



Recomendaciones período I

Matemáticas 11°

Germán Darío Avendaño Ramírez *

1. Cálculo

Este taller debe ser resuelto en hoja examen y entregado en la fecha estipulada, para después ser sustentado. Al hacer este taller, se espera que el estudiante repase y aprenda los temas que le causaron dificultad en el primer período.

1.1. Taller

1. Complete esta tabla con sí o no

Número	8	$\sqrt{3}$	$-1,15$	$1,1515515551\dots$	$7/8$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{-8}$
Natural							
Entero							
Racional							
Irracional							
Real							

2. Escribe los siguientes números en forma decimal y redondeando a la céntesimas: (puedes usar calculadora)

- a) 2π d) $1,7575\dots$
 b) $\sqrt{5}$ e) $\frac{7}{9}$
 c) $1,2626\dots$ f) $2\sqrt{3}$

3. Escribe tres números racionales comprendidos entre $\frac{1}{15}$ y $\frac{2}{15}$

4. Representa en la recta real los siguientes intervalos

- a) $[-2, 3]$ d) $(-8, -5)$
 b) $(-5, -3)$ e) $(-\infty, 5]$
 c) $[3, 5)$ f) $(3, \infty)$

5. Representa en la recta real los números que verifican:

- a) $|x| = 0$ c) $|x| = |-3|$ e) $|x| = 8$
 b) $|x| = 2$ d) $|x| = -1$ f) $|x| = |-4|$

6. Representa en la recta real los intervalos que verifican:

- a) $|x| \leq 3$ c) $|x| \geq 3$
 b) $|x| < 3$ d) $|x| > 3$

7. Encuentra las fracciones generatrices de:

- a) $1,212$ b) $10,\bar{3}$ c) $2,\bar{34}$ d) $3,01\bar{72}$

8. En la descomposición de cierta cantidad de agua por electrólisis, se obtienen 4 litros de hidrógeno y 32 litros de oxígeno ¿Cuál es la producción de hidrógeno? ¿Y de oxígeno? Expresa los resultados en tanto por ciento. ¿Qué cantidad de oxígeno se obtendrán con 54 litros de agua?

9. Ordena de menor a mayor los siguientes números reales

- $\sqrt{5}$, 175 , $-\frac{2}{3}$, 3π , $-0,55$, $2,\bar{75}$, $1,7\bar{8}$, $-\frac{2}{5}$

10. Calcula:

- a) $\sqrt{1024}$ k) $\sqrt{10 + 2\sqrt{7 + \sqrt[3]{8}}}$
 b) $\sqrt{441}$ l) $\sqrt{4,7 + 1,0\bar{6}}$
 c) $\sqrt[3]{729}$ m) $3\sqrt[3]{0,001 + 2}$
 d) $\sqrt[4]{1296}$ n) $\sqrt[4]{\frac{1}{625}}$
 e) $\sqrt[5]{-1}$ ñ) $\sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$
 f) $28 - 2\sqrt{81}$ o) $\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{9}{25}}$
 g) $\sqrt{4 + 2 \cdot 16}$ p) $\sqrt{\frac{9}{4} \div \sqrt{\frac{121}{25}}}$
 h) $8 + 2\sqrt[3]{-8}$
 i) $\sqrt{400 - 16 - 60}$
 j) $\sqrt{5 + \sqrt{13\sqrt{9}}}$

*Lic. Mat. U.D., M.Sc. U.N.

11. Calcula

- a) $(\sqrt{5 + \sqrt{5}})(\sqrt{5 - \sqrt{2}})$
 b) $(2 + \sqrt{3})^2$
 c) $(1 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})\sqrt{2}$

12. Transforma en radicales

- a) $(-3)^{\frac{1}{5}}$ c) $(\frac{2}{3})^{-3/2}$
 b) $(\frac{3}{5})^{3/7}$ d) $(\frac{1}{5})^{-1/4}$

13. Halla usando la calculadora

$$\sqrt[5]{12^3} \quad \frac{1}{\sqrt[7]{7^4}} \quad \sqrt[3]{11^2}$$

14. Encuentra todos los números de tres cifras que sean cubos de un número natural

15. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para recubrir una superficie de 27,04 m²?

