности глубины

Глубиной точки трехмерной сцены назовем расстояние от наблюдателя до этой точки.

При построении трехмерного образа зачастую необходимо учитывать восприятие глубины объектов в изображении. Факторы, влияющие на повышение восприятия глубины объектов образа называются факторами повышения наглядности глубины изображения. Существует несколько факторов повышения наглядности глубины изображения. Один из таких факторов — регулировка яркости (см. рис. 3.11, *а*). В этом



(*а*) (*б*)

Рис. 3.11. Регулировка яркости (*а*) и перспектива (*б*)

случае яркость точек образа понижается по мере увеличения глубины соответствующих точек прообраза.

Другой, наиболее естественный и наиболее распространенный фактор повышения наглядности глубины — перспектива (см. рис. 3.11, *б*). Перспектива — намеренное искажение объектов в образе, при котором изменяются размеры объектов по мере изменения расстояния от них до наблюдателя (например, размер шпал у колеи железной дороги кажется уменьшающимся по мере удаления от наблюдателя к горизонту).

Изображение, построенное с перспективой, называется перспективным изображением.

## 3.6. Построение проволочного перспективного изображения

Пусть задана трехмерная сцена в системе координат наблюдателя. Пусть $near$ — расстояние от наблюдателя до окна наблюдения, $V_x$, $V_y$ — размеры окна наблюдения по вертикали и горизонтали соответственно.

Рассмотрим трехмерную сцену в проекции на плоскость $yOz$ (см. рис. 3.13). Наблюдатель видит точку $P = (x, y, z)$ через точку $P' = (x', y', z')$ окна наблюдения.

Из подобия треугольников можно вывести

$$\begin{cases} y' = \dfrac{near}{-z} y, \\ z' = -near. \end{cases}$$

Если дополнительно рассмотреть трехмерную сцену в проекции на плоскость $xOz$, то

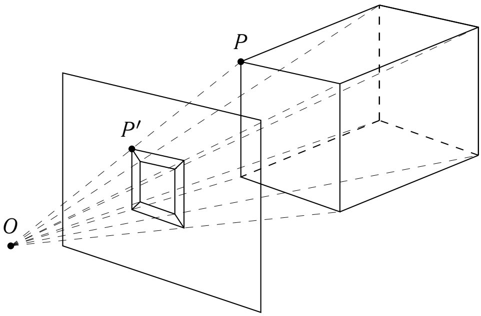



Рис. 3.12. Построение проволочной перспективной проекции

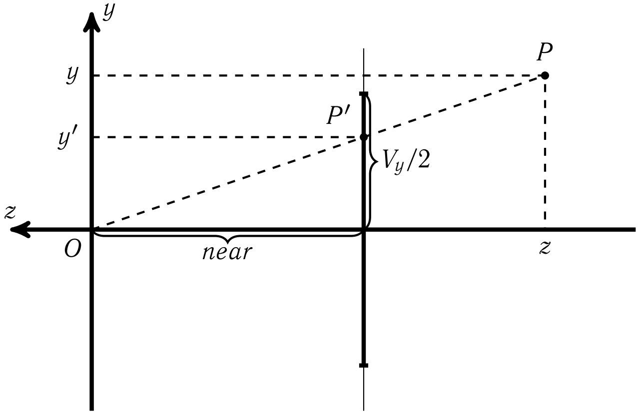



Рис. 3.13. Трехмерная сцена в проекции на плоскость $yOz$

можно получить

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{near}{z}x, \\ y' = -\dfrac{near}{z}y, \\ z' = -near. \end{cases} \tag{3.4}$$

Последнее преобразование можно записать в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \zeta' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} near & 0 & 0 & 0 \\ 0 & near & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \zeta \\ \alpha \end{bmatrix}. \tag{3.5}$$

В преобразовании (3.5) игнорируется третья координата результата — здесь она приравнивается к нулю. Кроме того заметим, что исходная третья координата присваивается четвертой координате, вследствие чего после перехода из однородной системы координат в обычную произойдет деление на значение $z$.

Приведенное преобразование называется простым перспективным преобразованием, а матрица в последнем соотношении называется матрицей перспективной проекции.

Так как все точки трехмерной сцены после перспективного преобразования располагаются в плоскости окна наблюдения, т. е. сцена из трехмерной превратилась в двумерную, то дальнейшее построение образа сводится к операции кадрирования с параметрами $V_{cx} = -V_x/2$, $V_{cy} = -V_y/2$.

Для проведения операций удаления невидимых линий и поверхностей введем вспомогательный промежуточный прообраз, подобный прообразу, полученному с помощью преобразования (3.3). Так же как и в случае построения заготовки для прямоугольной проекции получим заготовку в области

$$\begin{aligned} -1 &\leqslant x \leqslant 1, \\ -1 &\leqslant y \leqslant 1, \\ -1 &\leqslant z \leqslant 1. \end{aligned}$$

К каждой точке исходного прообраза применим перспективное преобразование, но кроме этого сохраним её глубину.

