



Taller 2, Números reales Cálculo 11°



Germán Avendaño Ramírez *

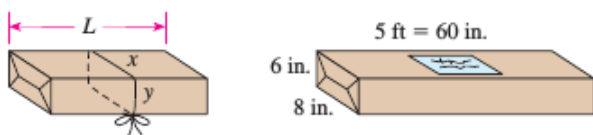
Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Números reales

1. La oficina postal solamente aceptará paquetes cuya longitud más su grueso (distancia alrededor), no supere las 108 pulgadas. Luego, para el paquete de la figura tenemos que:

$$L + 2(x + y) \leq 108$$

- a) ¿Aceptará la oficina postal un paquete que tiene 6 pulgadas de ancho, 8 pulgadas de fondo y 5 pies de largo? ¿Y un paquete que mide 2 pies por 2 pies por 4 pies?
- b) ¿Cuál es la mayor longitud que puede tener un paquete para ser aceptado que tiene una base cuadrada de 9 pulgadas por 9 pulgadas?



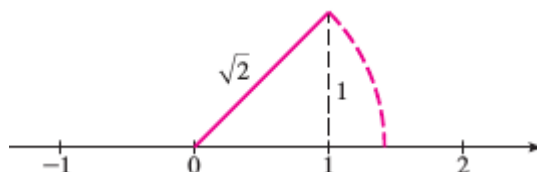
2. *Signo de los números:* Sean a , b y c números reales con $a > 0$, $b < 0$ y $c < 0$. Encuentre el signo de cada expresión.

- a) $-a$ d) $a - b$ g) $ab + ac$
b) $-b$ e) $c - a$ h) $-abc$
c) bc f) $a + bc$ i) ab^2

3. Explique por qué la suma, la diferencia, y el producto de dos números racionales es otro número racional. ¿Es el producto de dos números irracionales necesariamente un número irracional? ¿Y la suma?

4. **Combinando números racionales con números irracionales:** ¿Es $\frac{1}{2} + \sqrt{2}$ racional o irracional? ¿Es $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$ racional o irracional? En general, ¿qué puede decir acerca de la suma de un número racional y un número irracional? ¿Y del producto?

5. **Números irracionales y geometría:** Unando la siguiente figura, explique como localizar el punto $\sqrt{2}$ en la recta numérica. ¿Puede localizar el número $\sqrt{5}$ con un método similar? ¿Y $\sqrt{6}$? Muestre otros números irracionales que pueden ser ubicados así.



6. Sabemos que la adición y la multiplicación son ambas operaciones conmutativas.
- a) ¿Es la sustracción conmutativa?
- b) ¿Es la división por un número real diferente de 0 una operación conmutativa?
7. Escriba cada expresión radical usando exponentes, y, cada expresión con exponentes, usando radicales:

Expresión radical	Expresión con exponentes
$\frac{1}{\sqrt{5}}$	
$\sqrt[3]{7^2}$	
	$4^{\frac{2}{3}}$
	$11^{-\frac{3}{2}}$
$\sqrt[5]{5^3}$	
	2^{-15}
	$a^{\frac{2}{5}}$
$\frac{1}{\sqrt{x^5}}$	

8-17 Evalúe cada expresión

8. a) -3^2 b) $(-3)^2$ c) $(-3)^0$

*Lic. U.D., M.Sc. U.N.

9. a) $5^2(\frac{1}{5})^3$ b) $\frac{10^7}{10^4}$ c) $\frac{3}{3^{-2}}$
10. a) $\frac{4^{-3}}{2^{-8}}$ b) $\frac{3^{-2}}{9}$ c) $(\frac{1}{4})^{-2}$
11. a) $(\frac{2}{3})^{-3}$ b) $(\frac{3}{2})^{-2} \cdot \frac{9}{16}$ c) $(\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{5}{2})^{-2}$
12. a) $\sqrt{16}$ b) $\sqrt[4]{16}$ c) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$
13. a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt[3]{-64}$ c) $\sqrt[5]{-32}$
14. a) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ b) $\sqrt[3]{\frac{-1}{64}}$ c) $\frac{\sqrt[5]{-3}}{\sqrt[5]{96}}$
15. a) $\sqrt{7}\sqrt{28}$ b) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$ c) $\sqrt[4]{24}\sqrt[4]{54}$
16. a) $(\frac{4}{9})^{-1/2}$ b) $(-32)^{2/5}$ c) $-32^{2/5}$
17. a) $1024^{-0.1}$ b) $(-\frac{27}{8})^{2/3}$ c) $(\frac{25}{64})^{-3/2}$

