

Proiect Geometrie Diferentiala  
Calculul formelor fundamentale I si II  
Plotarea suprafetei impreuna cu reperul lui Gauss  
Student Dimitriu Gabriel gr 21

> **restart:**

Program pentru calculul si trasarea suprafete realizat de Dimitriu Gabriel gr 21.

> **suprafata:=proc()**

func este curba pe caruia vem sa-i facem suprafata

param este numele parametrului curbei

Ix,Iy si Jx,Jy sunt intervalele pe care dorim sa facem plotarea

> **global g,h,J,sol:**

> **local**

**interval,i,j,param,sys1,N1,N2,Nf,N,dffx,dffxf,repgauss,repgausst  
,repgausstf,puncte,pas,func,funcf,valx,valy,plotare,hipersuprafa  
ta,e,e1,e2,e3,s1,s2,s3,s4, temp1, k:**

> **options `Copyright 2004 by Gabriel Dimitriu Spiru Haret gr 21`;**

> **with(linalg):**

> **with(plots):**

> **if(nargs=8) then**

> **sol:=NULL: g:=NULL: h:=NULL: J:=NULL:**

> **func:=args[1]:**

> **param[1]:=args[2]:**

> **param[2]:=args[5]:**

> **funcf:=unapply(func,param[1],param[2]):**

> **interval[1]:=evalf(args[3])..evalf(args[4]):**

> **interval[2]:=evalf(args[6])..evalf(args[7]):**

> **puncte:=evalf(args[8]):**

> **fi;**

> **if(nargs<8) then**

> **print(`procedura pentru calculul si plotarea suprafetei  
realizata de Dimitriu Gabriel gr 21 Spiru Haret`);**

> **print(`Apelul functiei : suprafata(func,param,Ix,Iy,Nr)`);**

> **print(`unde`);**

> **print(`func este curba careia vrem sa-i facem suprafata`);**

> **print(`param este numele primului parametru al curbei`);**

> **print(`param este numele celui de-al doilea parametru al  
curbei`);**

> **print(`Ix,Iy este intervalului pentru primul parametru pe care  
dorim sa facem plotarea`);**

> **print(`Jx,Jy este intervalului pentru primul parametru pe care  
dorim sa facem plotarea`);**

> **print(`Nr este numarul de puncte in care dorim sa plotam reperul  
Gausss`);**

> **RETURN();**

> **fi;**

Calculul derivatelor

```

> dffx[1]:=diff(func,param[1]):
> dffx[2]:=diff(func,param[2]):
> dffxf[1]:=unapply(dffx[1],param[1],param[2]):
> dffxf[2]:=unapply(dffx[2],param[1],param[2]):

```

Verificare daca este imersie

```

> J:=matrix(2,3,[dffx[1],dffx[2]]):
> if(rank(J)<>2) then
> return:
> else
> print(`Functia data este imersie deci este hipersuprafata
    parametrizata`);

```

Calculul normalei

```

> N1:=simplify(simplify(crossprod(dffx[1],dffx[2]),assume=real)):
> N2:=simplify(simplify(norm(N1,2),assume=real)):

```

Aflam punctele in care nu avem normala

```

> sys1:={N1[1],N1[2],N1[3]}:
> s1:={solve(sys1,{param[1],param[2]})}:
> if s1<>NULL then
> s2:=convert(s1,list):
> s1:=convert(s2,vector):
> j:=vectdim(s1):
> k:=1:
> for i from 1 to j do
> s2[i]:=convert(s2[i],list):
> s3[i][1]:=evalf(s2[i][1]):
> s3[i][2]:=evalf(s2[i][2]):
> temp1[1]:=subs(s3[i][1],param[1]):
> temp1[2]:=subs(s3[i][2],param[2]):
> if(type(temp1[1],symbol)=true and type(temp1[2],symbol)=true)
    then
> temp1[2]:=subs(s3[i][1],param[2]):
> temp1[1]:=subs(s3[i][2],param[1]):
> if(type(temp1[1],symbol)=true and type(temp1[2],symbol)=true)
    then
> temp1[1]:=subs(s3[i][1],param[1]):
> temp1[2]:=subs(s3[i][2],param[2]):
> fi: fi:
> if(whattype(temp1[1])<>complex and whattype(temp1[2])<>complex)
    then
> s4[k]:=[temp1[1],temp1[2]]:
> k:=k+1:
> fi:
> od:
> if(k<>1) then
> sol:=convert(s4,list):
> print(`punctele in care nu avem normala`);

