b) $\lim_{x\to 2} f(x)$ existe?

c) Grafique la función f

32. Sea

$$h(x) = \begin{cases} x & \text{si} \quad x < 0 \\ x^2 & \text{si} \quad 0 < x \leq 2 \\ 8 - x & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Evalúe cada límite si existe

a) $\lim_{x\to 0^+} h(x)$

b) $\lim_{x\to 0} h(x)$

c) $\lim_{x\to 1} h(x)$

d) $\lim_{x\to 2^-} h(x)$

e) $\lim_{x\to 2^+} h(x)$

f) $\lim_{x\to 2} h(x)$

33. Cancelación y límites

a) ¿Cuál es el error en la siguiente ecuación?

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$

b) Teniendo en cuenta la parte *a)*, explique por qué la ecuación

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x\to 2} (x + 3)$$

Contracción de Lorentz: En la teoría de la relatividad, la fórmula de la contracción de Lorentz

$$L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

expresa la longitud L de un objeto como función de su velocidad v con respecto a un observador, donde L_0 es la longitud del objeto en reposo y c es la rapidez de la luz. Encuentre $\lim_{v\to c} L$ e interprete el resultado. Es necesario calcular el límite por izquierda?

Recuerde que para que pueda resolver límites donde se debe eliminar la indeterminación, es importante saber factorizar, eliminar raíces multiplicando por la expresión conjugada etc. Es importante que Ud. repase estos temas por su cuenta correspondientes grados 8° 9°.

"El conocimiento es patrimonio de la humanidad, no es solo tuyo, trasmítelo para beneficio de toda la humanidad."

Taller, Calculando límites algebraicamente
Cálculo 11°

Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____________

Propiedades de los límites

Para resolver límites algebraicamente, es necesario y útil aplicar sus propiedades:

1. $\lim_{x\to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x)$ — Límite de una suma
2. $\lim_{x\to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) - \lim_{x\to a} g(x)$ — Límite de una diferencia
3. $\lim_{x\to a} [cf(x)] = c \lim_{x\to a} f(x)$ — Límite de una constante por una función
4. $\lim_{x\to a} [f(x)g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$ — Límite del producto
5. $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$ si $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$ — Límite de un cociente

   Estas propiedades las aplicamos al resolver un límite de una función polinómica o racional. Además de éstas propiedades, también tenemos las siguientes propiedades especiales, algunas aplicadas a la potenciación y la radicación:

6. $\lim_{x\to a} c = c$
7. $\lim_{x\to a} x = a$
8. $\lim_{x\to a} x^n = a^n$ Para n entero positivo
9. $\lim_{x\to a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ Para n entero positivo y $a > 0$

Taller

1. Suponga que:

$$\lim_{x\to a} f(x) = -3 \qquad \lim_{x\to a} g(x) = 0 \qquad \lim_{x\to a} h(x) = 8$$

Encuentre los valores de los límites. Si el límite no existe, explique por qué

a) $\lim_{x\to a}[f(x)+g(x)]$

b) $\lim_{x\to a}[f(x)]^2$

c) $\lim_{x\to a}\sqrt[3]{h(x)}$

d) $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{h(x)}$

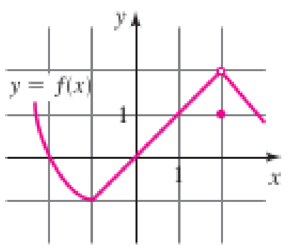
e) $\lim_{x\to a}\frac{1}{f(x)}$

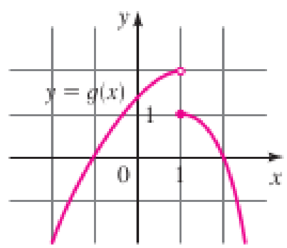
f) $\lim_{x\to a}\frac{g(x)}{f(x)}$

g) $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$

h) $\lim_{x\to a}\frac{2f(x)}{h(x)-f(x)}$

2. Observe las gráficas de f y g. Úselas para evaluar cada límite si existe. Si no existe, explique por qué.





a) $\lim_{x\to 2}[f(x)+g(x)]$

b) $\lim_{x\to 1}[f(x)+g(x)]$

c) $\lim_{x\to 0}[f(x)g(x)]$

d) $\lim_{x\to -1}\frac{f(x)}{g(x)}$

e) $\lim_{x\to 2}x^3 f(x)$

f) $\lim_{x\to 1}\sqrt{3+f(x)}$

Evalúe el límite justificando cada paso con el uso de las propiedades.

3. $\lim_{x\to 4}(5x^2-2x+3)$

4. $\lim_{x\to 3}(x^3+2)(x^2-5x)$

5. $\lim_{x\to -1}\frac{x-2}{x^2+4x-3}$

6. $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^4+x^2-6}{x^4+2x+3}\right)^2$

7. $\lim_{t\to -2}(t+1)^9(t^2-1)$

8. $\lim_{u\to -2}\sqrt{u^4+3u+6}$

Evalúe cada límite si existe

9. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x-2}$

10. $\lim_{x\to -4}\frac{x^2+5x+4}{x^2+3x-4}$

11. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x+6}{x+2}$

12. $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

13. $\lim_{t\to -3}\frac{t^2-9}{2t^2+7t+3}$

14. $\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{1+h}-1}{h}$

15. $\lim_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}-3}{x-7}$

16. $\lim_{x\to 2}\frac{x^4-16}{x-2}$

17. $\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3-8}{h}$

18. $\lim_{h\to 0}\frac{(3+h)^{-1}-3^{-1}}{h}$

19. $\lim_{x\to -4}\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{x}}{4+x}$

20. $\lim_{t\to 0}\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t^2+t}\right)$

Encuentre los límites y luego use geogebra para verificar el resultado

21. $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$

22. $\lim_{x\to 0}\frac{(4+x)^3-64}{x}$

23. $\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x-2}{x^3-x}$

24. $\lim_{x\to 1}\frac{x^8-1}{x^5-x}$

Encuentre el límite si existe. Si el límite no existe explique por qué

25. $\lim_{x\to -4}|x+4|$

26. $\lim_{x\to -4^-}\frac{|x+4|}{x+4}$

27. $\lim_{x\to 2}\frac{|x-2|}{x-2}$

28. $\lim_{x\to 1.5}\frac{2x^2-3x}{|2x-3|}$

29. $\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{|x|}\right)$

30. $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{|x|}\right)$

31. Sea

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & \text{si} \quad x<2 \\ x^2-4x+6 & \text{si} \quad x\geq 2\end{cases}$$

a) Encuentre $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ y $\lim_{x\to 2^+} f(x)$