Taller 07, Factorización
Álgebra 8°

Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre: ______________________________Curso: ________ Fecha: _____________

Guía

Factorizar es un proceso mediante el cual se puede expresar como un producto un número o un polinomio. Los números enteros se pueden clasificar en números primos y compuestos. Todos los números enteros compuestos, se pueden factorizar como producto de números primos o potencias de primos y ésta factorización es única.

Por ejemplo el número 35, es compuesto, ya que se puede factorizar así:

$$35 = 5 \cdot 7$$

donde 5 y 7 son números primos

También el número 48 se puede expresar como el producto de primos o potencias de primos así:

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

Generalizando, se puede decir que la factorización es un proceso inverso a multiplicación. Anteriormente hemos usado la propiedad distributiva para encontrar el producto de un monomio y un polinomio, tal como se ve en la siguiente tabla:

Expresión	Aplicando P. distributiva	Producto
$3(x+2)$	$3(x)+3(2)$	$3x+6$
$5(2x-1)$	$5(2x)+5(-1)$	$10x-5$
$x(x^2+6x-4)$	$x(x^2)+x(6x)+x(-4)$	x^3+6x^2-4x

Ahora usaremos la propiedad recolectiva para reversar lo hecho por la propiedad distributiva. Así si tenemos

$$ab + ac = a(b + c)$$

Expresión	Expresión reescrita	Expresión factorizada
$3x+6$	$3(x)+3(2)$	$3(x+2)$
$10x-5$	$5(2x)+5(-1)$	$5(2x-1)$
x^3+6x^2-4x	$x(x^2)+x(6x)+2(-4)$	$x(x^2+6x-4)$

Como podrá notar cada ejemplo ha sido factorizado como el producto de un monomio y un polinomio. Obviamente, los polinomios pueden ser factorizados de varias maneras. Considere factorizar $3x^2 + 12x$

$3x^2 + 12x = 3x(x+4)$ o $3x^2 + 12x = 3(x^2 + 4x)$ o
$3x^2 + 12x = x(3x+12)$ o $3x^2 + 12x = \frac{1}{2}(6x^2 + 24x)$

Taller

Quiz de conceptos

Para los problemas 1–10, conteste V o F

1. La factorización es el proceso inverso a la multiplicación.
2. La propiedad distributiva de la forma $ab + ac = a(b + c)$ es aplicada para factorizar polinomios
3. Un polinomio puede ser factorizado de múltiples formas, pero solo una es la completa.
4. El factor común mayor de $6x^2y^3 - 12x^3y^2 + 18x^4y$ es $2x^2y$
5. Si el producto de x y y es cero, entonces x es cero y/o y es cero.
6. El factor común siempre es un monomio
7. Si la factorización de un polinomio puede ser factorizada nuevamente, entonces el polinomio no está completamente factorizado
8. El polinomio factorizado, $3a(2a^2 + 4)$, está completamente factorizado.
9. Las soluciones de la ecuación $x(x + 2) = 7$ son 7 y 5
10. El conjunto solución para $x^2 = 7x$ es 7

Ejercicios

Para los ejercicios 1–10, clasifique cada número como primo o compuesto

1. 63	3. 59	5. 51	7. 91	9. 71
2. 81	4. 63	6. 69	8. 119	10. 101

Para los problemas 11–20, factorice cada número compuesto como producto de números primos. Por ejemplo, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

11. 28
12. 39
13. 44
14. 49
15. 56
16. 64
17. 72
18. 84
19. 87
20. 91

Para los problemas 21–24, determine si el polinomio está completamente factorizado

21. $6x^2 + 12xy^2 = 2xy(3x + 6y)$
22. $2a^3b^2 + 4a^2b^2 = 4a^2b^2\left(\frac{1}{2}a + 1\right)$
23. $10m^2n^3 + 15m^4n^2 = 5m^2n(2n^2 + 3m^2n)$
24. $24ab + 12bc - 18bd = 6b(4a + 2c - 3d)$

Para los ejercicios 25–37, factorice completamente

25. $12x + 8y$
26. $15x^2 + 6x$
27. $42y^2 - 6y$
28. $27xy - 36y$
29. $12x^3 - 10x^2$
30. $24a^3b^2 + 36a^2b$
31. $15x^4y^2 - 45x^5y^4$
32. $6x^5 - 18x^3 + 24x$
33. $9x^2 - 17x^4 + 21x^5$
34. $8x^5y^3 - 6x^4y^5 + 12x^2y^3$
35. $x(y - 1) + 5(y - 1)$
36. $5x(a - b) + y(a - b)$
37. $x(x - 1) - 3(x - 1)$

Para los ejercicios 38–46 , factorice por agrupación de términos

38. $ax - 2x + ay - 2y$
39. $2ax - bx + 2ay - by$
40. $5ax - 5bx - 2ay + 2by$
41. $3bx + 3x + by + y$
42. $ax^2 - 2x^2 + 3a - 6$
43. $2bx + cy + cx + 2by$
44. $2a^2 - 3bc - 2ab + 3ac$
45. $x^2 - 2x + 5x - 10$
46. $3x^2 + 18x - 2x - 12$

Para los ejercicios 47–54, resuelva cada ecuación

47. $x^2 + 9x = 0$
48. $x^2 - 14x = 0$
49. $b^2 = -7b$
50. $-6x = 2x^2$
51. $-4x^2 + 9x = 0$
52. $3x = 11x^2$

53. $x - 6x^2 = 0$

54. $-5a = -a^2$

Para los ejercicios 55–58, solucione cada ecuación para la variable indicada

55. $ax^2 + bx = 0$ para x

56. $3ay^2 = by$ para y

57. $y^2 - ay + 2by - 2ab = 0$ para y

58. $x^2 + ax + bx + ab = 0$ para x

Para los problemas **??–??**, plantee la ecuación y solucione el problema

59. Suponga que el área de un cuadrado es seis veces su perímetro. Encuentre la longitud del lado del cuadrado

60. Encuentre la longitud del radio de un círculo cuya circunferencia es numéricamente igual a su área.

61. Encuentre la longitud del radio de un esfera cuya superficie es numéricamente igual a su volumen. (Recuerde que la superficie de la esfera es $S_s = 4\pi r^2$ y su volumen es $V_s = \frac{4}{3}\pi r^3$)

62. El área de un cuadrado es la cuarta parte del área de un triángulo. Un lado del triángulo mide 16 cm y la altura de este lado mide lo mismo que el lado del cuadrado. Encuentre la longitud del lado del cuadrado. (sugerencia: Haga un dibujo)

63. Suponga que el radio de una esfera es igual al radio de un círculo. Si el volumen de la esfera es numéricamente igual a cuatro veces el área del círculo, encuentre la longitud del radio para la esfera y el círculo.

Pensamiento en palabras

64. Suponga que un amigo, factoriza $36x^2y + 48xy^2$ como sigue:

$$\begin{aligned} 36x^2y + 48xy^2 &= (4xy)(9x + 12y) \\ &= (4xy)(3)(3x + 4y) \\ &= 12xy(3x + 4y) \end{aligned}$$

¿Es correcto el procedimiento? ¿Podría sugerir algo a su amigo?