

Un processus d'apprentissage Hebbien dans des réseaux dynamiques à temps discret

Emmanuel DAUCÉ
ONERA-CERT/DTIM
2, avenue E.Belin
31055 Toulouse cédex
FRANCE
e-mail: dauce@cert.fr

Dr Bernard DOYON
Unite INSERM 455
Service de Neurologie - CHU PURPAN
31059 Toulouse cédex
FRANCE
e-mail: doyon@purpan.inserm.fr

Résumé

Bien qu'extraordinairement complexes, les processus mentaux peuvent être considérés comme des produits de l'évolution du système dynamique neuronal. Dans ce contexte, des observations biologiques permettent d'émettre la conjecture selon laquelle la reconnaissance d'une forme ou d'un stimulus s'accompagne d'une réduction de la dynamique neuronale. Ce travail propose un modèle générique pour l'étude des variations de cette dynamique dans le cadre d'un apprentissage de stimuli aléatoires. On y décrit une règle d'apprentissage inspirée de Hebb, qui renforce la nouveauté au sein d'un réseau stimulé par une entrée aléatoire. Cette règle amène des résultats extrêmement encourageants : le réseau apprend à réagir spécifiquement à une ou plusieurs entrées apprises, ainsi qu'à la combinaison de ces entrées.

Mots-clés

Réseaux asymétriques, réseaux à attracteurs, chaos, règle d'apprentissage hebbien, dynamique non-linéaire, neurodynamique statistique, auto-organisation.

Introduction

La neurobiologie nous démontre chaque jour l'extrême richesse des processus mis en œuvre par le cerveau pour le traitement de l'information. La modélisation de réseaux de neurones en tant que systèmes dynamiques non-linéaires peut éclairer certains aspects de la computation neuronale [HER95] [GIN94]. Ceux que nous étudions sont des réseaux récurrents asymétriques, qui ne convergent pas nécessairement vers des points fixes et sont propices au développement de dynamiques plus complexes. Une étude statistique exhaustive de ce modèle a fait l'objet de publications précédentes [CES95].

Pour ce qui concerne l'apprentissage, notre modèle biologique de référence est celui de Freeman. À partir d'observations sur le bulbe olfactif du lapin, Freeman associe la reconnaissance d'une odeur connue à une simplification de la dynamique neuronale [FRE88]. Les résultats présentés ci-dessous montrent que ce paradigme peut être reproduit sur nos réseaux par un apprentissage de type Hebbien.

Le modèle

Notre modèle comporte N neurones, reliés par des poids synaptiques J_{ij} (pondération du signal de j vers i). L'équation d'évolution de la dynamique est la suivante:

$$(1) \begin{cases} u_i(t+1) = \sum_{j=1}^N J_{ij} x_j(t) - \theta \\ x_i(t+1) = f_g(u_i(t+1)) \end{cases}$$

La fonction de transfert f_g est une sigmoïde à valeurs sur $[0,1]$ dont le taux d'amplification (la pente en zero) vaut $g/2$. Chaque neurone calcule sa *sortie* $x_i(t)$ à partir de son *champ local* $u_i(t)$. Le réseau est totalement interconnecté ($J_{ij} \neq 0$ pour $i \neq j$) et sans mémoire de son état antérieur ($J_{ii}=0$).

On s'intéresse au comportement asymptotique du système dynamique non-linéaire (1). Pour faciliter l'analyse, les J_{ij} sont des échantillons indépendants d'une loi normale centrée. Grâce à la loi d'échelle, la variance de la somme des poids afférents à un neurone, donc l'étendue de son champ local, est constante $\forall N$.

$$(2) \mathcal{P}_{J_{ij}} = \mathcal{N}(0, \frac{1}{N-1}), i \neq j$$

La théorie du champ moyen décrit le comportement statistique de nos réseaux à la limite thermodynamique ($N \rightarrow \infty$). Un faible nombre de paramètres (θ et g pour le modèle présenté) suffisent à décrire les lois d'évolution de $u_i(t)$ et $x_i(t)$. En fonction de θ et g , le régime dynamique est soit un point fixe, soit le processus gaussien décrit ci-dessous [CES95] :

$$(3) \begin{cases} U(0) = U \\ U(t) = U + B(t) \end{cases}$$

où U est une variable aléatoire gaussienne (assimilable à taille finie au vecteur des champs locaux moyens) et $B(t)$ un bruit blanc centré.

L'approximation du champ moyen ignore certains phénomènes dits de taille finie. Sur les réseaux simulés, la modification continue d'un des paramètres (le plus souvent g) depuis une zone de stabilité vers une zone d'instabilité mène le système du point fixe au chaos suivant une route par quasi-périodicité [DOY93].

