

Tensorflow 笔记：第四讲

神经网络优化

4.1

✓ 神经元模型：用数学公式表示为： $f(\sum_i x_i w_i + \mathbf{b})$ ， f 为激活函数。神经网络是以神经元为基本单元构成的。
 \mathbf{b} 为偏置

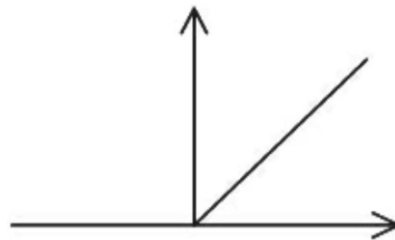
✓ 激活函数：引入非线性激活因素，提高模型的表达力。

常用的激活函数有 relu、sigmoid、tanh 等。

① 激活函数 relu：在 Tensorflow 中，用 `tf.nn.relu()` 表示

$$f(x) = \max(x, 0)$$
$$= \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$$

relu() 数学表达式

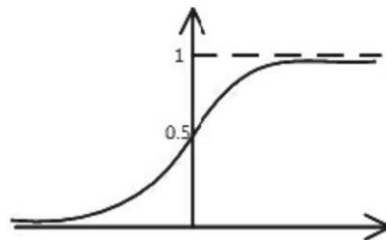


relu() 数学图形

② 激活函数 sigmoid：在 Tensorflow 中，用 `tf.nn.sigmoid()` 表示

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

sigmoid () 数学表达式

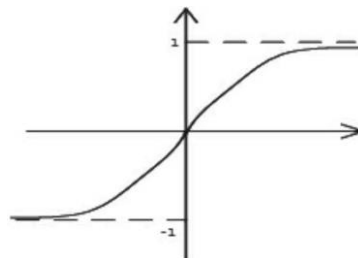


sigmoid() 数学图形

③ 激活函数 tanh：在 Tensorflow 中，用 `tf.nn.tanh()` 表示

$$f(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$$

tanh() 数学表达式



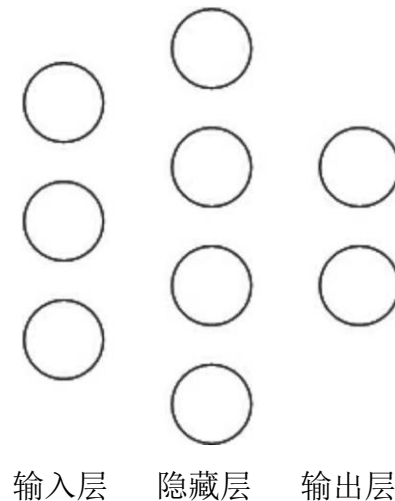
tanh() 数学图形

✓ 神经网络的复杂度：可用神经网络的层数和神经网络中待优化参数个数表示

✓ 神经网络的路数：一般不计入输入层，层数 = n 个隐藏层 + 1 个输出层

✓神经网络待优化的参数：神经网络中所有参数 w 的个数 + 所有参数 b 的个数

例如：



在该神经网络中，包含 1 个输入层、1 个隐藏层和 1 个输出层，该神经网络的层数为 2 层。

在该神经网络中，参数的个数是所有参数 w 的个数加上所有参数 b 的总数，第一层参数用三行四列的二阶张量表示（即 12 个线上的权重 w ）再加上 4 个偏置 b ；第二层参数是四行两列的二阶张量（即 8 个线上的权重 w ）再加上 2 个偏置 b 。总参数 = $3*4+4 + 4*2+2 = 26$ 。

✓损失函数 (loss)：用来表示预测值 (y) 与已知答案 ($y_$) 的差距。在训练神经网络时，通过不断改变神经网络中所有参数，使损失函数不断减小，从而训练出更高准确率的神经网络模型。

✓常用的损失函数有均方误差、自定义和交叉熵等。

✓均方误差 mse：n 个样本的预测值 y 与已知答案 $y_$ 之差的平方和，再求平均值。

$$MSE(y_ , y) = \frac{\sum_{i=1}^n (y-y_)^2}{n}$$

在 Tensorflow 中用 `loss_mse = tf.reduce_mean(tf.square(y_ - y))`

例如：

预测酸奶日销量 y ， $x1$ 和 $x2$ 是影响日销量的两个因素。

应提前采集的数据有：一段时间内，每日的 $x1$ 因素、 $x2$ 因素和销量 $y_$ 。采集的数据尽量多。

在本例中用销量预测产量，最优的产量应该等于销量。由于目前没有数据集，所以拟造了一套数据集。利用 Tensorflow 中函数随机生成 $x1$ 、 $x2$ ，制造标准答案 $y_ = x1 + x2$ ，为了更真实，求和后还加了正负 0.05 的随机噪声。

我们把这套自制的数据集喂入神经网络，构建一个一层的神经网络，拟合预测酸奶日销量的函数。

代码如下：

```
1 #coding:utf-8
2 #预测多或预测少的影响一样
3 #0导入模块，生成数据集
4 import tensorflow as tf
5 import numpy as np
6 BATCH_SIZE = 8
7 SEED = 23455
8
9 rdm = np.random.RandomState(SEED)
10 X = rdm.rand(32,2)
11 Y_ = [[x1+x2+(rdm.rand()/10.0-0.05)] for (x1, x2) in X]
12
13 #1定义神经网络的输入、参数和输出，定义前向传播过程。
14 x = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 2))
15 y_ = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 1))
16 w1= tf.Variable(tf.random_normal([2, 1], stddev=1, seed=1))
17 y = tf.matmul(x, w1)
18
19 #2定义损失函数及反向传播方法。
20 #定义损失函数为MSE,反向传播方法为梯度下降。
21 loss_mse = tf.reduce_mean(tf.square(y_ - y))
22 train_step = tf.train.GradientDescentOptimizer(0.001).minimize(loss_mse)
23
24 #3生成会话，训练STEPS轮
25 with tf.Session() as sess:
26     init_op = tf.global_variables_initializer()
27     sess.run(init_op)
28     STEPS = 20000
29     for i in range(STEPS):
30         start = (i*BATCH_SIZE) % 32
31         end = (i*BATCH_SIZE) % 32 + BATCH_SIZE
32         sess.run(train_step, feed_dict={x: X[start:end], y_: Y_[start:end]})
33         if i % 500 == 0:
34             print "After %d training steps, w1 is:" % (i)
35             print sess.run(w1), "\n"
36     print "Final w1 is:\n", sess.run(w1)
```