Для координат $x$ и $y$ применяем перспективное преобразование

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{near}{z}x, \\ y' = -\dfrac{near}{z}y, \end{cases} \tag{3.6}$$

после этого проведем масштабирование, подобное преобразованию (3.3).

$$\begin{cases} x'' = x'\dfrac{2}{V_x}, \\ y'' = y'\dfrac{2}{V_y}. \end{cases} \tag{3.7}$$

Что касается координаты $z$ — нам необходимо преобразование из $z$ в $z''$, для которого выполняются условия:

- если $z_1 = z_2$, то $z_1'' = z_2''$;
- если $z = -near$, то $z'' = 1$;
- если $z = -far$, то $z'' = -1$;

- если $z_1$ и $z_2$ такие, что

$$-near \geqslant z_1 > z_2 \geqslant -far,$$

то для $z_1''$ и $z_2''$ должно выполняться

$$1 \geqslant z_1'' > z_2'' \geqslant -1.$$

Для получения общего преобразования представим его в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \chi'' \\ \gamma'' \\ \zeta'' \\ \alpha'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} near \cdot \dfrac{2}{V_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & near \cdot \dfrac{2}{V_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & B \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Осталось выяснить, чему должны равняться $A$ и $B$.

В скалярной форме преобразование запишется как система

$$\begin{cases} \chi'' = near \cdot \dfrac{2}{V_x} \cdot x \\ \gamma'' = near \cdot \dfrac{2}{V_y} \cdot y \\ \zeta'' = Az + B \\ \alpha'' = -z \end{cases}$$

После перехода из однородной системы координат получим

$$\begin{cases} x'' = -\dfrac{near}{z} \cdot \dfrac{2}{V_x} \cdot x \\ y'' = -\dfrac{near}{z} \cdot \dfrac{2}{V_y} \cdot y \\ z'' = -A - \dfrac{B}{z} \end{cases}$$

Для получения $A$ и $B$ воспользуемся вторым и третьим из вышеперечисленных свойств преобразования

$$\begin{cases} z = -near & \to \quad z'' = 1 \\ z = -far & \to \quad z'' = -1 \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} -A - \dfrac{B}{-near} = 1 \\ -A - \dfrac{B}{-far} = -1 \end{cases}$$

Выразим из последней системы равенств $A$ и $B$, получим

$$\begin{cases} A = \dfrac{far + near}{far - near} \\ B = \dfrac{2 \cdot far \cdot near}{far - near} \end{cases}$$

Таким образом матрица преобразования сформирована полностью. Обозначим эту матрицу $Frustrum(V_x, V_y, near, far)$:

$$Frustrum(V_x, V_y, near, far) = \begin{bmatrix} near \cdot \dfrac{2}{V_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & near \cdot \dfrac{2}{V_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{far + near}{far - near} & \dfrac{2 \cdot far \cdot near}{far - near} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Исходные данные для задачи перспективного преобразования могут задаваться иначе: вместо размеров окна наблюдения задается значение соотношения сторон окна $aspect$ ($aspect = V_x/V_y$) и угол вертикального обзора $fovy$ (см. рис. 3.14).

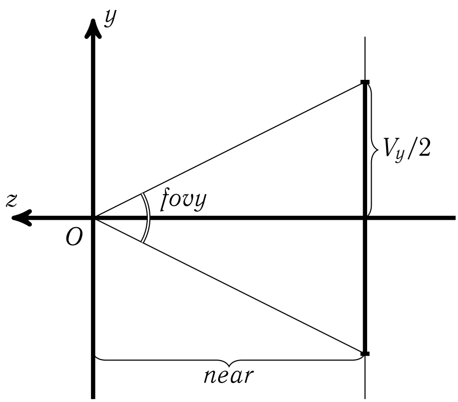



Рис. 3.14. Угол вертикального обзора

Из треугольника на рисунке 3.14

$$\frac{V_y}{2} = near \cdot \operatorname{tg}\frac{fovy}{2},$$

откуда

$$V_y = 2 \cdot near \cdot \operatorname{tg}\frac{fovy}{2}.$$

Следовательно

$$V_x = aspect \cdot V_y = 2 \cdot aspect \cdot near \cdot \operatorname{tg}\frac{fovy}{2}.$$

Подставим эти значения в матрицу $Frustrum(V_x, V_y, near, far)$ и полученную матрицу обозначим через $Perspective(fovy, aspect, near, far)$:

$$Perspective(fovy, aspect, near, far) =$$
$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{aspect} \operatorname{ctg} \frac{fovy}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \operatorname{ctg} \frac{fovy}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{far + near}{far - near} & \frac{2 \cdot far \cdot near}{far - near} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

### 3.7. Экранная система координат

Полученную в результате преобразований *Ortho*, *Frustrum* или *Perspective* трехмерную сцену обычно используют как заготовку для алгоритмов отсечения невидимых линий и граней, запускаемых для получения окончательного образа. Будем называть правую систему координат связанную с такой трехмерной сценой — экранной системой координат.

Переход от экранной системы координат к системе координат экрана заключается в отбрасывании третьей координаты для всех точек и последующей операции кадрирования с параметрами $V_{cx} = -1$, $V_{cy} = -1$, $V_x = 2$, $V_y = 2$.