



Taller, Límites de funciones en

\mathbb{R}

Cálculo 11°



Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Introducción

Materiales: Regla, escuadra, calculadora, esferos o lápices de diferentes colores.

1. Grafica cada una de las siguientes funciones definidas en el conjunto de los números Reales:

a) $y = f(x) = 2x + 1$ b) $y = g(x) = x^2 - 4$ c) $y = h(x) = x^3 - 2x$

2. En la siguiente recta numérica, escoge un par de unidades consecutivas y cada una divídelas en 10 partes iguales. Coloca el número correspondiente a cada división. ¿Cuáles serían los números si cada unidad es dividida en 100 partes iguales?



3. A continuación encontrarás dibujadas dos rectas. Traza perpendiculares por los puntos dibujados



7. Determine los siguientes límites haciendo la tabla de valores cercanos al número indicado por el límite. (Ejemplo, si $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, entonces se deberá hacer una tabla de valores cercanos a 2 por la izquierda y derecha, los cuales podrían ser 1.9, 1.99, 1.999 por izquierda y 2.001, 2.01, 2.1 por derecha).

a) $\lim_{x \rightarrow 1} 3x + 1 =$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x + 3} - \sqrt{3}}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 4 =$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$

4. Consideremos la función definida mediante la expresión $y = j(x) = 4 - x^2$. Observemos los valores del recorrido (y) cuando los del dominio (x) están cerca de 1. Para ello:

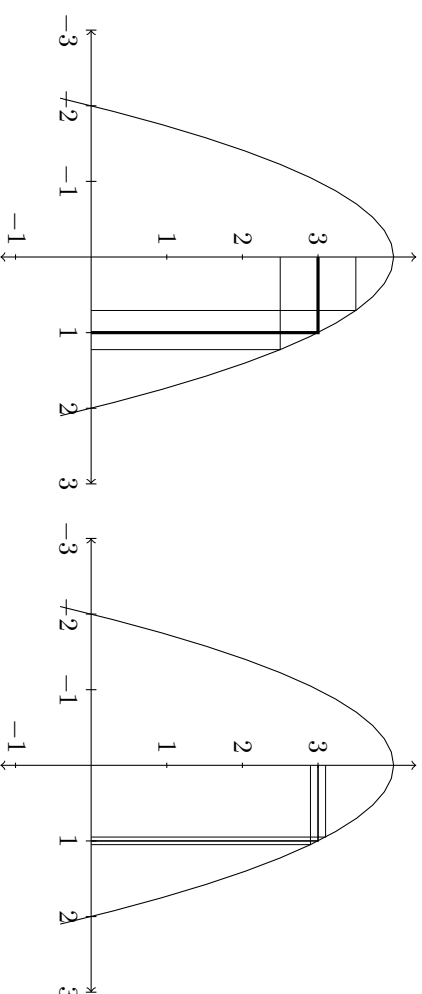


- | | | | | | | | |
|-----|-----------------------|------|------|---------------------|------|------|------|
| | Por la izquierda de 1 | | | Por la derecha de 1 | | | |
| | → | | | ← | | | |
| x | 0.97 | 0.98 | 0.99 | 1 | 1.01 | 1.02 | 1.03 |
| y | | | | | | | |

-
- A graph of a function on a Cartesian coordinate system. The x-axis is labeled from -3 to 3, and the y-axis is labeled from -3 to 3. The function is a curve that starts at approximately (-3.5, -1.5), passes through the origin (0, 0), and ends at approximately (3.5, 1.5). The region between the curve and the x-axis is shaded with a light gray pattern. The shaded region is bounded by the curve and the x-axis, and it is symmetric about the y-axis.

- ¿Qué pasa cuando la vecindad es más pequeña?

5. De lo anterior, podemos darnos cuenta que no importa la vecindad de 3 que escojamos, que siempre tendremos una vecindad (del número 1) en el eje " x " dentro de la cual se encuentran los valores del dominio próximo a él, pero que cuanta más pequeña sea la vecindad escogida en el eje " y ", más cercanos al número 1 estarán los valores de " x ". Ver gráficos:


$$\lim_{x \rightarrow 1} j(x) = 3$$

6. A continuación te presentamos varias gráficas de funciones definidas en los números reales para que determines el valor hacia donde se acercan los de " $y = f(x)$ " cuando " x " se aproxima al valor indicado, escribiendo el resultado con notación de límites: