

Teste statistice

Dimitriu Gabriel Spiru Haret AnIII

January 23, 2006

Exercise 1

Greutatea unor pachete de zahar pudra ca urmare a imperfectiunii procesului de impachetare este o variabila aleatoare $N(m, 5^2)$. Greutatea marcata pe pachete este 900 g. O selectie aleatoare de volum 10 conduce la o greutate medie observata de 898 g. Sa se testeze la prag de semnificatie 0.05 ipoteza procesul de impachetare este bine reglat. Sa se calculeze probabilitatea acceptarii ipotezei $H_0 : m = m_0 = 900 \text{ g}$ pentru $m_1 = 898 \text{ g}$.

Rezolvare:

Din enuntul problemei avem estimatorul mediei

$$\bar{x} = m_1 = 898 \text{ g}$$

pragul de semnificatie

$$\alpha = 0.05$$

dispersia procesului este

$$\sigma = 5$$

numarul elementelor testare

$$n = 10$$

Vom testa cele doua ipoteze statistice pentru a vedea daca procesul este bine reglat

$$H_0 : m = m_0 = 900 \text{ g}$$

$$H_1 : m \neq m_0 = 900 \text{ g}$$

Deoarece $m \neq m_0$ vom aplica testul bilateral pentru populatie normala de medie necunoscuta si dispersie cunoscuta.

Testul consta in a verifica daca

$$\begin{aligned} \left| \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right| &> u_{1-\alpha/2} : \text{resping } H_0 \\ \left| \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right| &< u_{1-\alpha/2} : \text{accept } H_0 \end{aligned}$$

Facem calculul

$$\left| \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{898 - 900}{5/3.2622} \right| = |-1.2649| = 1.2649$$

Din tabel avem

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0.975} = 1.96$$

Deoarece $1.96 > 1.2649$ vom accepta ipoteza H_0 deci procesul este bine reglat cu pragul de semnificatie $\alpha = 0.05$.

Probabilitatea acceptarii ipotezei $H_0 : m = m_0 = 900g$ in cazul in care a fost $m_1 = 898g$ este data de puterea testului data prin formula:

$$\Pi(m_1) = \Pi(898) = P(x \in W | m = m_1) = \Phi\left(\frac{m_1 - m_0}{\sigma/\sqrt{n}} - u_{1-\alpha/2}\right)$$

inlocuind avem

$$\Pi(m_1 = 898) = \Phi(1.2649 - 1.96) = \Phi(-0.6951) = 0.2435$$