Une stimulation sélective

Pour la suite, il nous faut préciser ce qu'est l'*activité* d'un neurone. Le vecteur des champs locaux moyens $U = (U_i)_{i=1..N}$ a une répartition gaussienne. La fonction de transfert étant une

sigmoïde à valeurs sur $[0,1]$, les neurones dont le champ local est en moyenne très négatif ont une sortie proche de zero : leur activité est faible. De même, les neurones dont le champ local est très positif seaturent et se comportent comme des seuils additionnels.

On présente au réseau des inputs dont l'effet est d'augmenter sélectivement les champ local de certains neurones. L'ensemble des inputs (pattern) est un vecteur $I=(I_i)_{i=1..N}$ de N valeurs binaires, dont un sous-ensemble de taille $n = 0.05 N$, est à la valeur 1, tandis que le reste est nul.

$$(4) \begin{cases} u_i(t+1) = \sum_{j=1}^N J_{ij}x_j(t) - \theta + I_i \\ x_i(t+1) = f_g(u_i(t+1)) \end{cases}$$

Lorsque le pattern est présent, les caractéristiques du système dynamique sont modifiées. En premier lieu, la sortie moyenne des neurones directement excités augmente de manière significative, et, par réaction, la dynamique dans son ensemble est réorganisée. C'est sur cette nouvelle dynamique (dynamique forcée) que l'on applique l'apprentissage.

Apprentissage

Précisons d'abord le contexte de l'apprentissage. On a vu que d'après Freeman, reconnaissance signifie simplification de la dynamique. Dans le cadre de nos simulations, en partant d'une dynamique spontanée chaotique, on dira qu'il y a *reconnaissance* si l'imposition d'un pattern appris conduit à une dynamique non chaotique, de type tore T2, cycle limite ou point fixe (le caractère chaotique de la dynamique est fondé sur le plus grand exposant de Lyapunov).

Notre règle d'apprentissage, inspirée de la règle de Hebb (renforcement du poids lorsqu'il y a corrélation des activités pré- et post-synaptiques), s'en distingue par le fait qu'on ne l'applique que sur les poids afférents correspondant aux neurones dont l'activité se modifie fortement lors de l'imposition d'un pattern.

La règle est la suivante:

$$(5) \quad J_{ij}(T+1) = J_{ij}(T) + \frac{\alpha}{N} \Delta_i(T) \cdot (X_j(T) - s) \cdot \Theta(\Delta_j(T) - s)$$

La quantité Δ_i mesure l'évolution de l'activité du neurone i suite à l'imposition du pattern, en faisant la différence de sa sortie moyenne après et avant imposition. Le paramètre α donne l'intensité de l'apprentissage. X_j est la sortie moyenne du neurone j afférent. $\Theta()$ est la fonction marche unité qui sélectionne les neurones afférents, selon la valeur seuil s . Notons qu'il y a deux échelles de temps au cours du processus d'apprentissage: une échelle rapide (indiquée par t) pour l'itération de la dynamique du réseau (4) et une échelle lente (indiquée par T) pour l'itération de l'apprentissage (5). En pratique, on itère le processus hebbien en laissant une relaxation de 200 pas de temps entre chaque pas d'apprentissage.

Au sein du réseau qui apprend, le neurone qui a vu son activité modifiée cherche à renforcer les liens afférents qui confortent ce changement. Les poids sélectionnés évoluent suivant le signe de Δ_j . Ainsi, un neurone peu actif tendra à devenir moins actif, et un neurone excité tendra vers la saturation, ce qui conduit dans les deux cas à une baisse de l'activité dynamique de ce type de réseaux. Cette évolution est systématique et irréversible. Si le processus n'est pas stoppé, il aboutit à un point fixe. Dans le cadre de nos expériences, on stoppe le processus dès que la dynamique cesse d'être chaotique. Le réseau *reconnaît* dès lors le pattern au sens de la définition donnée au début.

