

## Fonctions réelles d'une variable réelle

**Exercice 1.** Donner le domaine de définition des fonctions suivantes :

1.  $\frac{1}{1+x}$
2.  $\frac{3}{1+x^2}$
3.  $e^{\frac{1}{1-x}}$
4.  $\ln(1-x)$
5.  $\sqrt{-4x}$

**Exercice 2.** Calculer l'ensemble image des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = 3x - 2$  avec  $D_f = \{1, 2, 3, 4\}$
2.  $g(x) = x^2$  avec  $D_g = [-5, 5]$

**Exercice 3.** Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 + 3$ .

1. Calculer l'ensemble image de  $f$ .
2. Trouver  $z \in \mathbb{R}$  tel que  $f(z) = 35$ .

**Exercice 4.** Soient les fonctions  $f(x) = (x+1)(x-2)$  et  $g(x) = 2x$ .

1. Calculer  $f \circ g$ .
2. Calculer  $g \circ f$ .

**Exercice 5.** Soient les fonctions  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = 3x + 2$ , et  $h(x) = \frac{1}{x}$ . Résoudre les équations suivantes sur  $\mathbb{R}$  :

1.  $(f \circ g)(x) = 15$
2.  $(g \circ g)(x) = h(x)$
3.  $(g \circ h)(x) = -4$

**Exercice 6.** Soit la fonction  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ .

1. Donner  $D_f$ .
2. Calculer  $f^{-1}(x)$ .

**Exercice 7.** Soient les fonctions  $f(x) = 3x + 2$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ .

1. (a) Donner  $f^{-1}(x)$ . (b) Donner  $g^{-1}(x)$ . (c) Donner  $(g \circ f)^{-1}(x)$ .
2. Vérifier que  $(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x) = \frac{1}{3}(\frac{1}{x} - 2)$ .

**Exercice 8.** Simplifier les expressions suivantes :

1.  $\log(18) - \log(24) - \log(2)$
2.  $\ln(2) + \ln(3x) - \ln(2x)$
3.  $\ln(3x^2) + \ln(2x) - \ln(6x^3)$
4.  $\log(5x^2) - \log(10x^2) + \log(4x)$

**Exercice 9.** Résoudre les équations suivantes :

- |                                 |                         |                            |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------------|
| 1. $2\ln(x) + 1 = 5$            | 4. $\ln(e^{2x-1}) = 36$ | 7. $e^{4x+5} = -4$         |
| 2. $\ln(2x + 1) = 5$            | 5. $e^{2x+3} = 4$       | 8. $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$ |
| 3. $\frac{1}{4}\ln(4 - 3x) = 2$ | 6. $e^{-2x} + 10 = 24$  | 9. $e^x + e^{-x} = 2$      |

**Exercice 10.** Tracer les graphes des fonctions suivantes :

- |                 |                 |              |                 |                 |
|-----------------|-----------------|--------------|-----------------|-----------------|
| 1. $\ln(x) + 1$ | 2. $\ln(x - 2)$ | 3. $\ln(-x)$ | 4. $\ln(x + 2)$ | 5. $\ln(1 - x)$ |
|-----------------|-----------------|--------------|-----------------|-----------------|

**Exercice 11.** Pour des réels  $a, b$  et  $\beta$  ( $\beta \neq 0$ ), calculer la dérivée des fonctions suivantes ( $x$  est la variable) :

- |                          |                   |                             |                  |
|--------------------------|-------------------|-----------------------------|------------------|
| 1. $a^{x^2}$ ( $a > 0$ ) | 4. $e^{ax+b}$     | 7. $\tan(x)$                | 10. $\arcsin(x)$ |
| 2. $(ax + b)^\beta$      | 5. $\cos(ax + b)$ | 8. $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ | 11. $\arccos(x)$ |
| 3. $\ln(ax + b)$         | 6. $\sin(ax + b)$ | 9. $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ | 12. $\arctan(x)$ |

**Exercice 12.** Calculer la limite en  $+\infty$  des fonctions suivantes :

- |                                  |                                     |                                  |
|----------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $3x^4 - x^3 + 5x^2 + x - 1$   | 3. $\frac{x^3 - 4x^2 + 1}{x^5 + 2}$ | 5. $\sqrt{x^2 + 4x - 1} - 2x$    |
| 2. $\frac{3x^2 - 2x + 1}{x + 4}$ | 4. $\frac{3x + \sqrt{x}}{x - 1}$    | 6. $\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 1}$ |

**Exercice 13.** Calculer les limites suivantes :

- |  |  |
|--|--|
| 1. de $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x - 4}$ en $x = 1$ | 2. de $\frac{\cos(x) - 1}{x}$ en $x = 0$ |
|--|--|

**Exercice 14.** Étudier les fonctions suivantes et tracer leur graphe :

- |                    |               |               |               |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|
| 1. $\frac{x}{x-2}$ | 2. $\cosh(x)$ | 3. $\sinh(x)$ | 4. $\tanh(x)$ |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|

**Exercice 15.** Soit une constante  $\alpha \in \mathbb{R}^*$ . Donner une primitive de chacune des fonctions suivantes :

- |                         |                           |                                      |                 |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------------------|-----------------|
| 1. $\sin(\alpha x)$     | 4. $e^{-\alpha x}$        | 7. $\frac{1}{\sqrt{\alpha x}}$       | 10. $\ln(x)$    |
| 2. $\cos(\alpha x)$     | 5. $x^{\frac{1}{\alpha}}$ | 8. $\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}}$ | 11. $x \ln(x)$  |
| 3. $\frac{1}{\alpha x}$ | 6. $\sqrt{\alpha x}$      | 9. $\frac{1}{\alpha^2 + x^2}$        | 12. $x \cos(x)$ |

**Exercice 16.** Calculer les intégrales suivantes :

- |                                    |                                 |  |
|------------------------------------|---------------------------------|--|
| 1. $\int_0^\pi \sin(x) \, dx$      | 3. $\int_0^\pi x \sin(x) \, dx$ | 5. $\int_{-\sqrt{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{2\pi}} 2x \cos(x^2) \, dx$ |
| 2. $\int_0^{+\infty} e^{-x} \, dx$ | 4. $\int_0^1 x e^x \, dx$       | 6. $\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \, dx$                        |