



# Taller, Calculando límites algebraicamente Cálculo 11°



Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

## Propiedades de los límites

Para resolver límites algebraicamente, es necesario y útil aplicar sus propiedades:

1.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$  Límite de una suma

2.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$  Límite de una diferencia

3.  $\lim_{x \rightarrow a} [cf(x)] = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$  Límite de una constante por una función

4.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$  Límite del producto

5.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$  si  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$  Límite de un cociente

Estas propiedades las aplicamos al resolver un límite de una función polinómica o racional. Además de éstas propiedades, también tenemos las siguientes propiedades especiales, algunas aplicadas a la potenciación y la radicación:

6.  $\lim_{x \rightarrow a} c = c$

7.  $\lim_{x \rightarrow a} x = a$

8.  $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$  Para  $n$  entero positivo

9.  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$  Para  $n$  entero positivo y  $a > 0$



**Ejemplos:** Resolver los límites siguientes:

1.  $\lim_{x \rightarrow 5} (2x^2 - 3x + 4)$

2.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x}$

**Solución:**

## Taller

1. Suponga que:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -3 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} h(x) = 8$$

Encuentre los valores de los límites. Si el límite no existe, explique por qué

a)  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$

d)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{h(x)}$

g)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

b)  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^2$

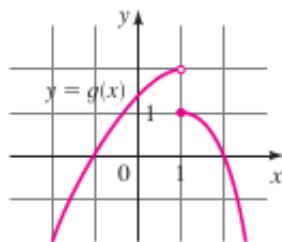
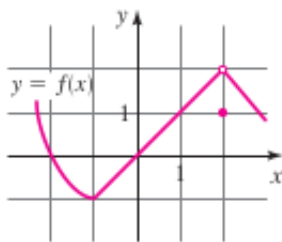
e)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)}$

h)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2f(x)}{h(x) - f(x)}$

c)  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[3]{h(x)}$

f)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)}$

2. Observe las gráficas de  $f$  y  $g$ . Úselas para evaluar cada límite si existe. Si no existe, explique por qué.



a)  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$

d)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} x^3 f(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)g(x)]$

f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{3 + f(x)}$

Evalúe el límite justificando cada paso con el uso de las propiedades.

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + 2)(x^2 - 5x)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^4 + x^2 - 6}{x^4 + 2x + 3} \right)^2$