```

```

> print(sol);
> fi:
> fi:
> N:=[simplify(N1[1]/N2),simplify(N1[2]/N2),simplify(N1[3]/N2)]:
> Nf:=unapply(N,param[1],param[2]):

```

Calculul reperului Gauss

```

> repgauss:=[dffx[1],dffx[2],N]:
> print(`Reperul gauss este`);
> print(repgauss);

```

Calculul primei forme fundamentale  $g[i,j]$  si a celei de-a doua forme fundamentale  $h[i,j]$

```

> g:=matrix(2,2);
> h:=matrix(2,2);
> for i from 1 to 2 do
> for j from 1 to 2 do
> g[i,j]:=simplify(simplify(dotprod(dffx[i],dffx[j]),assume=real))
> ;
> h[i,j]:=simplify(simplify(dotprod(diff(dffx[i],param[j]),N),assume=real));
> od; od;
> print(`Prima forma fundamentala este`);
> print(g);
> print(`A doua forma fundamentala este`);
> print(h);

```

Facem translatarea reperului Gauss

```

> repgausst[1]:=func+repgauss[1]:
> repgausst[2]:=func+repgauss[2]:
> repgausst[3]:=func+repgauss[3]:
> print(convert(repgausst,list));
> repgausstf[1]:=unapply(repgausst[1],param[1],param[2]):
> repgausstf[2]:=unapply(repgausst[2],param[1],param[2]):
> repgausstf[3]:=unapply(repgausst[3],param[1],param[2]):

```

Realizam punctele in care dorim sa afisam reperul Gauss

```

> pas[1]:=(max($interval[1])-min($interval[1]))/puncte:
> pas[2]:=(max($interval[2])-min($interval[2]))/puncte:
> for i from 1 to puncte do
> valx:=evalf(min($interval[1])+i*pas[1]):
> valy:=evalf(min($interval[2])+i*pas[2]):
> hipersuprafata:=funcf(valx,valy):
> plotare:=matrix([[hipersuprafata,hipersuprafata],[hipersuprafata
> ,repgausstf[1](valx,valy)]]);
> e1:=surfdata(convert(plotare,listlist),color=red,style=line,line
> style=1,labels=[x,y,z]):
> plotare:=matrix([[hipersuprafata,hipersuprafata],[hipersuprafata
> ,repgausstf[2](valx,valy)]]);
> e2:=surfdata(convert(plotare,listlist),color=blue,style=line,lin
> estyle=1,labels=[x,y,z]):

```

```

> plotare:=matrix([[hipersuprafata,hipersuprafata],[hipersuprafata
,repgausstf[3](valx,valy)]]);
> e3:=surfdata(convert(plotare,listlist),color=black,style=line,linestyle=1,labels=[x,y,z]):
> e[i]:=display(e1,e2,e3);
> od:

```

Facem graficul suprafetei

```

> print(`Imaginea suprafetei este`);
> display(plot3d(funcf(x,y),x=interval[1],y=interval[2],color=green,labels=[x,y,z]),convert(e,list));
> fi;
> end;

```

*suprafata := proc() ... end proc*

```

> suprafata([2*cos(x)*cos(y),2*cos(x)*sin(y),2*sin(x)],x,-Pi/2,Pi/2,y,-4,4,100);

```

Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected

Warning, the name changecoords has been redefined

*Funcția dată este imersie deci este hipersuprafată parametrizată*

*punctele în care nu avem normală*

$[[1.570796327, y]]$

*Reperul gauss este*

$\left[ \begin{array}{l} [-2 \sin(x) \cos(y), -2 \sin(x) \sin(y), 2 \cos(x)], [-2 \cos(x) \sin(y), 2 \cos(x) \cos(y), 0], \\ \left[ -\frac{\cos(x)^2 \cos(y)}{|\cos(x)|}, -\frac{\cos(x)^2 \sin(y)}{|\cos(x)|}, -\frac{\sin(x) \cos(x)}{|\cos(x)|} \right] \end{array} \right]$