16. Halla la arista de un cubo cuyo volumen es 46,656 m³.

17. Un depósito cúbico tiene una capacidad de 157.464 litros. ¿Cuál es la superficie de cada una de las paredes del depósito?

18. Calcula y simplifica

- a) $\sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{27}$ b) $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{375} + \sqrt[3]{81}$

19. Calcula y simplifica

- a) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$ c) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})$
 b) $(2\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$ d) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

20. Calcula y simplifica

- a) $\sqrt{\frac{7}{5}}\sqrt{35}$ b) $\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{8}{3}}$ c) $\sqrt{\frac{10}{3}}\sqrt{7,5}$

21. Dibuja un cuadrado de 6 cm de lado. Dibuja otro cuadrado que tenga doble área.

22. Dibuja un rectángulo cuya diagonal valga 7

23. Las dimensiones de una aula son 10 m de largo, 8 m de ancho y 3,40 m de alto. Dos moscas revolotean por el aula. ¿Cuál es la distancia máxima a que pueden encontrarse?

24. Representa:

- a) $[4, 6] \cup (9, 11)$ c) $(2, 7) \cap (5, 9) \cap (6, 10)$
 b) $[-6, 5] \cap (2, 5)$ d) $(-3, 2) \cup (-\infty, 0)$

Conteste el punto 25 con base en la siguiente información:

Racionalizar consiste en quitar los radicales que aparezcan en el denominador de una fracción, multiplicando por éste mismo radical o por su conjugado en el caso de que haya un binomio así:

Ejemplo 1: Racionalizar la expresión $\frac{6}{\sqrt{3}}$. En este caso multiplicamos tanto el numerador como el denominador, por el radical del denominador así:

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

Ejemplo 2: Racionalizar la expresión $\frac{5}{2 - \sqrt{3}}$. En este caso buscamos el conjugado del denominador que es $2 + \sqrt{3}$ y luego multiplicamos tanto el numerador, como el denominador por el conjugado del denominador así:

$$\begin{aligned} \frac{5}{2 - \sqrt{3}} &= \frac{5(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{5(2 + \sqrt{3})}{2^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{5(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} \\ &= \frac{5(2 + \sqrt{3})}{1} = 5(2 + \sqrt{3}) = 10 + 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

25. Racionalice las siguientes expresiones:

- a) $\frac{7}{\sqrt[3]{2}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{x+y}}$
 b) $\frac{2}{\sqrt[5]{3^3}}$ d) $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

Recuerde que $\sqrt[n]{a^x} = a^{\frac{x}{n}}$.

26. Calcule, expresando el resultado en forma radical

- a) $\frac{(2^{1/3} \cdot 3^{1/2})}{3^3 \cdot 2^{2/5}}$ c) $\sqrt[3]{\frac{a^2b^3}{8c}} \sqrt[6]{\frac{9c}{4ab^2}}$
 b) $\frac{a^{1/2}a^2a^{2/3}}{(a^{-2}a^{3/2})^2}$

27. Una célula se divide en dos partes cada 0,5 segundos, que a su vez se dividen en otras dos en el mismo tiempo. ¿Cuántas células habrá al cabo de 20 segundos? Expresa el resultado en notación científica.

28. Encuentre dos números capicúas entre 400 y 800 que sean cuadrados de un número natural. (Un número capicúa es un número simétrico que puede leerse de igual manera de izquierda a derecha que de derecha a izquierda; por ejemplo el número 252 es un número capicúa.)