运行结果如下：

```
After 19000 training steps, w1 is:
[[ 0.974931 ]
 [ 1.02062762]]

After 19500 training steps, w1 is:
[[ 0.97770262]
 [ 1.01819491]]

Final w1 is:
[[ 0.98019385]
 [ 1.01598072]]
```

由上述代码可知，本例中神经网络预测模型为 $y = w1*x1 + w2*x2$ ，损失函数采用均方误差。通过使损失函数值（loss）不断降低，神经网络模型得到最终参数 $w1=0.98$ ， $w2=1.02$ ，销量预测结果为 $y = 0.98*x1 + 1.02*x2$ 。由于在生成数据集时，标准答案为 $y = x1 + x2$ ，因此，销量预测结果和标准答案已非常接近，说明该神经网络预测酸奶日销量正确。

✓自定义损失函数：根据问题的实际情况，定制合理的损失函数。

例如：

对于预测酸奶日销量问题，如果预测销量大于实际销量则会损失成本；如果预测销量小于实际销量则会损失利润。在实际生活中，往往制造一盒酸奶的成本和销售一盒酸奶的利润是不等价的。因此，需要使用符合该问题的自定义损失函数。

自定义损失函数为： $loss = \sum_n f(y, y_)$

其中，损失定义成分段函数：

$$f(y, y_) = \begin{cases} PROFIT * (y_ - y) & y < y_ \\ COST * (y - y_) & y \geq y_ \end{cases}$$

损失函数表示，若预测结果 y 小于标准答案 $y_$ ，损失函数为利润乘以预测结果 y 与标准答案 $y_$ 之差；

若预测结果 y 大于标准答案 $y_$ ，损失函数为成本乘以预测结果 y 与标准答案 $y_$ 之差。

用 Tensorflow 函数表示为：

`loss = tf.reduce_sum(tf.where(tf.greater(y, y_), COST(y - y_), PROFIT(y_ - y)))`

① 若酸奶成本为 1 元，酸奶销售利润为 9 元，则制造成本小于酸奶利润，因此希望预测的结果 y 多一些。采用上述的自定义损失函数，训练神经网络模型。

代码如下：


```

1 #coding:utf-8
2 #酸奶成本1元， 酸奶利润9元
3 #预测少了损失大，故不要预测少，故生成的模型会多预测一些
4 #0导入模块，生成数据集
5 import tensorflow as tf
6 import numpy as np
7 BATCH_SIZE = 8
8 SEED = 23455
9 COST = 1
10 PROFIT = 9
11
12 rdm = np.random.RandomState(SEED)
13 X = rdm.rand(32,2)
14 Y = [[x1+x2+(rdm.rand())/10.0-0.05]] for (x1, x2) in X
15
16 #1定义神经网络的输入、参数和输出，定义前向传播过程。
17 x = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 2))
18 y_ = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 1))
19 w1 = tf.Variable(tf.random_normal([2, 1], stddev=1, seed=1))
20 y = tf.matmul(x, w1)
21
22 #2定义损失函数及反向传播方法。
23 # 定义损失函数使得预测少了的损失大，于是模型应该偏向多的方向预测。
24 loss = tf.reduce_sum(tf.where(tf.greater(y, y_), (y - y_)*COST, (y_ - y)*PROFIT))
25 train_step = tf.train.GradientDescentOptimizer(0.001).minimize(loss)

```

运行结果如下：

```

After 2000 training steps, w1 is:
[[ 1.01793861]
 [ 1.04128993]]

After 2500 training steps, w1 is:
[[ 1.02059376]
 [ 1.03906775]]

Final w1 is:
[[ 1.02965927]
 [ 1.0484432 ]]

```

由代码执行结果可知，神经网络最终参数为 $w1=1.03$ ， $w2=1.05$ ，销量预测结果为 $y = 1.03*x1 + 1.05*x2$ 。由此可见，采用自定义损失函数预测的结果大于采用均方误差预测的结果，更符合实际需求。

②若酸奶成本为 9 元，酸奶销售利润为 1 元，则制造成本大于酸奶利润，因此希望预测结果 y 小一些。采用上述的自定义损失函数，训练神经网络模型。

代码如下：

```

1 #coding:utf-8
2 #酸奶成本9元， 酸奶利润1元
3 #预测多了损失大，故不要预测多，故生成的模型会少预测一些
4 #0导入模块，生成数据集
5 import tensorflow as tf
6 import numpy as np
7 BATCH_SIZE = 8
8 SEED = 23455
9 COST = 9
10 PROFIT = 1
11
12 rdm = np.random.RandomState(SEED)
13 X = rdm.rand(32,2)
14 Y = [[x1+x2+(rdm.rand()/10.0-0.05)] for (x1, x2) in X]
15
16 #1定义神经网络的输入、参数和输出，定义前向传播过程。
17 x = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 2))
18 y_ = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 1))
19 w1= tf.Variable(tf.random_normal([2, 1], stddev=1, seed=1))
20 y = tf.matmul(x, w1)
21
22 #2定义损失函数及反向传播方法。
23 #重新定义损失函数，使得预测多了的损失大，于是模型应该偏向少的方向预测。
24 loss = tf.reduce_sum(tf.where(tf.greater(y, y_), (y - y_)*COST, (y_ - y)*PROFIT))
25 train_step = tf.train.GradientDescentOptimizer(0.001).minimize(loss)

```

运行结果如下：

```

After 2000 training steps, w1 is:
[[ 0.96024752]
 [ 0.97420841]]

After 2500 training steps, w1 is:
[[ 0.96100295]
 [ 0.96993417]]

Final w1 is:
[[ 0.96004069]
 [ 0.97334176]]

```

由执行结果可知，神经网络最终参数为 $w1=0.96$ ， $w2=0.97$ ，销量预测结果为 $y = 0.96*x1 + 0.97*x2$ 。因此，采用自定义损失函数预测的结果小于采用均方误差预测的结果，更符合实际需求。

✓ **交叉熵(Cross Entropy)**：表示两个概率分布之间的距离。交叉熵越大，两个概率分布距离越远，两个概率分布越相异；交叉熵越小，两个概率分布距离越近，两个概率分布越相似。

交叉熵计算公式： $H(y_-, y) = -\sum y_- * \log y$

用 Tensorflow 函数表示为

```
ce= -tf.reduce_mean(y_* tf.log(tf.clip_by_value(y, 1e-12, 1.0)))
```

