



# Taller de Nivelación 2014

## Matemáticas 11°



Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### Números reales

1. a) Grafique el intervalo  $(-5, 3)$  y  $(2, \infty)$  en la recta real  
b) Exprese las desigualdades  $x \leq 3$  y  $-1 \leq x < 4$  en notación de intervalos  
c) Encuentre la distancia entre  $-7$  y  $9$  sobre la recta real

2. Evalúe cada expresión

a)  $(-3)^4$       b)  $-3^4$       c)  $\frac{5^{23}}{5^{24}}$       d)  $\left(\frac{3}{3}\right)^{-2}$       e)  $16^{-3/4}$

3. Escriba cada número en notación científica

a) 186 000'000 000      b) 0.0000003965

4. Simplifique cada expresión. Escriba su respuesta final sin exponentes negativos

a)  $\sqrt{200} - \sqrt{32}$       c)  $\left(\frac{3x^{3/2}y^3}{x^2y^{-1/2}}\right)^{-2}$       e)  $\frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{x + 1}{x + 2}$   
b)  $(3a^3b^3)(4ab^2)^2$       d)  $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2}$       f)  $\frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$

5. Racionalice el denominador y simplifique:  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5} - 2}$

6. Realice las operaciones indicadas y simplifique:



$$\begin{array}{lll} a) 3(x+6)+4(2x-5) & c) (\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) & e) (x+2)^3 \\ b) (x+3)(4x-5) & d) (2x+3)^2 & \end{array}$$

7. Factorice completamente cada expresión

$$\begin{array}{lll} a) 4x^2 - 25 & c) x^3 - 3x^2 - 4x + 12 & e) 3x^{3/2} - 9x^{1/2} + 6x^{-1/2} \\ b) 2x^2 + 5x - 12 & d) x^4 + 27x & f) x^3y - 4xy \end{array}$$

8. Encuentre las soluciones reales:

$$\begin{array}{lll} a) x + 5 = 14 - \frac{1}{2}x & c) x^2 - x - 12 = 0 & f) x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \\ b) \frac{2x}{x+1} = \frac{2x-1}{x} & d) 2x^2 + 4x + 1 = 0 & g) 3|x-4| = 10 \\ c) \sqrt{3-\sqrt{x+5}} = 2 & \end{array}$$

9. Mary condujo de Bogotá a Melgar a una rapidez promedio de 80 km/h. De regreso, ella condujo en promedio a 70 km/h. El tiempo total de viaje fue de  $4\frac{2}{3}$  de hora. Encuentre la distancia entre las dos ciudades.
10. Una lote rectangular tiene 70 m más de largo que de ancho y su diagonal mide 130 m. Encuentre las dimensiones del lote.
11. Solucione cada inecuación. Escriba la respuesta usando la notación de intervalos y dibuje la solución en la recta real.

$$\begin{array}{ll} a) -4 < 5 - 3x \leq 17 & c) |x - 4| < 3 \\ b) x(x-1)(x+2) > 0 & d) \frac{2x-3}{x+1} \leq 1 \end{array}$$

12. Una botella de medicina debe ser guardada a una temperatura entre 5°C y 10°C. Qué rango correspondería si se toma la escala Fahrenheit? (Recuerde que la temperatura en Fahrenheit (F) y Celsius (C) satisface la relación  $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ )

## Funciones

13. Sea  $f(x) = x^2 - 4x$  y  $g(x) = \sqrt{x+4}$ , encuentre:

$$\begin{array}{l} a) \text{ El dominio de } f \text{ y el dominio de } g \\ b) f(-2), f(0), f(4), g(0), g(8), g(-6) \\ c) f(x+2), g(x+2), f(2+h) \end{array}$$

d) La razón de cambio de  $g$  entre  $x = 5$  y  $x = 21$ . (Recuerde que la razón de cambio entre los extremos  $x_1$  y  $x_2$  se define como  $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ )

e)  $f(g), g(f), f(g(12)), g(f(12))$

14. Sea  $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x \leq 2 \\ x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) Evalúe  $f(0), f(1), f(2), f(3)$  y  $f(4)$

b) Haga la gráfica de  $f$

15. Sea  $f$  la función cuadrática  $f(x) = -2x^2 + 8x + 5$ .

a) Expresé  $f$  en la forma estandar (La forma estandar de la función  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , es  $f(x) = a(x - h) + k$ , que se obtiene completando el cuadrado donde el vértice está dado por el punto  $(h, k)$ )

b) Encuentre los valores máximo y mínimo de la función  $f$

c) Haga la gráfica de  $f$

d) Encuentre el intervalo en el cual  $f$  es creciente y el intervalo en el cual  $f$  es decreciente

e) ¿Cómo es la gráfica de la función  $g(x) = -2x^2 + 8x + 10$  respecto de la función  $f$ ?

f) ¿Cómo es la gráfica de la función  $h(x) = -2(x + 3)^2 + 8(x + 3) + 5$  con respecto a la función  $f$ ?

16. Sin usar dispositivos electrónicos, encuentre la correspondencia entre las ecuaciones siguientes y las gráficas que se dan. Explique las razones de su elección.