Les résultats présentés concernent un réseau de taille $N=400$, avec comme paramètres $g=6$ et $\theta=0,3$. Pour ces valeurs, la dynamique spontanée est chaotique (valeur de destabilisation aux alentours de $g=4$). On prend comme paramètres d'apprentissage $\alpha=1$, $s=0,5$. À chaque pas, du fait de la sélection sur les poids afférents, seuls 5% des poids sont effectivement modifiés, de l'ordre de $10^{-1}/N$ par poids. Nous avons vérifié que des modifications aléatoires de même ordre

de grandeur n'entraînent aucun changement dans la dynamique

On appelle *réactivité* la proportion de patterns qui entraînent une baisse significative de la dynamique sans avoir été explicitement appris. Lors d'une simulation, on prend un échantillon test de patterns aléatoires qui serviront de témoins de l'évolution des caractéristiques de la dynamique au cours de l'apprentissage. Avant apprentissage, la réactivité est faible, inférieure à 5%, ce qui veut dire que la présentation d'un pattern aléatoire conduit le plus souvent à une augmentation de l'activité dynamique (et non une diminution).

Pour apprendre un pool de K patterns, on effectue un apprentissage croisé : on fait un pas d'apprentissage sur chacun des patterns successivement, et on recommence jusqu'à ce que le réseau soit réactif à l'ensemble des patterns du pool. La capacité de nos réseaux est limitée par le fait que la réactivité à des patterns extérieurs au pool augmente légèrement avec K . Par exemple, la réactivité, suite à l'apprentissage d'un pool de 10 patterns, monte aux alentours de 10%. En apprenant trop de choses, notre réseau devient moins spécifique. Ceci dit, la technique d'apprentissage présentée ici augmente considérablement la capacité par rapport à un apprentissage Hebbien plus classique (où l'apprentissage de 3 ou 4 patterns induit en général un effondrement de la dynamique globale).

La figure suivante illustre une propriété intéressante de l'apprentissage : un réseau qui réagit à 2 patterns du pool réagit également à la somme de ces 2 patterns.

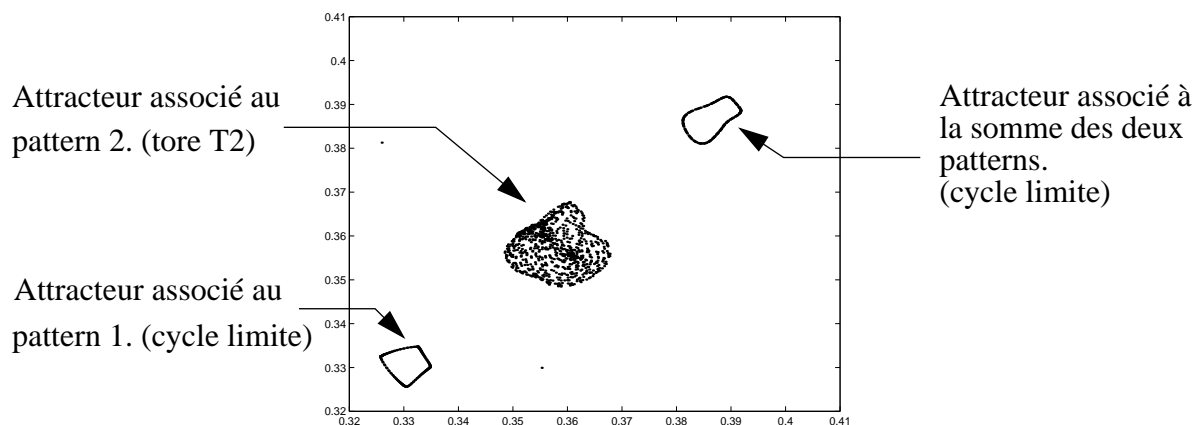


Figure 1: Représentation dans l'espace $(t, t+1)$ du signal moyen des sorties pour les dynamiques associées au pattern 1, au pattern 2 et à la somme des deux patterns.

Conclusion

Notre nouvelle règle d'apprentissage apporte des résultats très encourageants en termes de capacité de stockage et incite à approfondir dans ce sens par une étude quantitative systématique de la capacité de nos réseaux.

Bibliographie

- [CES95] Cessac, B. (1995) "Increase in complexity in random neural networks", *J. de Phys.* **II.5**, 409-432.
- [DOY93] Doyon, B., Cessac, B., Quoy, M. & Samuelides, M. (1993) "Chaos in neural networks with random connectivity", *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **3-2**, 279-291.
- [FRE88] Freeman, W.J., Yao, Y. & Burke, B., (1988) "Central pattern generating and recognizing in olfactory bulb: a correlation learning rule", *Neural Networks* **1**, 277-288.
- [GIN94] Ginzburg, I. & Sompolinsky, H. (1994) "Theory of correlation in stochastic neural networks", *Phys. Rev. E* **50**, 3171-3191.
- [HER95] Herrmann, M., Hertz, J. & Prugel-Bennett, A. (1995) "Analysis of synfire chains." *Network: Computation in neural systems* **6**, 403-414.