29. Señale si son ciertos o falsos los siguientes enunciados:

- a) El número 7/11 es irracional porque tiene una cantidad ilimitada de cifras decimales
 b) La longitud de cualquier circunferencia es más de 6 veces la de su radio
 c) 7,73 es una aproximación por defecto de $\sqrt{3}$
 d) Todo número real es racional
 e) No es posible medir con exactitud la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 8 cm y 6 cm

30. La superficie en m² de una esfera es igual a numéricamente a su volumen expresado en m³. ¿Puede ser esto posible? Si su respuesta es afirmativa, ¿cuánto vale el radio de esa esfera?

2. Probabilidad

Estadística y los dulces

De dónde vienen todos estos dulces tan coloridos?

¿Sabía usted que tienen 21 colores?

¿Sabía usted que la idea para los Dulces Sencillos de Chocolate “M&M’s” nació en el “telón de fondo” de la guerra civil española? Cuenta la leyenda que en un viaje a España, Forrest Mars Sr. encontró soldados que comían bolitas de chocolate cubiertas de una capa azucarada dura para evitar que se derritieran. Mr. Mars se inspiró en este concepto y regresó a casa e inventó la receta para los Dulces Sencillos de Chocolate “M&M’s”.

Colores M&M’s por cantidad	
Color	Cantidad
Café	91
Amarillo	112
Rojo	102
Azul	151
Naranja	137
Verde	99
	692

Cuadro 1: Tabla 1

La clase de estadística había comenzado y el maestro estaba hablando de porcentajes, proporciones y probabilidad, y en qué forma son semejantes pero diferentes. De pronto una estudiante dijo que escuchó que el grupo del semestre anterior hizo una lección usando, y comiendo, chocolates M&M’s; ella preguntó si el grupo de este año haría algo semejante. La conversación pronto se enfocó por entero en los chocolates M&M’s, sus combinaciones de color y el porcentaje de cada color. A los 24 miembros del grupo se les pidió que calcularan el porcentaje de cada color que ellos pensaban estaba contenido en estas pequeñas bolsas de color café de los Dulces Sencillos de Chocolate M&M’s. Se les dijo que habría un premio para la persona cuyo cálculo fuera el más cercano al número real. Cada estudiante escribió los porcentajes y los entregó; a su vez, los estudiantes recibieron una pequeña bolsa café. “Ah, ¡esto es esa lección!”. “Sí” dijo el maestro, “y antes que abran esas bolsas, debemos tener un plan”. Cada estudiante debía contar el número de chocolates M&M’s de cada color en su bolsa y anotar las seis cantidades; a continuación podrían determinarse los totales del grupo. En la tabla 1 aparece la distribución de cantidades resultante.

Los totales del grupo se convirtieron a porcentajes (tabla 2), y a cada estudiante se le pidió determinar los seis porcentajes que observarían en su propia bolsa de chocolates M&M’s.

La discusión que siguió se centró en la variación que había de una bolsa a la otra, con algunos estudiantes bastante sorprendidos de ver tanta variación. Varias bolsas no tenían nada o sólo una pastilla de un color, y unas pocas bolsas tenían una proporción más bien grande de sólo uno o dos colores. ¿Alguna vez había usted observado algunos de estos extremos cuando abría una bolsa de chocolates M&M’s?

Colores de M&M’s en porcentajes	
Color	Porcentaje
Café	13.2
Amarillo	16.2
Rojo	14.7
Azul	21.8
Naranja	19.8
Verde	14.3
	100.0

Cuadro 2: Tabla 2

Los porcentajes reportados en la tabla 2 son los de cada color hallados en esta muestra de 692 bolsas M&M’s’s. Los porcentajes se comportan en forma muy semejante a números de probabilidad, pero la pregunta que se hace en probabilidad es diferente. En la ilustración precedente, estamos tratando la información como datos muestrales y describiendo los resultados que encontramos. Si ahora pensamos en términos de una probabilidad, vamos a dar un giro y tratar todo el conjunto de las

692 bolsas de M&M's's como si fuera la lista completa de posibilidades, y hacer preguntas acerca de la semejanza de ciertos eventos cuando se selecciona una bolsa de M&M's's de todo el conjunto de 692 bolsas.

