

Instruções: escreva todas as suas respostas de forma clara e objetiva.

Questão 1: Defina os seguintes conceitos em grafos:

- (a) Subestrutura ótima de um caminho mínimo;
- (b) Fluxo em uma rede;
- (c) Emparelhamento, emparelhamento máximo e emparelhamento perfeito;
- (d) Índice cromático;
- (e) Problema do Caixeiro Viajante e sua ligação com o circuito Hamiltoniano.

Questão 2: Dado um grafo dirigido $G = (V, E)$, define-se o fecho transitivo de G como o grafo $G^* = (V, E^*)$, no qual

$$E^* = \{(i, j) : \text{existe um caminho do vértice } i \text{ ao vértice } j \text{ em } G\}.$$

Determine um algoritmo de complexidade $O(n^3)$ para determinar o fecho transitivo de um grafo. Discorra sobre a corretude do seu algoritmo.

Questão 3: Diversas famílias vão sair para jantar. Com o intuito de aumentar a interação social entre elas, as mesmas decidiram se sentar às mesas de forma que não haja dois membros da mesma família à mesma mesa. Assuma que haja p famílias e que a i -ésima família possui $a(i)$ membros. Assuma também que há q mesas disponíveis e que a j -ésima mesa comporta $b(j)$ pessoas. Modele o problema como um problema em grafos. Descreva um algoritmo eficiente para encontrar a maior quantidade de pessoas que podem participar do jantar. Discorra sobre a corretude do seu algoritmo.

Questão 4: Sudoku é um quebra-cabeça baseado na colocação lógica de números. O objetivo do jogo é a colocação de números de 1 a 9 em cada uma das células vazias numa grade de 9x9, constituída por 3x3 subgrades chamadas regiões. O quebra-cabeça contém algumas pistas iniciais, que são números inseridos em algumas células, de maneira a permitir uma indução ou dedução dos números em células que estejam vazias. Cada coluna, linha e região só pode ter um número de cada um dos 1 a 9. Modele o sudoku como um problema em grafos.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Questão 5: Uma placa de circuito impresso pode conter centenas ou milhares de furos, que são feitos para a soldagem dos componentes eletrônicos. Além disso, os furos podem ser de tamanhos diferentes. Para otimizar o processo, deve-se perfurar todos os furos de mesmo diâmetro por vez, já que a troca da ferramenta é um processo relativamente lento, e deve-se minimizar os movimentos feitos braço mecânico que realiza as perfurações. Deseja-se movimentar o braço mecânico a menor quantidade possível, de forma a economizar tempo e aumentar a produtividade do processo. Modele o problema como um problema em grafos.