例如：

两个神经网络模型解决二分类问题中，已知标准答案为 $y_- = (1, 0)$ ，第一个神经网络模型预测结果为

$y_1=(0.6, 0.4)$ ，第二个神经网络模型预测结果为 $y_2=(0.8, 0.2)$ ，判断哪个神经网络模型预测的结果更接近标准答案。

根据交叉熵的计算公式得：

$$H_1((1,0),(0.6,0.4)) = -(1*\log 0.6 + 0*\log 0.4) \approx -(-0.222 + 0) = 0.222$$

$$H_2((1,0),(0.8,0.2)) = -(1*\log 0.8 + 0*\log 0.2) \approx -(-0.097 + 0) = 0.097$$

由于 $0.222 > 0.097$ ，所以预测结果 y_2 与标准答案 $y_$ 更接近， y_2 预测更准确。

✓ **softmax 函数**：将 n 分类的 n 个输出 ($y_1, y_2 \dots y_n$) 变为满足以下概率分布要求的函数。

$$\forall x \quad P(X = x) \in [0, 1] \quad \text{且} \quad \sum_x P(X = x) = 1$$

softmax 函数表示为：
$$\text{softmax}(y_i) = \frac{e^{y_i}}{\sum_{j=1}^n e^{y_j}}$$

softmax 函数应用：在 n 分类中，模型会有 n 个输出，即 $y_1, y_2 \dots y_n$ ，其中 y_i 表示第 i 种情况出现的可能性大小。将 n 个输出经过 softmax 函数，可得到符合概率分布的分类结果。

✓ 在 Tensorflow 中，一般让模型的输出经过 softmax 函数，以获得输出分类的概率分布，再与标准答案对比，求出交叉熵，得到损失函数，用如下函数实现：

```
ce = tf.nn.sparse_softmax_cross_entropy_with_logits(logits=y, labels=tf.argmax(y_, 1))
```

```
cem = tf.reduce_mean(ce)
```

4.2

✓ 学习率 learning_rate：表示了每次参数更新的幅度大小。学习率过大，会导致待优化的参数在最小值附近波动，不收敛；学习率过小，会导致待优化的参数收敛缓慢。

在训练过程中，参数的更新向着损失函数梯度下降的方向。

参数的更新公式为：

$$w_{n+1} = w_n - \text{learning_rate} \nabla$$

假设损失函数为 $\text{loss} = (w + 1)^2$ 。梯度是损失函数 loss 的导数为 $\nabla = 2w + 2$ 。如参数初值为 5，学习率为 0.2，则参数和损失函数更新如下：

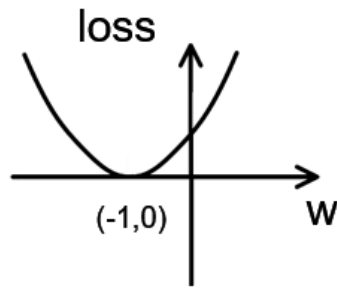
1 次	参数 w : 5	$5 - 0.2 * (2 * 5 + 2) = 2.6$
-----	------------	-------------------------------

2 次	参数 w : 2.6	$2.6 - 0.2 * (2 * 2.6 + 2) = 1.16$
-----	--------------	------------------------------------

3 次	参数 w : 1.16	$1.16 - 0.2 * (2 * 1.16 + 2) = 0.296$
-----	---------------	---------------------------------------

4 次	参数 w : 0.296	
-----	----------------	--

损失函数 $\text{loss} = (w + 1)^2$ 的图像为：



由图可知，损失函数 $loss$ 的最小值会在 $(-1, 0)$ 处得到，此时损失函数的导数为 0，得到最终参数 $w = -1$ 。代码如下：

```
1 coding:utf-8
2 #设损失函数 loss=(w+1)^2，令w初值是常数5。反向传播就是求最优w，即求最小loss对应的w值
3 import tensorflow as tf
4 #定义待优化参数w初值赋5
5 w = tf.Variable(tf.constant(5, dtype=tf.float32))
6 #定义损失函数loss
7 loss = tf.square(w+1)
8 #定义反向传播方法
9 train_step = tf.train.GradientDescentOptimizer(0.2).minimize(loss)
10 #生成会话，训练40轮
11 with tf.Session() as sess:
12     init_op=tf.global_variables_initializer()
13     sess.run(init_op)
14     for i in range(40):
15         sess.run(train_step)
16         w_val = sess.run(w)
17         loss_val = sess.run(loss)
18         print "After %s steps: w is %f, loss is %f." % (i, w_val, loss_val)
```

运行结果如下：

```
After 30 steps: w is -0.999999, loss is 0.000000.
After 31 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
After 32 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
After 33 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
After 34 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
After 35 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
After 36 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
After 37 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
After 38 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
After 39 steps: w is -1.000000, loss is 0.000000.
```

由结果可知，随着损失函数值的减小， w 无限趋近于 -1 ，模型计算推测出最优参数 $w = -1$ 。

✓学习率的设置

学习率过大，会导致待优化的参数在最小值附近波动，不收敛；学习率过小，会导致待优化的参数收敛缓慢。

例如：

① 对于上例的损失函数 $loss = (w + 1)^2$ 。则将上述代码中学习率修改为 1，其余内容不变。

实验结果如下：


```
After 11 steps: w is 5.000000, loss is 36.000000.
After 12 steps: w is -7.000000, loss is 36.000000.
After 13 steps: w is 5.000000, loss is 36.000000.
After 14 steps: w is -7.000000, loss is 36.000000.
After 15 steps: w is 5.000000, loss is 36.000000.
After 16 steps: w is -7.000000, loss is 36.000000.
```

由运行结果可知，损失函数 loss 值并没有收敛，而是在 5 和-7 之间波动。

② 对于上例的损失函数 $\text{loss} = (w + 1)^2$ 。则将上述代码中学习率修改为 0.0001，其余内容不变。

实验结果如下：

```
After 31 steps: w is 4.961716, loss is 35.542053.
After 32 steps: w is 4.960523, loss is 35.527836.
After 33 steps: w is 4.959331, loss is 35.513626.
After 34 steps: w is 4.958139, loss is 35.499420.
After 35 steps: w is 4.956947, loss is 35.485222.
After 36 steps: w is 4.955756, loss is 35.471027.
After 37 steps: w is 4.954565, loss is 35.456841.
After 38 steps: w is 4.953373, loss is 35.442654.
After 39 steps: w is 4.952183, loss is 35.428478.
```

