

## Taller, Calculando límites algebraicamente Cálculo 11°



Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre:	Curso: Fecha:
Propiedades de los límite	S
Para resolver límites algebraicamente	es necesario y útil aplicar sus propiedades:
1. $\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} f(x)$	g(x) Límite de una suma
2. $\lim_{x \to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) - \lim_{x \to a} f(x)$	g(x) Límite de una diferencia
3. $\lim_{x \to a} [cf(x)] = c \lim_{x \to a} f(x)$	Límite de una constante por una función
4. $\lim_{x \to a} [f(x)g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$	Límite del producto
5. $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}  \text{si}  \lim_{x \to a} f(x)$	$g(x) \neq 0$ Límite de un cociente
	resolver un límite de una función polinómica o ades, también tenemos las siguientes propiedades otenciación y la radicación:
$6. \lim_{x \to a} c = c$	
$7. \lim_{x \to a} x = a$	

Para n entero positivo y a > 0

8.  $\displaystyle \lim_{x \to a} x^n = a^n$  Para n entero positivo

 $9. \lim_{x \to a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ 

## Taller

1. Suponga que:

$$\lim_{x \to a} f(x) = -3 \qquad \lim_{x \to a} g(x) = 0 \qquad \lim_{x \to a} h(x) = 8$$

$$\lim_{x \to a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} h(x) = 8$$

Encuentre los valores de los límites. Si el límite no existe, explique por qué

$$a) \lim_{x \to a} [f(x) + g(x)]$$

$$d) \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{h(x)}$$

$$g) \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$b) \lim_{x \to a} [f(x)]^2$$

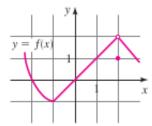
$$e) \lim_{x \to a} \frac{1}{f(x)}$$

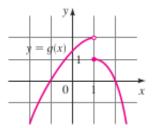
$$h) \lim_{x \to a} \frac{2f(x)}{h(x) - f(x)}$$

c) 
$$\lim_{x \to a} \sqrt[3]{h(x)}$$

$$f$$
)  $\lim_{x \to a} \frac{g(x)}{f(x)}$ 

2. Observe las gráficas de f y g. Úselas para evaluar cada límite si existe. Si no existe, explique por qué.





a) 
$$\lim_{x \to 2} [f(x) + g(x)]$$

$$d$$
)  $\lim_{x \to -1} \frac{f(x)}{g(x)}$ 

b) 
$$\lim_{x \to 1} [f(x) + g(x)]$$

$$e)$$
  $\lim_{x\to 2} x^3 f(x)$ 

c) 
$$\lim_{x\to 0} [f(x)g(x)]$$

$$f) \lim_{x \to 1} \sqrt{3 + f(x)}$$

Evalúe el límite justificando cada paso con el uso de las propiedades.

3. 
$$\lim_{x \to 4} (5x^2 - 2x + 3)$$

6. 
$$\lim_{x \to 1} \left( \frac{x^4 + x^2 - 6}{x^4 + 2x + 3} \right)^2$$

4. 
$$\lim_{x \to 3} (x^3 + 2)(x^2 - 5x)$$

7. 
$$\lim_{t \to -2} (t+1)^9 (t^2-1)$$

5. 
$$\lim_{x \to -1} \frac{x-2}{x^2 + 4x - 3}$$

8. 
$$\lim_{u \to -2} \sqrt{u^4 + 3u + 6}$$

Evalúe cada límite si existe

9. 
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$$

10. 
$$\lim_{x \to -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x} - 4$$

11. 
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x + 6}{x + 2}$$

12. 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

13. 
$$\lim_{t \to -3} \frac{t^2 - 9}{2t^2 + 7t + 3}$$

14. 
$$\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{1+h}-1}{h}$$

15. 
$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x - 7}$$

16. 
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2}$$

17. 
$$\lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h}$$

18. 
$$\lim_{h \to 0} \frac{(3+h)^{-1} - 3^{-1}}{h}$$

19. 
$$\lim_{x \to -4} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{x}}{4 + x}$$

20. 
$$\lim_{t \to 0} \left( \frac{1}{t} - \frac{1}{t^2 + t} \right)$$

Encuentre los límites y luego use geogebra para verificar el resultado

21. 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

22. 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(4+x)^3-64}{x}$$

23. 
$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - x}$$

24. 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^8 - 1}{x^5 - x}$$

Encuentre el límite si existe. Si el límite no existe explique por qué

25. 
$$\lim_{x \to -4} |x+4|$$

26. 
$$\lim_{x \to -4^-} \frac{|x+4|}{x+4}$$

27. 
$$\lim_{x \to 2} \frac{|x-2|}{x-2}$$

28. 
$$\lim_{x \to 1.5} \frac{2x^2 - 3x}{|2x - 3|}$$

29. 
$$\lim_{x \to 0^-} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$$

30. 
$$\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|}\right)$$

31. Sea

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si} \quad x < 2 \\ x^2 - 4x + 6 & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$$

a) Encuentre  $\lim_{x\to 2^-} f(x)$  y  $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ 

- b)  $\lim_{x\to 2} f(x)$  existe?
- c) Grafique la función f
- 32. Sea

$$h(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x \le 2 \\ 8 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Evalúe cada límite si existe

a)  $\lim_{x\to 0^+} h(x)$ 

 $d) \lim_{x \to 2^{-}} h(x)$ 

b)  $\lim_{x\to 0} h(x)$ 

 $e) \lim_{x \to 2^+} h(x)$ 

c)  $\lim_{x \to 1} h(x)$ 

f)  $\lim_{x \to 2} h(x)$ 

## 33. Cancelación y límites

a) ¿Cuál es el error en la siguiente ecuación?

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$

b) Teniendo en cuenta la parte a), explique por qué la ecuación

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \to 2} (x + 3)$$

Contracción de Lorentz: En la teoría de la relatividad, la fórmula de la contracción de Lorentz

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

expresa la longitud L de un objeto como función de su velocidad v con respecto a un observador, donde  $L_0$  es la longitud del objeto en reposo y c es la rapidez de la luz. Encuentre  $\lim_{v\to c} L$  e interprete el resultado. Es necesario calcular el límite por izquierda?

Recuerde que después de la semana de receso, habrá quiz sobre el taller anterior y éste.

"El conocimiento es patrimonio de la humanidad, no es solo tuyo, trasmítelo para beneficio de toda la humanidad."