18–21 Evalúe las expresiones, si $x = 3$, $y = 4$, $z = -1$

18. $\sqrt{x^2 + y^2}$ 20. $(9x)^{2/3} + (2y)^{2/3} + z^{2/3}$
19. $\sqrt[4]{x^3 + 14y + 2z}$ 21. $(xy)^{2z}$

22–25 Simplifique las expresiones

22. $\sqrt{32} + \sqrt{18}$ 24. $\sqrt[5]{96} + \sqrt[5]{3}$
23. $\sqrt{75} + \sqrt{48}$ 25. $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{3}$

26–31 Simplifique la expresión y elimine cualquier exponente negativo

26. a^9a^{-5} 30. $\frac{x^9(2x)^4}{x^3}$
27. $(3y^2)(4y^5)$
28. $(12x^2y^4)(\frac{1}{2}x^5y)$
29. $(6y)^3$ 31. $\frac{a^{-3}b^4}{a^{-5}b^5}$

32. Calcula y simplifica

a) $\sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{27}$ b) $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{375} + \sqrt[3]{81}$

33. Calcula y simplifica

a) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$ c) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})$

b) $(2\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

34. Calcula y simplifica

a) $\sqrt{\frac{7}{5}}\sqrt{35}$ b) $\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{8}{3}}$ c) $\sqrt{\frac{10}{3}}\sqrt{7,5}$

35. Dibuja un cuadrado de 5 cm de lado. Dibuja otro cuadrado que tenga doble área.

36. Dibuja un rectángulo cuya diagonal valga 5

37. Las dimensiones de una aula son 12 m de largo, 7 m de ancho y 3,40 m de alto. Dos moscas revolotean por el aula. ¿Cuál es la distancia máxima a que pueden encontrarse?

38. Representa:

a) $[4, 6] \cup (9, 11)$ c) $(2, 7) \cap (5, 9) \cap (6, 10)$

b) $[-6, 5] \cap (2, 5)$

39. Calcula:

a) $\sqrt{1024}$ k) $\sqrt{10 + 2\sqrt{7} + \sqrt[3]{8}}$

b) $\sqrt{441}$ l) $\sqrt{4,7 + 1,06}$

c) $\sqrt[3]{729}$ m) $3\sqrt[3]{0,001} + 2$

d) $\sqrt[4]{1296}$ n) $\sqrt[4]{\frac{1}{625}}$

e) $\sqrt[5]{-1}$ ñ) $\sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$

f) $28 - 2\sqrt{81}$ o) $\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{9}{25}}$

g) $\sqrt{4 + 2 \cdot 16}$

h) $8 + 2\sqrt[3]{-8}$ p) $\sqrt{\frac{9}{4}} \div \sqrt{\frac{121}{25}}$

i) $\sqrt{400 - 16 - 60}$

j) $\sqrt{5 + \sqrt{13\sqrt{9}}}$

40. Calcula

a) $(\sqrt{5 + \sqrt{5}})(\sqrt{5 - \sqrt{2}})$

b) $(2 + \sqrt{3})^2$

c) $(1 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})\sqrt{2}$

41. Transforma en radicales

a) $(-3)^{\frac{1}{5}}$ b) $(\frac{3}{5})^{3/7}$ c) $(\frac{2}{3})^{-3/2}$ d) $(\frac{1}{5})^{-1/4}$

42. Halla usando la calculadora

$\sqrt[5]{12^3}$ $\frac{1}{\sqrt[7]{7^4}}$ $\sqrt[3]{11^2}$

43. Encuentra todos los números de tres cifras que sean cubos de un número natural

44. En la descomposición de cierta cantidad de agua por electrólisis, se obtienen 2 litros de hidrógeno y 16 litros de oxígeno. ¿Cuál es la producción de hidrógeno? ¿Y de oxígeno? Expresa los resultados en tanto por ciento. ¿Qué cantidad de oxígeno se obtendrán con 54 litros de agua?

45. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para recubrir una superficie de 27,04 m²?

46. Halla la arista de un cubo cuyo volumen es 46,656 m³.

47. Un depósito cúbico tiene una capacidad de 157.464 litros. ¿Cuál es la superficie de cada una de las paredes del depósito?