由运行结果可知，损失函数 loss 值缓慢下降，w 值也在小幅度变化，收敛缓慢。

✓ 指数衰减学习率：学习率随着训练轮数变化而动态更新

学习率计算公式如下：

$$\text{Learning_rate} = \text{LEARNING_RATE_BASE} * \text{LEARNING_RATE_DECAY} * \frac{\text{global_step}}{\text{LEARNING_RATE_BATCH_SIZE}}$$

用 Tensorflow 的函数表示为：

```
global_step = tf.Variable(0, trainable=False)
learning_rate = tf.train.exponential_decay(
    LEARNING_RATE_BASE,
    global_step,
    LEARNING_RATE_STEP, LEARNING_RATE_DECAY,
    staircase=True/False)
```

其中，LEARNING_RATE_BASE 为学习率初始值，LEARNING_RATE_DECAY 为学习率衰减率，global_step 记录了当前训练轮数，为不可训练型参数。学习率 learning_rate 更新频率为输入数据集总样本数除以每次喂入样本数。若 staircase 设置为 True 时，表示 global_step/learning rate step 取整数，学习率阶梯型衰减；若 staircase 设置为 false 时，学习率会是一条平滑下降的曲线。

例如：

在本例中，模型训练过程不设定固定的学习率，使用指数衰减学习率进行训练。其中，学习率初值设置为 0.1，学习率衰减率设置为 0.99，BATCH_SIZE 设置为 1。

代码如下：

```
1 #coding:utf-8
2 #设损失函数 loss=(w+1)^2, 令w初值是常数10。反向传播就是求最优w, 即求最小loss对应的w值
3 #使用指数衰减的学习率, 在迭代初期得到较高的下降速度, 可以在较小的训练轮数下取得更有收敛度
4 import tensorflow as tf
5
6 LEARNING_RATE_BASE = 0.1 #最初学习率
7 LEARNING_RATE_DECAY = 0.99 #学习率衰减率
8 LEARNING_RATE_STEP = 1 #喂入多少轮BATCH_SIZE后, 更新一次学习率, 一般设为: 总样本数/BATCH_SIZE
9
10 #运行了几轮BATCH_SIZE的计数器, 初值给0, 设为不被训练
11 global_step = tf.Variable(0, trainable=False)
12 #定义指数下降学习率
13 learning_rate = tf.train.exponential_decay(LEARNING_RATE_BASE, global_step, LEARNING_RATE_STEP, LEARNING_RATE_DECAY, staircase=True)
14 #定义待优化参数, 初值给10
15 w = tf.Variable(tf.constant(10, dtype=tf.float32))
16 #定义损失函数 loss
17 loss = tf.square(w+1)
18 #定义反向传播方法
19 train_step = tf.train.GradientDescentOptimizer(learning_rate).minimize(loss, global_step=global_step)
20
21 #生成会话, 训练40轮
22 with tf.Session() as sess:
23     init_op=tf.global_variables_initializer()
24     sess.run(init_op)
25     for i in range(40):
26         sess.run(train_step)
27         learning_rate_val = sess.run(learning_rate)
28         global_step_val = sess.run(global_step)
29         w_val = sess.run(w)
30         loss_val = sess.run(loss)
31         print "After %s steps: global_step is %f, w is %f, learning rate is %f, loss is %f" % (i, global_step_val, w_val, learning_rate_val, loss_val)
```

运行结果如下：

```
After 35 steps: global_step is 36.000000, w is -0.992297, learning rate is 0.069641, loss is 0.000059
After 36 steps: global_step is 37.000000, w is -0.993369, learning rate is 0.068945, loss is 0.000044
After 37 steps: global_step is 38.000000, w is -0.994284, learning rate is 0.068255, loss is 0.000033
After 38 steps: global_step is 39.000000, w is -0.995064, learning rate is 0.067573, loss is 0.000024
After 39 steps: global_step is 40.000000, w is -0.995731, learning rate is 0.066897, loss is 0.000018
```

由结果可以看出，随着训练轮数增加学习率在不断减小。

4.3

✓滑动平均：记录了一段时间内模型中所有参数 w 和 b 各自的平均值。利用滑动平均值可以增强模型的泛化能力。

✓滑动平均值（影子）计算公式：

影子 = 衰减率 * 影子 + (1 - 衰减率) * 参数

其中，衰减率 = $\min\left\{MOVING_AVERAGE_DECAY, \frac{1+轮数}{10+轮数}\right\}$ ，影子初值=参数初值

✓用 Tesnsorflow 函数表示为：

✓`ema = tf.train.ExponentialMovingAverage(MOVING_AVERAGE_DECAY, global_step)`

其中，MOVING_AVERAGE_DECAY 表示滑动平均衰减率，一般会赋接近 1 的值，global_step 表示当前训练了多少轮。

✓`ema_op = ema.apply(tf.trainable_variables())`

其中，ema.apply() 函数实现对括号内参数求滑动平均，tf.trainable_variables() 函数实现把所有待训练参数汇总为列表。

✓`with tf.control_dependencies([train_step, ema_op]):`

`train_op = tf.no_op(name='train')`

其中，该函数实现将滑动平均和训练过程同步运行。

查看模型中参数的平均值，可以用 ema.average() 函数。

例如：

在神经网络模型中，将 MOVING_AVERAGE_DECAY 设置为 0.99，参数 w_1 设置为 0， w_1 的滑动平均值设置为 0。

①开始时，轮数 global_step 设置为 0，参数 w_1 更新为 1，则 w_1 的滑动平均值为：

w_1 滑动平均值 = $\min(0.99, 1/10) * 0 + (1 - \min(0.99, 1/10)) * 1 = 0.9$

③ 当轮数 global_step 设置为 100 时，参数 w_1 更新为 10，以下代码 global_step 保持为 100，每次执行滑动平均操作影子值更新，则滑动平均值变为：

w_1 滑动平均值 = $\min(0.99, 101/110) * 0.9 + (1 - \min(0.99, 101/110)) * 10 = 0.826 + 0.818 = 1.644$

③再次运行，参数 w_1 更新为 1.644，则滑动平均值变为：

w_1 滑动平均值 = $\min(0.99, 101/110) * 1.644 + (1 - \min(0.99, 101/110)) * 10 = 2.328$

