b) $\lim_{x \to 2} f(x)$ existe?

c) Grafique la función f

32. Sea

$$h(x) = \begin{cases} x & \text{si} \quad x < 0 \\ x^2 & \text{si} \quad 0 < x \leq 2 \\ 8 - x & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Evalúe cada límite si existe

a) $\lim_{x \to 0^+} h(x)$

b) $\lim_{x \to 0} h(x)$

c) $\lim_{x \to 1} h(x)$

d) $\lim_{x \to 2^-} h(x)$

e) $\lim_{x \to 2^+} h(x)$

f) $\lim_{x \to 2} h(x)$

33. Cancelación y límites

a) ¿Cuál es el error en la siguiente ecuación?

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$

b) Teniendo en cuenta la parte *a)*, explique por qué la ecuación

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \to 2} (x + 3)$$

Contracción de Lorentz: En la teoría de la relatividad, la fórmula de la contracción de Lorentz

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

expresa la longitud L de un objeto como función de su velocidad v con respecto a un observador, donde L_0 es la longitud del objeto en reposo y c es la rapidez de la luz. Encuentre $\lim_{v \to c} L$ e interprete el resultado. Es necesario calcular el límite por izquierda?

Recuerde que después de la semana de receso, habrá quiz sobre el taller anterior y éste.

"El conocimiento es patrimonio de la humanidad, no es solo tuyo, trasmítelo para beneficio de toda la humanidad."

Taller, Calculando límites algebraicamente
Cálculo 11°

Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____________

Propiedades de los límites

Para resolver límites algebraicamente, es necesario y útil aplicar sus propiedades:

1. $\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x)$ — Límite de una suma
2. $\lim_{x \to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) - \lim_{x \to a} g(x)$ — Límite de una diferencia
3. $\lim_{x \to a} [cf(x)] = c \lim_{x \to a} f(x)$ — Límite de una constante por una función
4. $\lim_{x \to a} [f(x)g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$ — Límite del producto
5. $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$ si $\lim_{x \to a} g(x) \neq 0$ — Límite de un cociente

   Estas propiedades las aplicamos al resolver un límite de una función polinómica o racional. Además de éstas propiedades, también tenemos las siguientes propiedades especiales, algunas aplicadas a la potenciación y la radicación:

6. $\lim_{x \to a} c = c$
7. $\lim_{x \to a} x = a$
8. $\lim_{x \to a} x^n = a^n$ Para n entero positivo
9. $\lim_{x \to a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ Para n entero positivo y $a > 0$

Taller

1. Suponga que:

$$\lim_{x\to a} f(x) = -3 \qquad \lim_{x\to a} g(x) = 0 \qquad \lim_{x\to a} h(x) = 8$$

Encuentre los valores de los límites. Si el límite no existe, explique por qué

a) $\lim_{x\to a}[f(x)+g(x)]$

b) $\lim_{x\to a}[f(x)]^2$

c) $\lim_{x\to a}\sqrt[3]{h(x)}$

d) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{h(x)}$

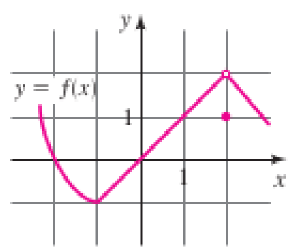
e) $\lim_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}$

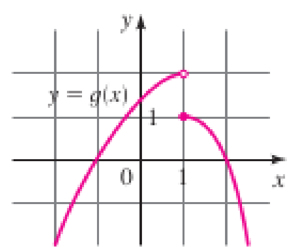
f) $\lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}$

g) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$

h) $\lim_{x\to a}\dfrac{2f(x)}{h(x)-f(x)}$

2. Observe las gráficas de f y g. Úselas para evaluar cada límite si existe. Si no existe, explique por qué.





a) $\lim_{x\to 2}[f(x)+g(x)]$

b) $\lim_{x\to 1}[f(x)+g(x)]$

c) $\lim_{x\to 0}[f(x)g(x)]$

d) $\lim_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{g(x)}$

e) $\lim_{x\to 2}x^3 f(x)$

f) $\lim_{x\to 1}\sqrt{3+f(x)}$

Evalúe el límite justificando cada paso con el uso de las propiedades.

3. $\lim_{x\to 4}(5x^2-2x+3$

4. $\lim_{x\to 3}(x^3+2)(x^2-5x)$

5. $\lim_{x\to -1}\dfrac{x-2}{x^2+4x-3}$

6. $\lim_{x\to 1}\left(\dfrac{x^4+x^2-6}{x^4+2x+3}\right)^2$

7. $\lim_{t\to -2}(t+1)^9(t^2-1)$

8. $\lim_{u\to -2}\sqrt{u^4+3u+6}$

Evalúe cada límite si existe

9. $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x-2}$

10. $\lim_{x\to -4}\dfrac{x^2+5x+4}{x^2+3x}-4$

11. $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^2-x+6}{x+2}$

12. $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

13. $\lim_{t\to -3}\dfrac{t^2-9}{2t^2+7t+3}$

14. $\lim_{h\to 0}\dfrac{\sqrt{1+h}-1}{h}$

15. $\lim_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x+2}-3}{x-7}$

16. $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^4-16}{x-2}$

17. $\lim_{h\to 0}\dfrac{(2+h)^3-8}{h}$

18. $\lim_{h\to 0}\dfrac{(3+h)^{-1}-3^{-1}}{h}$

19. $\lim_{x\to -4}\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{x}}{4+x}$

20. $\lim_{t\to 0}\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t^2+t}\right)$

Encuentre los límites y luego use geogebra para verificar el resultado

21. $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$

22. $\lim_{x\to 0}\dfrac{(4+x)^3-64}{x}$

23. $\lim_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x^3-x}$

24. $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^8-1}{x^5-x}$

Encuentre el límite si existe. Si el límite no existe explique por qué

25. $\lim_{x\to -4}|x+4|$

26. $\lim_{x\to -4^-}\dfrac{|x+4|}{x+4}$

27. $\lim_{x\to 2}\dfrac{|x-2|}{x-2}$

28. $\lim_{x\to 1.5}\dfrac{2x^2-3x}{|2x-3|}$

29. $\lim_{x\to 0^-}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{|x|}\right)$

30. $\lim_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{|x|}\right)$

31. Sea

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & \text{si} \quad x<2 \\ x^2-4x+6 & \text{si} \quad x\geq 2\end{cases}$$

a) Encuentre $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ y $\lim_{x\to 2^+} f(x)$