*Prima formă fundamentală este*

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \cos(x)^2 \end{bmatrix}$$

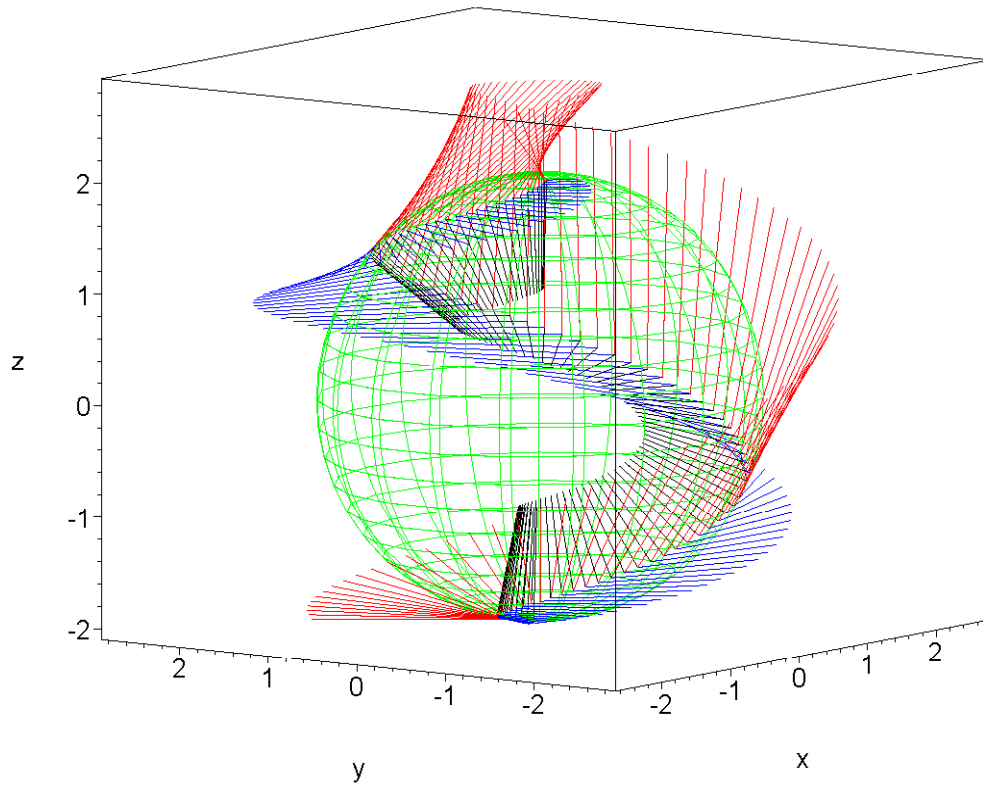
*A doua formă fundamentală este*

$$\begin{bmatrix} \frac{2 \cos(x)}{|\cos(x)|} & 0 \\ 0 & 2 |\cos(x)| \cos(x) \end{bmatrix}$$

$\left[ \begin{array}{l} [-2 \sin(x) \cos(y) + 2 \cos(x) \cos(y), -2 \sin(x) \sin(y) + 2 \cos(x) \sin(y), 2 \cos(x) + 2 \sin(x)], \\ [-2 \cos(x) \sin(y) + 2 \cos(x) \cos(y), 2 \cos(x) \cos(y) + 2 \cos(x) \sin(y), 2 \sin(x)], \\ -\frac{\cos(x)^2 \cos(y)}{|\cos(x)|} + 2 \cos(x) \cos(y), -\frac{\cos(x)^2 \sin(y)}{|\cos(x)|} + 2 \cos(x) \sin(y), \end{array} \right]$

$$\left. -\frac{\sin(x) \cos(x)}{|\cos(x)|} + 2 \sin(x) \right] \right]$$

*Imaginea suprafetei este*



```
> suprafata([2*cos(x)*cos(y), 2*cos(x)*sin(y), 2*sin(x)], x, -Pi/2, 0, y, -4, 0, 5);
```