④再次运行，参数 w_1 更新为 2.328，则滑动平均值：

w_1 滑动平均值 = 2.956

代码如下：


```

1 coding:utf-8
2 import tensorflow as tf
3
4 #1. 定义变量及滑动平均类
5 #定义一个32位浮点变量，初始值为0.0 这个代码就是不断更新w1参数，优化w1参数，滑动平均做了>
   个w1的影子
6 w1 = tf.Variable(0, dtype=tf.float32)
7 #定义num_updates (NN的迭代轮数)，初始值为0，不可被优化（训练），这个参数不训练
8 global_step = tf.Variable(0, trainable=False)
9 #实例化滑动平均类，给删减率为0.99，当前轮数global_step
10 MOVING_AVERAGE_DECAY = 0.99
11 ema = tf.train.ExponentialMovingAverage(MOVING_AVERAGE_DECAY, global_step)
12 #ema.apply后的括号里是更新列表，每次运行sess.run(ema_op)时，对更新列表中的元素求滑动平>
   均值。
13 #在实际应用中会使用tf.trainable_variables()自动将所有待训练的参数汇总为列表
14 #ema_op = ema.apply([w1])
15 ema_op = ema.apply(tf.trainable_variables())
16
17 #2. 查看不同迭代中变量取值的变化。
18 with tf.Session() as sess:
19     # 初始化
20     init_op = tf.global_variables_initializer()
21     sess.run(init_op)
22     #用ema.average(w1)获取w1滑动平均值（要运行多个节点，作为列表中的元素列出，写在sess.r
   un中）
23     #打印出当前参数w1和w1滑动平均值
24     print sess.run([w1, ema.average(w1)])
25
26     # 参数w1的值赋为1
27     sess.run(tf.assign(w1, 1))
28     sess.run(ema_op)
29     print sess.run([w1, ema.average(w1)])
30
31     # 更新step和w1的值，模拟出100轮迭代后，参数w1变为10
32     sess.run(tf.assign(global_step, 100))
33     sess.run(tf.assign(w1, 10))
34     sess.run(ema_op)
35     print sess.run([w1, ema.average(w1)])
36
37     # 每次sess.run会更新一次w1的滑动平均值
38     sess.run(ema_op)
39     print sess.run([w1, ema.average(w1)])
40
41     sess.run(ema_op)
42     print sess.run([w1, ema.average(w1)])
43
44     sess.run(ema_op)
45     print sess.run([w1, ema.average(w1)])
46
47     sess.run(ema_op)
48     print sess.run([w1, ema.average(w1)])
49
50     sess.run(ema_op)
51     print sess.run([w1, ema.average(w1)])
52
53     sess.run(ema_op)
54     print sess.run([w1, ema.average(w1)])

```

运行程序，结果如下：


```
[0.0, 0.0]
[1.0, 0.89999998]
[10.0, 1.6445453]
[10.0, 2.3281732]
[10.0, 2.955868]
[10.0, 3.5322061]
[10.0, 4.061389]
[10.0, 4.5472751]
[10.0, 4.9934072]
```

```
sess.run(ema_op)
print sess.run([w], ema.average(w))
```

运行程序，结果如下：

从结果 我们可以看到 最初的

从运行结果可知，最初参数 w_1 和滑动平均值都是 0；参数 w_1 设定为 1 后，滑动平均值变为 0.9；当迭代轮数更新为 100 轮时，参数 w_1 更新为 10 后，滑动平均值变为 1.644。随后每执行一次，参数 w_1 的滑动平均值都向参数 w_1 靠近。可见，滑动平均追随参数的变化而变化。

4.4

✓过拟合：神经网络模型在训练数据集上的准确率较高，在新的数据进行预测或分类时准确率较低，说明模型的泛化能力差。

✓正则化：在损失函数中给每个参数 w 加上权重，引入模型复杂度指标，从而抑制模型噪声，减小过拟合。

使用正则化后，损失函数 $loss$ 变为两项之和：

$$loss = loss(y \text{ 与 } y_) + REGULARIZER * loss(w)$$

其中，第一项是预测结果与标准答案之间的差距，如之前讲过的交叉熵、均方误差等；第二项是正则化计算结果。

✓正则化计算方法：

① L1 正则化： $loss_{L1} = \sum_i |w_i|$

用 Tensorflow 函数表示： $loss(w) = tf.contrib.layers.l1_regularizer(REGULARIZER)(w)$

② L2 正则化： $loss_{L2} = \sum_i |w_i|^2$

用 Tensorflow 函数表示： $loss(w) = tf.contrib.layers.l2_regularizer(REGULARIZER)(w)$

✓用 Tensorflow 函数实现正则化：

```
tf.add_to_collection('losses', tf.contrib.layers.l2_regularizer(regularizer)(w))
```

```
loss = cem + tf.add_n(tf.get_collection('losses'))
```

cem 的计算已在 4.1 节中给出。

例如：

用 300 个符合正态分布的点 $X[x_0, x_1]$ 作为数据集，根据点 $X[x_0, x_1]$ 计算生成标注 $Y_$ ，将数据集标注为红色点和蓝色点。

标注规则为：当 $x_0^2 + x_1^2 < 2$ 时， $y_ = 1$ ，标注为红色；当 $x_0^2 + x_1^2 \geq 2$ 时， $y_ = 0$ ，标注为蓝色。

我们分别用无正则化和有正则化两种方法，拟合曲线，把红色点和蓝色点分开。在实际分类时，如果前向传播输出的预测值 y 接近 1 则为红色点概率越大，接近 0 则为蓝色点概率越大，输出的预测值 y 为 0.5 是红蓝点概率分界线。

在本例子中，我们使用了之前未用过的模块与函数：

✓matplotlib 模块：Python 中的可视化工具模块，实现函数可视化

终端安装指令：`sudo pip install matplotlib`

✓函数 `plt.scatter()`：利用指定颜色实现点 (x, y) 的可视化

```
plt.scatter(x 坐标, y 坐标, c=" 颜色")
```

```
plt.show()
```

✓收集规定区域内所有的网格坐标点:

```
xx, yy = np.mgrid[起:止:步长, 起:止:步长] #找到规定区域以步长为分辨率的行列网格坐标点
```

```
grid = np.c_[xx.ravel(), yy.ravel()] #收集规定区域内所有的网格坐标点
```

