

Taller 08, Diferencia de cuadrados y cubos Álgebra 8°



Germán Avendaño Ramírez, Lic. U.D., M.Sc. U.N.

Nombre:	Curso:	Fecha:

Guía

A continuación se explican dos casos de factorización a abordar en este taller.

Diferencia de cuadrados

Se presenta como su nombre lo indica cuando existe una diferencia entre dos cantidades o expresiones que son cuadrados perfectos y se factoriza según el siguiente patrón:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Siempre que se tenga una diferencia de cuadrados perfectos, se factoriza como una suma por una diferencia de sus raíces.

Ejemplo 1

Factorizar $x^2 - 16$

Se observa que tanto x^2 como 16 son cuadrados perfectos, ya que x^2 es el cuadrado de x y 16 es el cuadrado de 4. Luego factorizamos así:

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2$$
 Diferencia de cuadrados
$$= (x - 4)(x + 4)$$

Ejemplo 2:

Factorizar $4x^2 - 9y^2$

Nuevamente observamos que tanto 4 como x^2 son cuadrados perfectos, así como 9 y y^2 . Más específicamente podemos asumir que $4x^2$ es el cuadrado de 2x y que $9y^2$ es el cuadrado de 3y. Así que factorizamos así:

$$4x^{2} - 9y^{2} = 2^{2}x^{2} - 3^{2}y^{2}$$
$$= (2x)^{2} - (3y)^{2}$$
$$= (2x - 3y)(2x + 3y)$$

Quiz conceptual

Para los siguientes enunciados escriba V o F según corresponda.

- a. Un binomio que tiene dos cuadrados perfectos que se restan es una diferencia de cuadrados.
- b. La suma de dos cuadrados es factorizable usando enteros.
- c. La suma de dos cubos se puede factorizar usando enteros.
- d. La diferencia de dos cuadrados es factorizable.
- e. La diferencia de dos cubos es factorizable
- f. Para factorizar es aconsejable inspeccionar que se pueda aplicar factor común en primera instancia.
- g. El polinomio $4x^2 + y^2$ se factoriza como (2x + y)(2x + y)
- h. La factorización completa de $y^4 81$ es $(y^2 + 9)(y^2 9)$
- i. La ecuación $x^2 = -9$ no tiene soluciones reales.
- j. La ecuación abc = 0 si y sólo sí a = 0

Ejercicios

Factorice usando el caso diferencia de cuadrados.

1.
$$x^2 - 9$$

$$2.4x^2 - 49$$

3.
$$x^2 - 64y^2$$

4.
$$x^2u^2 - a^2b^2$$

5.
$$x^6 - 9u^2$$

6.
$$25 - 49n^2$$

7.
$$(3x+5y)^2-y^2$$

8.
$$x^2 - (y-5)^2$$

9.
$$16s^2 - (3t+1)^2$$

10.
$$(x-1)^2 - (x-8)^2$$

Factorice cada uno de los siguientes polinomios completamente. Indique cuáles no son factorizables usando coeficientes enteros. No olvide los casos vistos antes, como "factor común"

11.
$$8x^2 - 72$$

$$8x^2 - 72 17. 20x^3 + 45x$$

12.
$$7x^2 + 28$$

13. $5u^2 - 80$

18.
$$12x^3 - 27xy^2$$

19. $1 - 16x^4$

14.
$$x^3y^2 - xy^2$$

15.
$$x^4 - 16$$

20.
$$20x - 5x^3$$

21.
$$9x^2 - 81y^2$$

16.
$$4x^2 + 9$$

22.
$$2x^5 - 162x$$

Para los siguientes ejercicios, use la suma o diferencia de cubos para factorizar.

23.
$$a^3 - 27$$

26.
$$1 - 8x^3$$

24.
$$x^3 + 8$$

27.
$$125x^3 + 27y^3$$

25.
$$8x^3 + 27y^3$$

28.
$$x^6 + y^6$$

Para los problemas siguientes, encuentre todos los números reales que son solución de cada ecuación.

29.
$$x^2 - 1 = 0$$

33.
$$54 - 6x^2 = 0$$

$$30. \ 4y^2 = 25$$

34.
$$x^5 - x = 0$$

31.
$$3x^2 - 108 = 0$$

32. $4x^3 = 64x$

$$35. \ 4x^3 + 12x = 0$$

Para los problemas siguientes, plantee una ecuación y soluciónela para resolver el problema.

- 36. El cubo de un número es igual a su cuadrado. Encuentre el número
- 37. La suma de las áreas de dos cuadrados es $26 m^2$. El lado del cuadrado grande es cinco veces el lado del cuadrado pequeño. Encuentre las dimensiones de cada cuadrado.

- 38. Suponga que el largo de un rectángulo es $1\frac{1}{3}$ veces su ancho. El área del rectángulo es $48~cm^2$. Encuentre el largo y ancho del rectángulo.
- 39. La superficie total de un cono circular recto es 108π cm². Si la altura del cono es dos veces la longitud del radio de la base, encuentre la longitud del radio.
- 40. La altura de un triángulo es $\frac{1}{3}$ la longitud del lado sobre el que se dibuja la altura. Si el área del triángulo es 6 cm², encuentre su altura.