*Funcția dată este imersie deci este hipersuprafață parametrizată*

*punctele în care nu avem normală*

$[[1.570796327, y]]$

*Reperul gauss este*

$\left[ [-2 \sin(x) \cos(y), -2 \sin(x) \sin(y), 2 \cos(x)], [-2 \cos(x) \sin(y), 2 \cos(x) \cos(y), 0], \right.$

$$\left. \left[ -\frac{\cos(x)^2 \cos(y)}{|\cos(x)|}, -\frac{\cos(x)^2 \sin(y)}{|\cos(x)|}, -\frac{\sin(x) \cos(x)}{|\cos(x)|} \right] \right]$$

*Prima formă fundamentală este*

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \cos(x)^2 \end{bmatrix}$$

A doua forma fundamentala este

$$\begin{bmatrix} \frac{2 \cos(x)}{|\cos(x)|} & 0 \\ 0 & 2 |\cos(x)| \cos(x) \end{bmatrix}$$

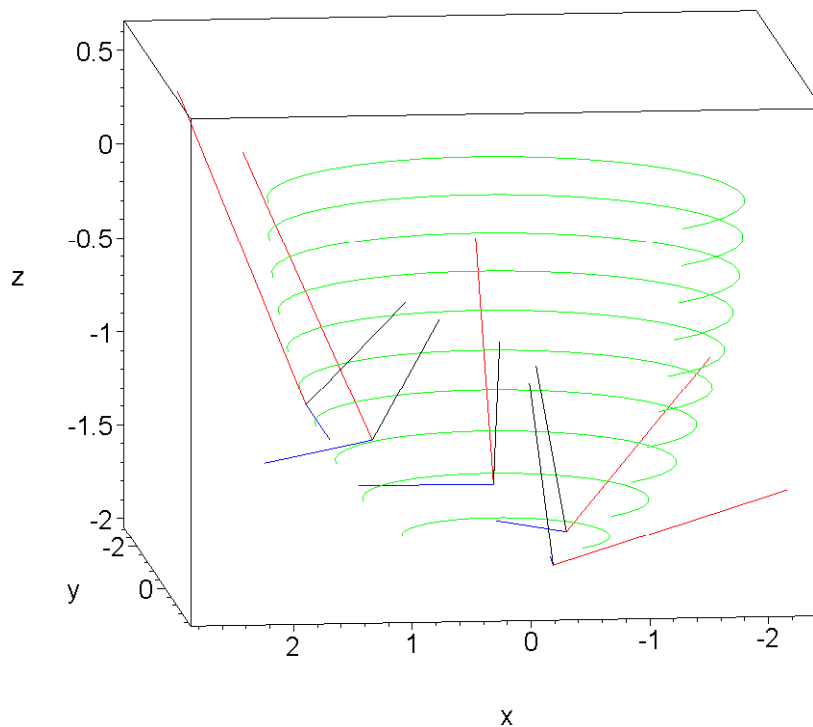
$$[-2 \sin(x) \cos(y) + 2 \cos(x) \cos(y), -2 \sin(x) \sin(y) + 2 \cos(x) \sin(y), 2 \cos(x) + 2 \sin(x)],$$

$$[-2 \cos(x) \sin(y) + 2 \cos(x) \cos(y), 2 \cos(x) \cos(y) + 2 \cos(x) \sin(y), 2 \sin(x)], \left[ \right.$$

$$-\frac{\cos(x)^2 \cos(y)}{|\cos(x)|} + 2 \cos(x) \cos(y), -\frac{\cos(x)^2 \sin(y)}{|\cos(x)|} + 2 \cos(x) \sin(y),$$

$$\left. -\frac{\sin(x) \cos(x)}{|\cos(x)|} + 2 \sin(x) \right] \right]$$

Imaginea suprafetei este



```
> suprafata([(3*cos(x)+10)*cos(y),(3*cos(x)+10)*sin(y),3*sin(x)],x
,0,2*pi,y,0,Pi/2,5);
```