✓plt.contour()函数: 告知 x、y 坐标和各点高度, 用 levels 指定高度的点描上颜色

```
plt.contour(x 轴坐标值, y 轴坐标值, 该点的高度, levels=[等高线的高度])
```

```
plt.show()
```

本例代码如下:

```
1 #coding:utf-8
2 #0导入模块 , 生成模拟数据集
3 import tensorflow as tf
4 import numpy as np
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 BATCH_SIZE = 30
7 seed = 2
8 #基于seed产生随机数
9 rdm = np.random.RandomState(seed)
10 #随机数返回300行2列的矩阵, 表示300组坐标点 (x0,x1) 作为输入数据集
11 X = rdm.randn(300,2)
12 #从X这个300行2列的矩阵中取出一行,判断如果两个坐标的平方和小于2, 给Y赋值1, 其余赋值0
13 #作为输入数据集的标签 (正确答案)
14 Y_ = [int(x0*x0 + x1*x1 < 2) for (x0,x1) in X]
15 #遍历Y中的每个元素, 1赋值'red'其余赋值'blue', 这样可视化显示时人可以直观区分
16 Y_c = [['red' if y else 'blue'] for y in Y_]
17 #对数据集X和标签Y进行shape整理, 第一个元素为-1表示, 随第二个参数计算得到, 第二个元素表示>
18 #多少列, 把X整理为n行2列, 把Y整理为n行1列
19 X = np.vstack(X).reshape(-1,2)
20 Y_ = np.vstack(Y_).reshape(-1,1)
21 print X
22 print Y_
23 #用plt.scatter画出数据集X各行中第0列元素和第1列元素的点即各行的 (x0, x1) , 用各行Y_c对应>
24 #的值表示颜色 (c是color的缩写)
25 plt.scatter(X[:,0], X[:,1], c=np.squeeze(Y_c))
26 plt.show()
27
28 #定义神经网络的输入、参数和输出, 定义前向传播过程
29 def get_weight(shape, regularizer):
30     w = tf.Variable(tf.random_normal(shape), dtype=tf.float32)
31     tf.add_to_collection('losses', tf.contrib.layers.l2_regularizer(regularizer)(w))
32     return w
33
34 def get_bias(shape):
35     b = tf.Variable(tf.constant(0.01, shape=shape))
36     return b
37
38 x = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 2))
39 y_ = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 1))
40
41 w1 = get_weight([2,1], 0.01)
```



```

42 b1 = get_bias([1])
43 y1 = tf.nn.relu(tf.matmul(x, w1)+b1)
44
45 w2 = get_weight([1,1], 0.01)
46 b2 = get_bias([1])
47 y = tf.matmul(y1, w2)+b2 #输出层不过激活
48
49
50 #定义损失函数
51 loss_mse = tf.reduce_mean(tf.square(y-y_))
52 loss_total = loss_mse + tf.add_n(tf.get_collection('losses'))

55 #定义反向传播方法：不含正则化
56 train_step = tf.train.AdamOptimizer(0.0001).minimize(loss_mse)
57
58 with tf.Session() as sess:
59     init_op = tf.global_variables_initializer()
60     sess.run(init_op)
61     STEPS = 40000
62     for i in range(STEPS):
63         start = (i*BATCH_SIZE) % 300
64         end = start + BATCH_SIZE
65         sess.run(train_step, feed_dict={x:X[start:end], y_:Y_[start:end]})
66         if i % 2000 == 0:
67             loss_mse_v = sess.run(loss_mse, feed_dict={x:X, y_:Y_})
68             print("After %d steps, loss is: %f" % (i, loss_mse_v))
69     #xx在-3到3之间以步长为0.01, yy在-3到3之间以步长0.01,生成二维网格坐标点
70     xx, yy = np.mgrid[-3:3:.01, -3:3:.01]
71     #将xx, yy拉直, 并合并成一个2列的矩阵, 得到一个网格坐标点的集合
72     grid = np.c_[xx.ravel(), yy.ravel()]
73     #将网格坐标点喂入神经网络, probs为输出
74     probs = sess.run(y, feed_dict={x:grid})
75     #probs的shape调整成xx的样子
76     probs = probs.reshape(xx.shape)
77     print "w1:\n",sess.run(w1)
78     print "b1:\n",sess.run(b1)
79     print "w2:\n",sess.run(w2)

```

```

82 plt.scatter(X[:,0], X[:,1], c=np.squeeze(Y_c))
83 plt.contour(xx, yy, probs, levels=[.5])
84 plt.show()
85
86
87
88 #定义反向传播方法：包含正则化
89 train_step = tf.train.AdamOptimizer(0.0001).minimize(loss_total)
90
91 with tf.Session() as sess:
92     init_op = tf.global_variables_initializer()
93     sess.run(init_op)
94     STEPS = 40000
95     for i in range(STEPS):
96         start = (i*BATCH_SIZE) % 300
97         end = start + BATCH_SIZE
98         sess.run(train_step, feed_dict={x: X[start:end], y_:Y_[start:end]})
99         if i % 2000 == 0:
100             loss_v = sess.run(loss_total, feed_dict={x:X,y_:Y_})
101             print("After %d steps, loss is: %f" % (i, loss_v))
102
103     xx, yy = np.mgrid[-3:3:.01, -3:3:.01]
104     grid = np.c_[xx.ravel(), yy.ravel()]
105     probs = sess.run(y, feed_dict={x:grid})
106     probs = probs.reshape(xx.shape)

