证明1.1：设，当时，算法1.1的期望时间复杂度近似小于算法。

如果已经得到了个不同的数字，下一次随机取数结果是一个未出现数字的概率为：

在值域中进行若干次随机取值，得到个不同数字的期望次数：

算法期望时间复杂度为(1.2)，算法时间复杂度为。将期望时间复杂度作为判断条件，得表达式。若为真采用算法。反之采用算法。

计算时间复杂度为。考虑近似值优化：当时，左式为调和级数。调和级数有不等式[3]：

将带入，得到左式的一个近似解：

将带入，得证明判别式：