Funcția dată este imersie deci este hipersuprafață parametrizată

Reperul Gauss este

$$\begin{aligned}
& [[-3 \sin(x) \cos(y), -3 \sin(x) \sin(y), 3 \cos(x)], \\
& [-(3 \cos(x) + 10) \sin(y), (3 \cos(x) + 10) \cos(y), 0], \\
& [-\cos(x) \cos(y), -\cos(x) \sin(y), -\sin(x)]]
\end{aligned}$$

*Prima forma fundamentală este*

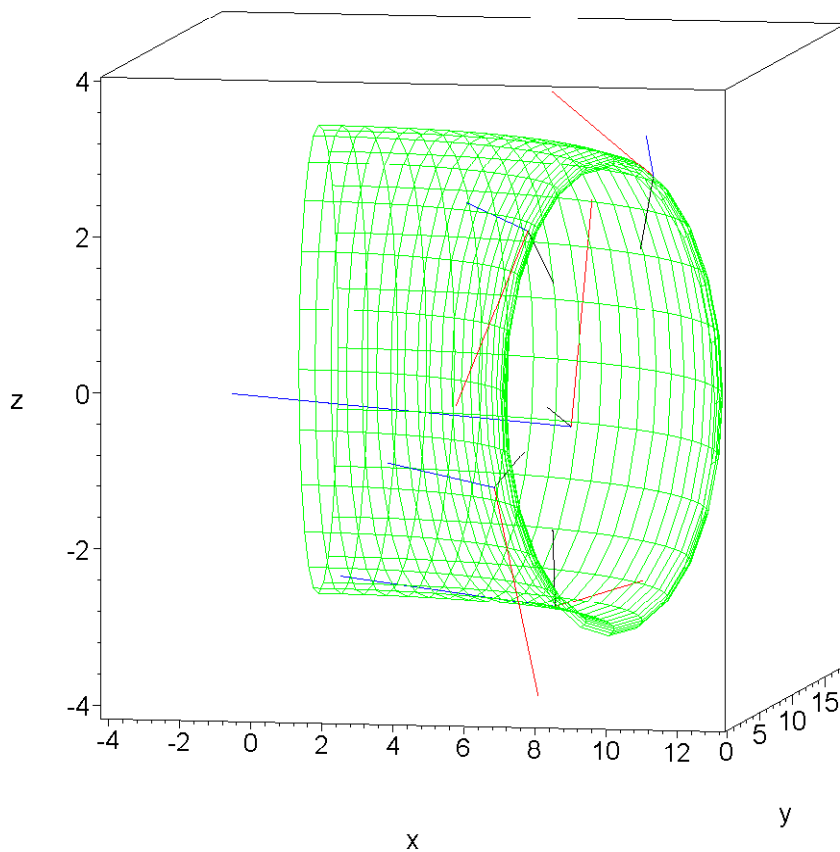
$$\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & (3 \cos(x) + 10)^2 \end{bmatrix}$$

*A doua formă fundamentală este*

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & (3 \cos(x) + 10) \cos(x) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& [[-3 \sin(x) \cos(y) + (3 \cos(x) + 10) \cos(y), -3 \sin(x) \sin(y) + (3 \cos(x) + 10) \sin(y), \\
& 3 \cos(x) + 3 \sin(x)], [-(3 \cos(x) + 10) \sin(y) + (3 \cos(x) + 10) \cos(y), \\
& (3 \cos(x) + 10) \cos(y) + (3 \cos(x) + 10) \sin(y), 3 \sin(x)], \\
& [-\cos(x) \cos(y) + (3 \cos(x) + 10) \cos(y), -\cos(x) \sin(y) + (3 \cos(x) + 10) \sin(y), 2 \sin(x)] \\
& ]
\end{aligned}$$

*Imaginea suprafeței este*



> `suprafata([x*cos(y),x*sin(y),2*y],x,-4,4,y,0,4,10);`

*Funcția dată este imersie deci este hipersuprafață parametrizată*

*Reperul gauss este*

$$\left[ [\cos(y), \sin(y), 0], [-x \sin(y), x \cos(y), 2], \left[ \frac{2 \sin(y)}{\sqrt{4+x^2}}, -\frac{2 \cos(y)}{\sqrt{4+x^2}}, \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} \right] \right]$$