```



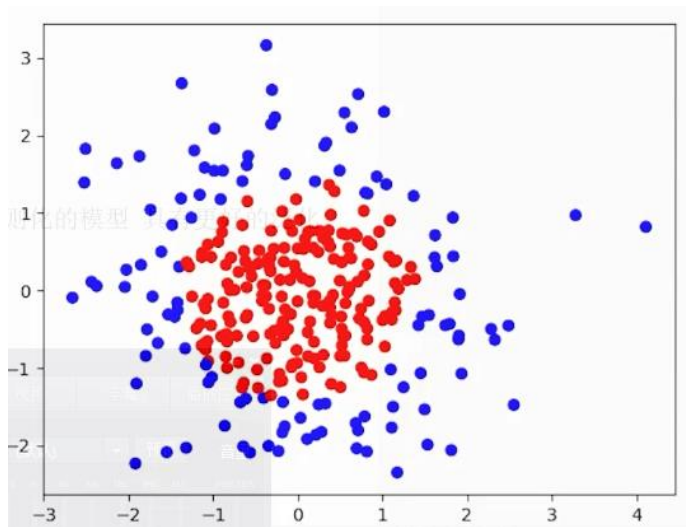
```

107 print "w1:\n",sess.run(w1)
108 print "b1:\n",sess.run(b1)
109 print "w2:\n",sess.run(w2)
110 print "b2:\n",sess.run(b2)
111
112 plt.scatter(X[:,0], X[:,1], c=np.squeeze(Y_c))
113 plt.contour(xx, yy, probs, levels=[.5])
114 plt.show()

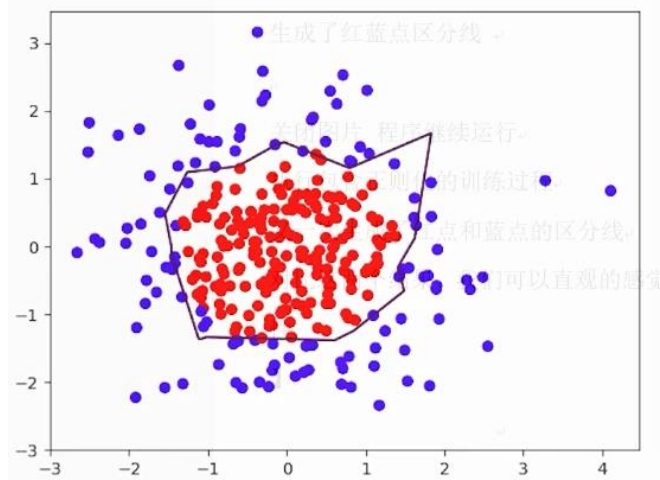
```

执行代码，效果如下：

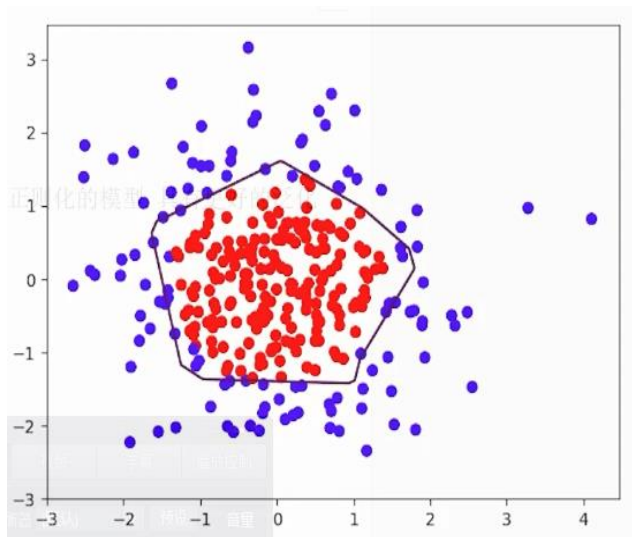
首先，数据集实现可视化， $x_0^2 + x_1^2 < 2$ 的点显示红色， $x_0^2 + x_1^2 \geq 2$ 的点显示蓝色，如图所示：



接着，执行无正则化的训练过程，把红色的点和蓝色的点分开，生成曲线如下图所示：



最后，执行有正则化的训练过程，把红色的点和蓝色的点分开，生成曲线如下图所示：



对比无正则化与有正则化模型的训练结果，可看出有正则化模型的拟合曲线平滑，模型具有更好的泛化能力。

4.5 搭建模块化神经网络八股

✓前向传播：由输入到输出，搭建完整的网络结构

描述前向传播的过程需要定义三个函数：

✓def forward(x, regularizer):

```
w=  
b=  
y=  
return y
```

第一个函数 **forward()**完成网络结构的设计，从输入到输出搭建完整的网络结构，实现前向传播过程。

该函数中，参数 x 为输入，regularizer 为正则化权重，返回值为预测或分类结果 y。

✓def get_weight(shape, regularizer):

```
w = tf.Variable( )  
tf.add_to_collection(' losses', tf.contrib.layers.l2_regularizer(regularizer)(w))  
return w
```

第二个函数 **get_weight()**对参数 w 设定。该函数中，参数 shape 表示参数 w 的形状，regularizer 表示正则化权重，返回值为参数 w。其中，**tf.variable()**给 w 赋初值，**tf.add_to_collection()**表示将参数 w 正则化损失加到总损失 losses 中。

✓def get_bias(shape):

```
b = tf.Variable( )  
return b
```

第三个函数 **get_bias()**对参数 b 进行设定。该函数中，参数 shape 表示参数 b 的形状,返回值为参数 b。其中，**tf.variable()**表示给 b 赋初值。

✓反向传播：训练网络，优化网络参数，提高模型准确性。

✓def backward():

```
x = tf.placeholder( )  
y_ = tf.placeholder( )  
y = forward.forward(x, REGULARIZER)  
global_step = tf.Variable(0, trainable=False)  
loss =
```

函数 **backward()**中，**placeholder()**实现对数据集 x 和标准答案 y_占位，**forward.forward()**实现前向传播的网络结构，参数 **global_step** 表示训练轮数，设置为不可训练型参数。

在训练网络模型时，常将正则化、指数衰减学习率和滑动平均这三个方法作为模型优化方法。

✓在 Tensorflow 中，正则化表示为：

首先，计算预测结果与标准答案的损失值

①MSE: y 与 $y_$ 的差距($loss_mse$) = `tf.reduce_mean(tf.square(y-y_))`

②交叉熵: `ce = tf.nn.sparse_softmax_cross_entropy_with_logits(logits=y, labels=tf.argmax(y_, 1))`

