

**Problema 1 -- Premessa teorica.**

Un'opzione europea di tipo call è uno strumento finanziario derivato che dà diritto al suo possessore (*buyer*) di acquistare un certo asset, detto *sottostante*, a un certo prefissato prezzo, detto *strike*, al tempo  $T$  (scadenza del contratto). Trattandosi di diritto di acquistare, il possessore non ha alcun obbligo, pertanto il diritto, cioè l'opzione, verrà esercitata solo in condizione di convenienza.

Il *payoff* di un derivato non è altro che il suo valore di mercato alla scadenza  $T$ , e corrisponde al bilancio delle prestazioni e controprestazioni previste dal contratto a quell'epoca, solitamente rappresentato graficamente come funzione del sottostante.

In particolare il payoff di una call con posizione lunga (gergo tecnico per indicare il *buyer* dell'opzione) è, per evidenti condizioni di convenienza:

$$\pi_T = \max\{S_T - K, 0\}$$

$S_T$  : sottostante valutato all'epoca  $T$ ,  
 $K$  : strike.

Una *strategia butterfly* è un derivato risultante dalla composizione di altri derivati, precisamente nel seguente modo:

- $J$  posizioni lunghe di una call con strike  $K_1$ ;
- $H$  posizioni lunghe di una call con strike  $K_2$ ;
- $J + H$  posizioni corte (venditore dell'opzione) con strike  $\bar{K}$ , dove quest'ultimo un valore medio ponderato di  $K_1$  e  $K_2$  così definito:

$$\bar{K} = \omega K_1 + (1 - \omega) K_2, \quad \text{con } \omega = J / (J + H)$$

Il suo payoff si può ottenere come somma algebrica di payoff di opzioni call con posizione lunga:

$$\pi_T(\text{butterfly}) = \underbrace{J \max\{S_T - K_1, 0\}}_{\text{long call}} - \underbrace{(J + H) \max\{S_T - \bar{K}, 0\}}_{\text{long call} \quad \text{short call (come def. sopra)}} + \underbrace{H \max\{S_T - K_2, 0\}}_{\text{long call}}$$

**Problema 1 -- Codice R commentato e risultati.**