*Prima formă fundamentală este*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4+x^2 \end{bmatrix}$$

*A doua formă fundamentală este*



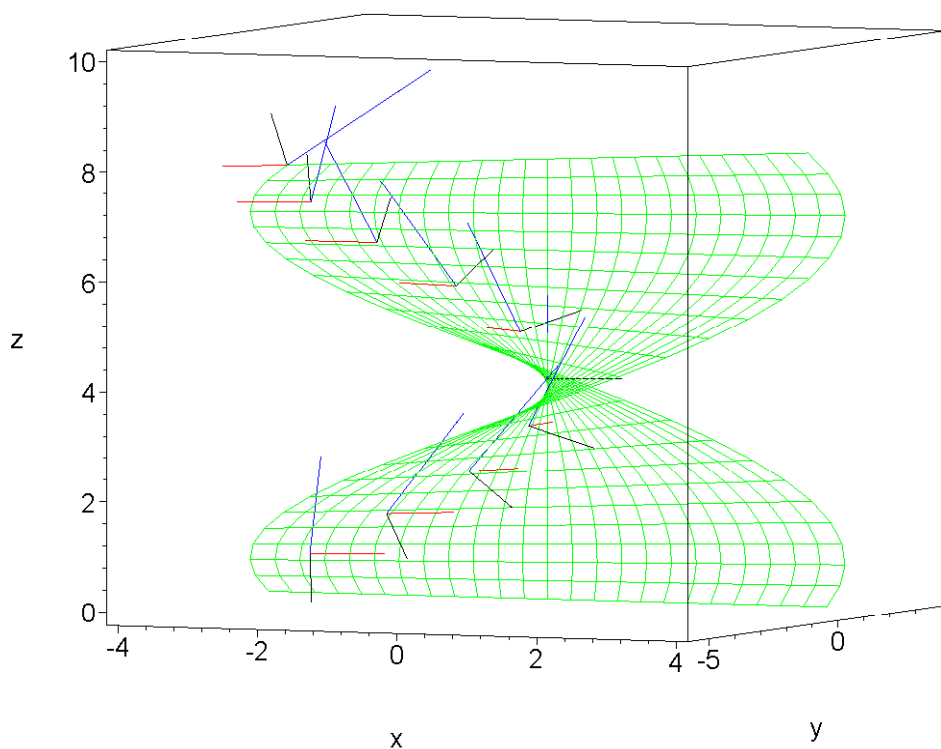
$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{\sqrt{4+x^2}} \\ -\frac{2}{\sqrt{4+x^2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[ \cos(y) + x \cos(y), \sin(y) + x \sin(y), 2y \right],$$

$$[-x \sin(y) + x \cos(y), x \cos(y) + x \sin(y), 2 + 2y],$$

$$\left[ \frac{2 \sin(y)}{\sqrt{4+x^2}} + x \cos(y), -\frac{2 \cos(y)}{\sqrt{4+x^2}} + x \sin(y), \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} + 2y \right]$$

*Imaginea suprafetei este*



> **suprafata([x^2-y,y^2-x,x],x,-4,4,y,-4,4,10);**

*Funcția dată este imersie deci este hipersuprafață parametrizată*

*Reperul Gauss este*

$$\left[ \begin{aligned} &[2x, -1, 1], [-1, 2y, 0], \\ &\left[ -\frac{2y}{\sqrt{2+4y^2+16y^2x^2-8yx}}, -\frac{1}{\sqrt{2+4y^2+16y^2x^2-8yx}}, \frac{4yx-1}{\sqrt{2+4y^2+16y^2x^2-8yx}} \right] \end{aligned} \right]$$