y 与 $y_$ 的差距(cem) = `tf.reduce_mean(ce)`

③自定义: y 与 $y_$ 的差距

其次，总损失值为预测结果与标准答案的损失值加上正则化项

`loss = y 与 $y_$ 的差距 + tf.add_n(tf.get_collection('losses'))`

✓在 Tensorflow 中，指数衰减学习率表示为：

`learning_rate = tf.train.exponential_decay(`

`LEARNING_RATE_BASE,`

`global_step,`

`数据集总样本数 / BATCH_SIZE,`

`LEARNING_RATE_DECAY,`

`staircase=True)`

`train_step=tf.train.GradientDescentOptimizer(learning_rate).minimize(loss,`

`global_step=global_step)`

✓在 Tensorflow 中，滑动平均表示为：

`ema = tf.train.ExponentialMovingAverage(MOVING_AVERAGE_DECAY, global_step)`

`ema_op = ema.apply(tf.trainable_variables())`

`with tf.control_dependencies([train_step, ema_op]):`

`train_op = tf.no_op(name='train')`

其中，滑动平均和指数衰减学习率中的 `global_step` 为同一个参数。

✓用 `with` 结构初始化所有参数

`with tf.Session() as sess:`

`init_op = tf.global_variables_initializer()`

`sess.run(init_op)`

`for i in range(STEPS):`

`sess.run(train_step, feed_dict={x: , y_: })`

`if i % 轮数 == 0:`

print

其中，with 结构用于初始化所有参数信息以及实现调用训练过程，并打印出 loss 值。

✓判断 python 运行文件是否为主文件

```
if __name__ == '__main__':
```

```
backward()
```

该部分用来判断 python 运行的文件是否为主文件。若是主文件，则执行 backward() 函数。

例如：

用 300 个符合正态分布的点 $X[x_0, x_1]$ 作为数据集，根据点 $X[x_0, x_1]$ 的不同进行标注 $Y_$ ，将数据集标注为红色和蓝色。标注规则为：当 $x_0^2 + x_1^2 < 2$ 时， $y_ = 1$ ，点 X 标注为红色；当 $x_0^2 + x_1^2 \geq 2$ 时， $y_ = 0$ ，点 X 标注为蓝色。我们加入指数衰减学习率优化效率，加入正则化提高泛化性，并使用模块化设计方法，把红色点和蓝色点分开。

代码总共分为三个模块：生成数据集 (generateds.py)、前向传播 (forward.py)、反向传播 (backward.py)。

①生成数据集的模块 (generateds.py)

②前向传播模块 (forward.py)

```
1 #coding:utf-8
2 #0导入模块，生成模拟数据集
3 import tensorflow as tf
4
5 #定义神经网络的输入、参数和输出，定义前向传播过程
6 def get_weight(shape, regularizer):
7     w = tf.Variable(tf.random_normal(shape), dtype=tf.float32)
8     tf.add_to_collection('losses', tf.contrib.layers.l2_regularizer(regularizer)(w))
9     return w
10
11 def get_bias(shape):
12     b = tf.Variable(tf.constant(0.01, shape=shape))
13     return b
14
15 def forward(x, regularizer):  #前向传播模块(forward.py)
16     w1 = get_weight([2,11], regularizer)
17     b1 = get_bias([11])
18     y1 = tf.nn.relu(tf.matmul(x, w1) + b1)
19     w2 = get_weight([11,1], regularizer)
20     b2 = get_bias([1])
21     y = tf.matmul(y1, w2) + b2 #输出层不过激活
22
23     return y
```

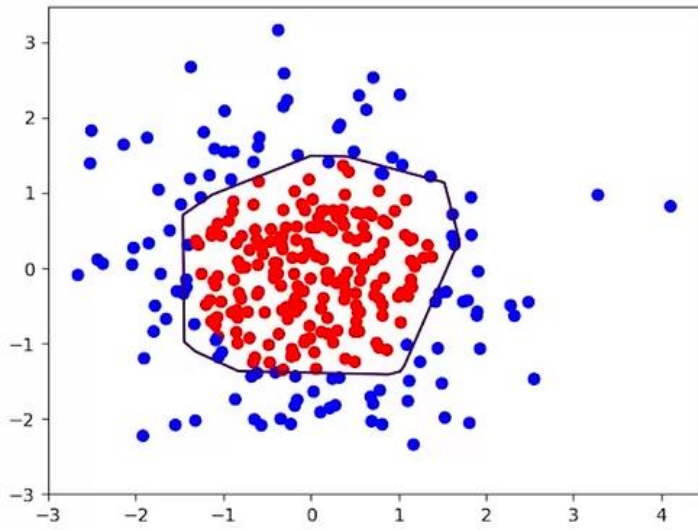
③反向传播模块 (backward.py)

```

1 #coding:utf-8
2 #0导入模块，生成模拟数据集
3 import tensorflow as tf
4 import numpy as np
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 import opt4_8_generateds
7 import opt4_8_forward
8
9 STEPS = 40000
10 BATCH_SIZE = 30
11 LEARNING_RATE_BASE = 0.001
12 LEARNING_RATE_DECAY = 0.999
13 REGULARIZER = 0.01
14
15 def backward():
16     x = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 2))
17     y_ = tf.placeholder(tf.float32, shape=(None, 1))
18
19     X, Y_, Y_c = opt4_8_generateds.generateds()
20
21     y = opt4_8_forward.forward(x, REGULARIZER)
22
23     global_step = tf.Variable(0, trainable=False)
24
25     learning_rate = tf.train.exponential_decay(
26         LEARNING_RATE_BASE,
27         global_step,
28         300/BATCH_SIZE,
29         LEARNING_RATE_DECAY,
30         staircase=True)
31
32
33     #定义损失函数
34     loss_mse = tf.reduce_mean(tf.square(y-y_))
35     loss_total = loss_mse + tf.add_n(tf.get_collection('losses'))
36
37     #定义反向传播方法：包含正则化
38     train_step = tf.train.AdamOptimizer(learning_rate).minimize(loss_total)
39
40     with tf.Session() as sess:
41         init_op = tf.global_variables_initializer()
42         sess.run(init_op)
43         for i in range(STEPS):
44             start = (i*BATCH_SIZE) % 300
45             end = start + BATCH_SIZE
46             sess.run(train_step, feed_dict={x: X[start:end], y_:Y_[start:end]})
47             if i % 2000 == 0:
48                 loss_v = sess.run(loss_total, feed_dict={x:X,y_:Y_})
49                 print("After %d steps, loss is: %f" % (i, loss_v))
50
51             xx, yy = np.mgrid[-3:3:.01, -3:3:.01]
52             grid = np.c_[xx.ravel(), yy.ravel()]
53             probs = sess.run(y, feed_dict={x:grid})
54             probs = probs.reshape(xx.shape)
55
56             plt.scatter(X[:,0], X[:,1], c=np.squeeze(Y_c))
57             plt.contour(xx, yy, probs, levels=[.5])
58             plt.show()
59
60 if __name__ == '__main__':
61     backward()

```

运行代码，结果如下：



由运行结果可见，程序使用模块化设计方法，加入指数衰减学习率，使用正则化后，红色点和蓝色点的分割曲线相对平滑，效果变好。