

Teste statistice 2

Copyright Gabriel Dimitriu

January 23, 2006

Exercitiu 1

Nivelul de calciu in singele unui adult tinar este in medie 9.5mg/dl si cu $\sigma = 0.4$. O clinica masoara nivelul calciului la 160 de pacienti si gaseste media de 9.3. Verificati ipoteza: $H_0 : m = 9.5; H_1 : m \neq 9.5; \alpha = 0.05$.

Rezolvare:

Deoarece avem $H_1 : m \neq 9.5$ vom considera un test bilitater si deoarece avem cunoscuta media vom folosi testul Z.

Calculam

$$Z_{calc} = \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

unde: $\bar{x} = 9.3, \sigma = 0.4, m_0 = 9.5, n = 160$.

Inlocuind aceste valori in formula anterioara avem

$$Z_{calc} = -6.32$$

Deoarece avem test bilateral avem

$$Z_{tab} = Z_{1-\alpha/2} = Z_{1-0.025} = Z_{0.975} = 1.96$$

Pentru a verifica corectitudinea ipotezelor vom efectua testul:

$$|Z_{calc}| = 6.32 > Z_{tab} = 1.96$$

Deci vom respinge ipoteza nula H_0 .

Exercitiu 2

Se iau esantioane din apa rezultata din racirea la o centrala nucleara. Se considera ca daca temperatura apei evacuate nu depaseste 60^0C nu consituie o primejdie pentru mediul inconjurator. Se aleg 70 de esantionae de apa si se masoara temperatura fiecarui asemenea esantion si se obtin rezultatele:

temp(x)	52	54	58	61	64	65
frecv	14	21	18	10	5	2

a)Care sunt erorile de tip I si de tip II ce apar la verificarea ipotezei:

$$\begin{aligned}H_0 &: m = 60 \\H_1 &: m > 60\end{aligned}$$

b) Aflati puterea testului folosit.

Rezolvare:

Vom calcula media si dispersia de selectie a esantioanelor:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^6 x * freqv}{70} = 56.657 \\s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^6 freqv * (x_i - \bar{x})^2}{69} = 15.677 \rightarrow s = \sqrt{s^2} = \sqrt{15.677} = 3.959\end{aligned}$$

Pentru a calcula erorile de tip I si II avem definitiile lor, in care $T_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ este o statistica iar W si \bar{W} sunt doua regiuni complementare care vor defini erorile:

$$\begin{aligned}\alpha &= P(T_n(x_1, \dots, x_n) \in W | H_0) = P\left(\frac{\bar{x} - m}{s/\sqrt{n}} > t_{1-\alpha; n-1} | m = m_0\right) \\ \beta &= P(T_n(x_1, \dots, x_n) \in \bar{W} | H_1) = P\left(\frac{\bar{x} - m}{s/\sqrt{n}} < t_{\alpha; n-1} | m > m_0\right)\end{aligned}$$

Inlocuind avem:

$$\alpha = P(-7.064 > t_{1-\alpha; 69}) = \int_{-\infty}^{-7.0129} \frac{\Gamma(35)}{14.723 * \Gamma(34.5)} \left(1 + \frac{x^2}{69}\right)^{-35} dx = 0.6302526901 * 10^{-9}$$