Por ejemplo, supongamos que se vacían las 692 bolsas de M&M's's en un gran tazón y mezclamos perfectamente los chocolates. Ahora considere la pregunta "Si al azar se selecciona un chocolate del tazón, ¿cuál es la probabilidad de que sea de color naranja?" Esperamos que el lector piense así: seleccionados al azar significa que cada chocolate M&M's's tiene la misma probabilidad de ser elegido y, como hay 137 chocolates color naranja en el tazón, la probabilidad de seleccionar un chocolate de color naranja M&M's's es $137/692$, es decir 0.198

Ya antes hemos visto este número 0.198, sólo que se expresaba como 19.8 %. Los porcentajes y los números de probabilidad son "lo mismo, pero diferentes." (Es probable que ya antes y en algún lugar usted haya oído esto.) Los números tienen el mismo valor y se comportan con las mismas propiedades; no obstante, la orientación de la situación y las preguntas hechas son diferentes, como veremos más adelante.

Ejercicios

1.
 - a) Si compró una bolsa de chocolates M&M's, ¿qué color de M&M's esperaría ver más? ¿Qué color menos? ¿Por qué?
 - b) Si compró una bolsa de chocolates M&M's, ¿esperaría hallar los porcentajes mencionados en la tabla 2 Si no es así, ¿por qué y qué esperaría?
2.
 - a) Construya una gráfica de barras que muestre los porcentajes de la tabla 4.2 obtenidos a partir de los 692 chocolates M&M's.
 - b) Con base en su gráfica, ¿qué color de chocolates M&M's hubo con más frecuencia? ¿Cómo se muestra esto en su gráfica?
 - c) Con base en su gráfica, ¿qué color de chocolates M&M's hubo con menos frecuencia? ¿Cómo se muestra esto en su gráfica?
3. Si recibiera una pequeña bolsa de 40 chocolates M&M's, usando los porcentajes de la tabla 2 ¿cuántos de cada color "esperaría" encontrar?
4. ¿Tablas malas? Así como hay gráficas malas, hay tablas malas, es decir, tablas engañosas y difíciles de leer. Un grupo llamado Madres Contra Conductores Borrachos (MADD, por sus siglas en inglés) presentó la siguiente tabla referente a 6764 muertos en accidentes de tránsito que ocurrieron en 2002.

Días festivos 2002	Total muertes en tránsito	Total muertes relacionadas con alcohol
Víspera de años nuevo	118	45
Día de año nuevo	165	94
Días festivos de año nuevo	575	301
Domingo de super tazón	147	86
Día de San Patricio	158	72
Conmemoración de los caídos	491	237
Cuatro de julio	683	330
Fin de semana de día del trabajo	541	300
Halloween	268	109
Día de gracias	543	265
Día de gracias-año nuevo	4019	1561
Navidad	130	68
Víspera de año nuevo 2002	123	57

- a) Los totales de columna no están incluidos porque serían valores que carecen de sentido. Examine la tabla y explique por qué.
- b) Seleccione los días festivos apropiados que no se traslapan (columna 1) y verifique el número total de 6764 muertos en accidentes de tránsito para 2002.
- c) Usando los días festivos seleccionados en la parte b, encuentre el número total de muertos en accidentes de tránsito relacionados con alcohol en días festivos en 2002.
- d) Describa cómo organizaría esta tabla para hacerla que tenga sentido.

5. Haga el experimento propuesto, o, utilice calculadora o computadora generando números aleatorios para simular lo siguiente:
 - a) Tirar 50 veces un dado; exprese sus resultados como frecuencias relativas.
 - b) Tirar al aire una moneda 100 veces; exprese sus resultados como frecuencia relativa.
6. Utilice ya sea, calculadora o computadora para simular la selección aleatoria de 100 números de un solo dígito, 0 al 9.
 - a) Haga una lista de los 100 dígitos.
 - b) Elabore una distribución de frecuencia relativa de los 100 dígitos.
 - c) Elabore un histograma de frecuencia relativa de la distribución en la parte b.