■  $f(x) = x^3 - 8x$

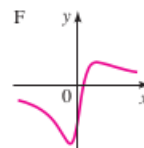
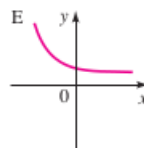
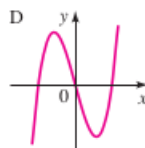
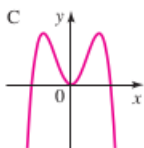
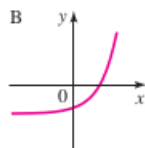
■  $k(x) = 2^{-x} + 3$

■  $s(x) = \frac{2x - 3}{x^2 + 9}$

■  $g(x) = -x^4 + 8x^2$

■  $r(x) = \frac{2x + 3}{x^2 - 9}$

■  $h(x) = x^2 - 5$



17. Una suma de \$25 000 es depositada en una cuenta que paga 5.4 % de interés compuesto por año.



- a) ¿Cuánto será el monto en la cuenta después de 3 años?
- b) ¿Cuándo la cuenta tendrá un saldo que ascienda a \$35 000?
- c) ¿En cuánto tiempo el depósito inicial se duplicará?

## Sucesiones y progresiones

Para las secuencias dadas en 18–21

- a) Encuentre los cinco primeros términos para la sucesión dada.
- b) ¿Cuál es la diferencia común  $d$ ?
- c) Grafique los términos que encuentre en a)

18.  $a_n = 5 + 2(n - 1)$

20.  $a_n = \frac{5}{2} - (n - 1)$

19.  $a_n = 3 - 4(n - 1)$

21.  $a_n = \frac{1}{2}(n - 1)$

22–25 Encuentre el  $n$  –ésimo término de la progresión aritmética dado el primer término  $a_1$  y la diferencia común  $d$ . ¿Cuál es el décimo término?

22.  $a_1 = 3, d = 5$

24.  $a_1 = \frac{5}{2}, d = -\frac{1}{2}$

23.  $a_1 = -6, d = 3$

25.  $a_1 = \sqrt{3}, d = \sqrt{3}$

26. Determine la diferencia común, el quinto término, el  $n$ -ésimo término y el centésimo término de las progresiones aritméticas

a) 1, 5, 9, 13, ...

c)  $\frac{7}{6}, \frac{5}{3}, \frac{13}{6}, \frac{8}{3}, \dots$

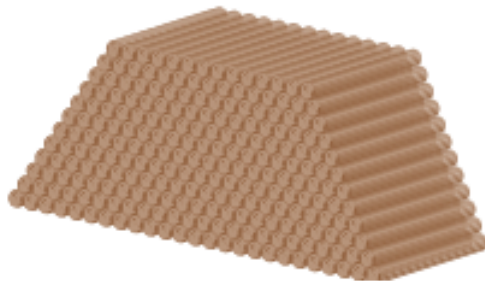
b) 11, 8, 5, 2, ...

d) 15, 12.3, 9.6, 6.9, ...

27. El décimo término de una progresión aritmética es  $\frac{55}{2}$ , y, el segundo término es  $\frac{7}{2}$ . Encuentre el primer término.

28. El duodécimo término de una progresión aritmética es 32, y el quinto término es 18. Encuentre el vigésimo término.

29. Los postes de teléfono son puestos en pila, con 25 postes en el primer nivel, 24 en el segundo y así sucesivamente. Si hay 12 niveles, ¿cuántos postes de teléfono contiene la pila de postes?



30–33 Dado el  $n$ -ésimo término de la progresión.

- a) Encuentre los cinco primeros términos
- b) ¿Cuál es la razón común  $r$ ?
- c) Grafique los términos que encuentre en a)

30.  $a_n = 5(2)^{n-1}$

32.  $a_n = \frac{5}{2} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

31.  $a_n = 3(-4)^{n-1}$

33.  $a_n = 3^{n-1}$

34–37 Determine si la sucesión es progresión geométrica. Si es, encuentre la razón común  $r$

34. 2, 6, 18, 36, ...

36.  $e^2, e^4, e^6, e^8, \dots$

35. 27, -9, 3, -1, ...

37.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$

38. Las frecuencias de las notas musicales (medidas en ciclos por segundo) forman una progresión geométrica. El DO central tiene una frecuencia de 256, y el DO una octava arriba tiene una frecuencia de 512. Encuentre la frecuencia del DO dos octavas abajo del DO central.

39. Un cultivo de bacterias tiene inicialmente 5000 bacterias y su número aumenta 8 % cada hora. ¿Cuántas bacterias hay al cabo de 5 horas? Encuentre una expresión que indique el número de bacterias que hay al cabo de  $n$  horas.

40. Sea la función  $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \\ 3 - x & \text{si } 0 < x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) Grafique la función  $f$
- b) Evalúe



1)  $f(0)$       2)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$       3)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$       4)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$       5)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

41. Evalúe los límites, si existen.

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4x - 21}{x - 3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x - 21}{x - 3}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x - 2}$