



Taller 08, Diferencia de cuadrados y cubos Álgebra 8°



Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

A continuación se explican dos casos de factorización a abordar en este taller.

Diferencia de cuadrados

Se presenta como su nombre lo indica cuando existe una diferencia entre dos cantidades o expresiones que son cuadrados perfectos y se factoriza según el siguiente patrón:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Siempre que se tenga una diferencia de cuadrados perfectos, se factoriza como una suma por una diferencia de sus raíces.

Ejemplo 1

Factorizar $x^2 - 16$

Se observa que tanto x^2 como 16 son cuadrados perfectos, ya que x^2 es el cuadrado de x y 16 es el cuadrado de 4. Luego factorizamos así:

$$\begin{aligned} x^2 - 16 &= x^2 - 4^2 \\ &= (x - 4)(x + 4) \end{aligned}$$

Diferencia de cuadrados
suma por diferencia

Ejemplo 2:

Factorizar $4x^2 - 9y^2$

Nuevamente observamos que tanto 4 como x^2 son cuadrados perfectos, así como 9 y y^2 . Más específicamente podemos asumir que $4x^2$ es el cuadrado de $2x$ y que $9y^2$ es el cuadrado



de $3y$. Así que factorizamos así:

$$\begin{aligned} 4x^2 - 9y^2 &= 2^2x^2 - 3^2y^2 && \text{Cada término es cuadrado perfecto} \\ &= (2x)^2 - (3y)^2 && \text{Se expresa como Diferencia de cuadrados} \\ &= (2x - 3y)(2x + 3y) && \text{Se factoriza} \end{aligned}$$

A veces se debe factorizar completamente porque uno de los factores es a su vez una diferencia de cuadrados, como en los siguientes ejemplos

Ejemplo 3:

$$16x^4 - 81y^4$$

Se procede a factorizar como ya sabemos:

$$\begin{aligned} 16x^4 - 81y^4 &= 4^2(x^2)^2 - 9^2(y^2)^2 && \text{Los términos son C. P.} \\ &= (4x^2)^2 - (9y^2)^2 && \text{Se expresa como diferencia de C.P.} \\ &= (4x^2 - 9y^2)(4x^2 + 9y^2) && \text{El primer factor es una Dif. de C.P.} \\ &= ((2x)^2 - (3y)^2)(4x^2 + 9y^2) && \text{Se expresa el primer factor como una D. de C.P.} \\ &= (2x - 3y)(2x + 3y)(4x^2 + 9y^2) && \text{Se factoriza a su vez el 1er factor} \end{aligned}$$

Ejemplo 4:

$$(x - 1)^2 - (x + 4)^2$$

Claramente se observa una Dif. de C.P. Luego se procede así:

$$\begin{aligned} (x - 1)^2 - (x + 4)^2 &= ((x - 1) + (x + 4))((x - 1) - (x + 4)) \\ &= (x - 1 + x + 4)(x - 1 - x - 4) && \text{Destruyendo los paréntesis internos} \\ &= (2x + 3)(-5) && \text{Reduciendo términos semejantes} \\ &= -5(2x + 3) \end{aligned}$$

Ejemplo 5:

$$48y^3 - 27y$$

Aquí no se observan claramente los C.P. Entonces debemos ver si primero podemos aplicar factor común. Evidentemente sí

$$\begin{aligned} 48y^3 - 27y &= 3y(16y^2 - 9) && \text{Aplicando Factor común} \\ &= 3y(4y + 3)(4y - 3) && \text{Aplicando nuevamente Dif de C.} \end{aligned}$$

Quiz conceptual

Para los siguientes enunciados escriba V o F según corresponda.

- a. Un binomio que tiene dos cuadrados perfectos que se restan es una diferencia de cuadrados.
- b. La suma de dos cuadrados es factorizable usando enteros.
- c. La suma de dos cubos se puede factorizar usando enteros.
- d. La diferencia de dos cuadrados es factorizable.
- e. La diferencia de dos cubos es factorizable
- f. Para factorizar es aconsejable inspeccionar que se pueda aplicar factor común en primera instancia.
- g. El polinomio $4x^2 + y^2$ se factoriza como $(2x + y)(2x + y)$
- h. La factorización completa de $y^4 - 81$ es $(y^2 + 9)(y^2 - 9)$
- i. La ecuación $x^2 = -9$ no tiene soluciones reales.
- j. La ecuación $abc = 0$ si y sólo si $a = 0$

Ejercicios

Factorice usando el caso diferencia de cuadrados.

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| 1. $x^2 - 9$ | 6. $25 - 49n^2$ |
| 2. $4x^2 - 49$ | 7. $(3x + 5y)^2 - y^2$ |
| 3. $x^2 - 64y^2$ | 8. $x^2 - (y - 5)^2$ |
| 4. $x^2y^2 - a^2b^2$ | 9. $16s^2 - (3t + 1)^2$ |
| 5. $x^6 - 9y^2$ | 10. $(x - 1)^2 - (x - 8)^2$ |

Factorice cada uno de los siguientes polinomios completamente. Indique cuáles no son factorizables usando coeficientes enteros. No olvide los casos vistos antes, como "factor común"



11. $8x^2 - 72$

12. $7x^2 + 28$

13. $5y^2 - 80$

14. $x^3y^2 - xy^2$

15. $x^4 - 16$

16. $4x^2 + 9$

17. $20x^3 + 45x$

18. $12x^3 - 27xy^2$

19. $1 - 16x^4$

20. $20x - 5x^3$

21. $9x^2 - 81y^2$

22. $2x^5 - 162x$

Para los siguientes ejercicios, use la suma o diferencia de cubos para factorizar.

23. $a^3 - 27$

24. $x^3 + 8$

25. $8x^3 + 27y^3$

26. $1 - 8x^3$

27. $125x^3 + 27y^3$

28. $x^6 + y^6$

Para los problemas siguientes, encuentre todos los números reales que son solución de cada ecuación.

29. $x^2 - 1 = 0$

30. $4y^2 = 25$

31. $3x^2 - 108 = 0$

32. $4x^3 = 64x$

33. $54 - 6x^2 = 0$

34. $x^5 - x = 0$

35. $4x^3 + 12x = 0$

Para los problemas siguientes, plantee una ecuación y soluciónela para resolver el problema.

36. El cubo de un número es igual a su cuadrado. Encuentre el número

37. La suma de las áreas de dos cuadrados es 26 m^2 . El lado del cuadrado grande es cinco veces el lado del cuadrado pequeño. Encuentre las dimensiones de cada cuadrado.

38. Suponga que el largo de un rectángulo es $1\frac{1}{3}$ veces su ancho. El área del rectángulo es 48 cm^2 . Encuentre el largo y ancho del rectángulo.

39. La superficie total de un cono circular recto es $108\pi\text{ cm}^2$. Si la altura del cono es dos veces la longitud del radio de la base, encuentre la longitud del radio.

40. La altura de un triángulo es $\frac{1}{3}$ la longitud del lado sobre el que se dibuja la altura. Si el área del triángulo es 6 cm^2 , encuentre su altura.