*Prima forma fundamentală este*

$$\begin{bmatrix} 2+4x^2 & -2x-2y \\ -2x-2y & 1+4y^2 \end{bmatrix}$$

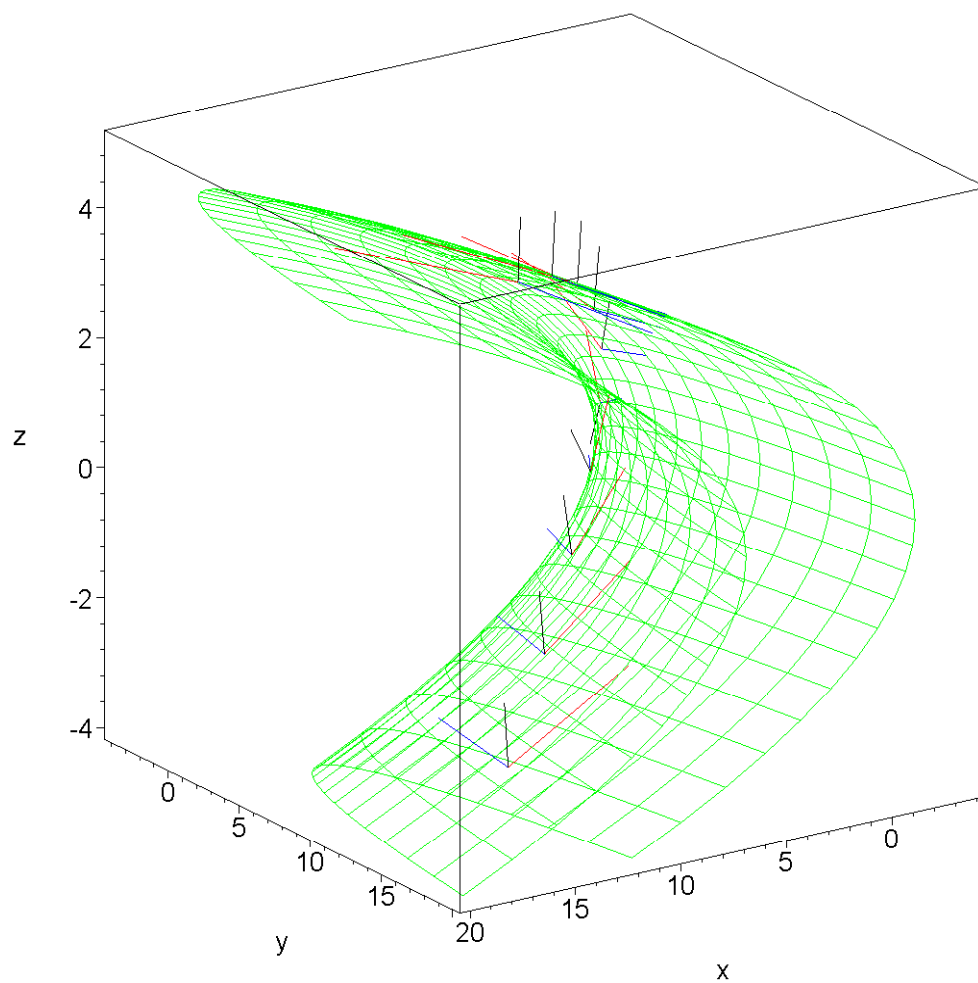
*A doua formă fundamentală este*

$$\begin{bmatrix} -4y \left( \frac{1}{\sqrt{2+4y^2+16y^2x^2-8yx}} \right) & 0 \\ 0 & -2 \left( \frac{1}{\sqrt{2+4y^2+16y^2x^2-8yx}} \right) \end{bmatrix}$$

$$\left[ [2x+x^2-y, -1+y^2-x, 1+x], [-1+x^2-y, 2y+y^2-x, x], \left[ \right.$$

$$\left. \begin{aligned} &-\frac{2y}{\sqrt{2+4y^2+16y^2x^2-8yx}}+x^2-y, -\frac{1}{\sqrt{2+4y^2+16y^2x^2-8yx}}+y^2-x, \\ &\frac{4yx-1}{\sqrt{2+4y^2+16y^2x^2-8yx}}+x \end{aligned} \right] \right]$$

*Imaginea suprafeței este*



```
> savelibname:=cat(libname,`/suprafata.m`);
```

```
> savelib('suprafata');
```

```
>
```

```
savelibname := "C:\PROGRAM FILES\MAPLE 8/lib/suprafata.m"
```

```
>
```