

Programare și Structuri de Date

Seminar 6

Evaluarea unei expresii aritmetice

- Vrem să scriem un algoritm care calculează valoarea unei expresii aritmetice:
- De exemplu:
 - $2+3*4 = 14$
 - $((2+4)*7)+3*(9-5) = 54$
 - $(((((3+1)*3)/((9-5)+2))-((3*(7-4)) + 6))) = -13$
- Expresia aritmetică este alcătuită din:
 - Operatori (+, -, *, /)
 - Operanzi (numere, pentru simplitate presupunem că avem doar cifre)
 - Paranteze (vom lucra doar cu paranteze rotunde, și vom presupune că expresia e corectă)

Notăția infixată și postfixată

- Expresiile aritmetice de pe pagina anterioară sunt în notația *infixată*. În această notație operatorii sunt între operanzii la care se referă (de ex. $1+2$). Oamenii în general folosesc această notație, dar pentru un calculator este foarte greu să lucreze cu o expresie în această formă.
- Calculatorul lucrează mult mai ușor cu notația *postfixată* (numită și forma poloneză postfixată), o notație în care operatorul vine după operanzi (de ex. $12+$).

Notăția infixată și postfixată

- Câteva exemple de expresii în notația *infixate* și notația *postfixată* corespunzătoare:

Notăția infixată	Notăția postfixată
$1+2$	1 2 +
$1+2-3$	1 2 + 3 -
$4*3+6$	4 3 * 6 +
$4*(3+6)$	4 3 6 + *
$(5+6)*(4-1)$	5 6 + 4 1 - *
$1+2*(3-4/(5+6))$	1 2 3 4 5 6 + / - * +

- Notația postfixată nu conține paranteze.

Notăția infixată și postfixată

- Deci, evaluarea unei expresii aritmetice este împărțită în 2 subprobleme:
 - Transformarea din notația infixată în notația postfixată
 - Evaluarea notației postfixate
- Pentru prima subproblemă vom folosi o stivă și o coadă, iar pentru a 2-a vom folosi o stivă.

Transformarea din notația infixată în notația postfixată

- Ordinea operanzilor rămâne nemodificată, doar ordinea operatorilor se schimbă.
- Operatorii trebuie să vină într-o ordine care ia în considerare parantezele și precedența operatorilor (de ex. înmulțirea se efectuează înaintea adăugării)
- Rezultatul va fi construit într-o coadă, iar pe parcursul transformării vom folosi o stivă auxiliară în care vom adăuga operatori și paranteze.

Transformarea din notația infixată în notația postfixată - Idea algoritmului

- Vom folosi o coadă în care vom construi soluția (expresia în forma postfixată).
- Vom folosi o stivă în care vom pune operatori și paranteze.
- Parcurgem expresia element cu element.
- Dacă găsim un operand (număr), îl adăugăm în coadă.
- Dacă găsim paranteză deschisă, o punem în stivă.
- Dacă găsim paranteză închisă, începem să scoatem elemente din stivă și să le adăugăm în coadă, până găsim paranteză deschisă în stivă (paranteza deschisă nu mai vine adăugată în coadă).

Transformarea din notația infixată în notația postfixată - Ideea algoritmului

- Dacă găsim operator (îl vom numi *opCurent*):
 - Dacă stiva e vidă, punem *opCurent* în stivă.
 - Cât timp elementul din vârful stivei este un operator cu prioritate mai mare sau egală ca *opCurent*, ștergem un element din stivă și îl punem în coadă. Dacă stiva devine vidă sau vârful stivei conține o paranteză sau un operator cu prioritate mai mică, punem *opCurent* în stivă.
- Când expresia este parcursă, scoatem tot ce avem în stivă, și punem în coadă.
- Acum, coada conține expresia în forma postfixată.

Transformare din notația infixată în postfixată - Exemplu

- Să urmărim transformarea lui $1+2*(3-4/(5+6))+7$

Input	Operație	Stivă	Coadă
1	Punem în coadă		1
+	Punem în stivă	+	1
2	Punem în coadă	+	1 2
*	Punem în stivă	+*	1 2
(Punem în stivă	+*(12
3	Punem în coadă	+*(1 2 3
-	Punem în stivă	+*(-	1 2 3
4	Punem în coadă	+*(-	1 2 3 4
/	Punem în stivă	+*(- /	1 2 3 4
(Punem în stivă	+*(- /(1 2 3 4
5	Punem în coadă	+*(- /(1 2 3 4 5
+	Punem în stivă	+*(- /(+	1 2 3 4 5
6	Punem în coadă	+*(- /(+	1 2 3 4 5 6
)	Scoatem până (+*(- /	1 2 3 4 5 6 +
)	Scoatem până (+*	1 2 3 4 5 6 + / -
+	Ștergem 2 și punem în stivă	+	1 2 3 4 5 6 + / - * +
7	Punem în coadă	+	1 2 3 4 5 6 + / - * + 7
gata	șterge tot		1 2 3 4 5 6 + / - * + 7 +

Evaluarea expresiei în forma postfixată

- După ce avem expresia în forma postfixată, putem să o evaluăm folosind o stivă.
- Ideea algoritmului:
 - Vom folosi o stivă auxiliară
 - Parcurgem expresia element cu element
 - Dacă găsim un operand (număr), îl punem pe stivă.
 - Dacă găsim un operator scoatem 2 elemente din stivă, executăm operația și punem rezultatul înapoi în stivă.
 - Când expresia este parcursă, stiva conține un singur element, soluția.

Evaluarea expresiei în forma postfixată

- Să urmărim transformarea expresiei $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ +\ /\ -\ *\ +\ 7\ +$

Input	Operație	Stivă
1	Adaugă	1
2	Adaugă	1 2
3	Adaugă	1 2 3
4	Adaugă	1 2 3 4
5	Adaugă	1 2 3 4 5
6	Adaugă	1 2 3 4 5 6
+	Șterge, adună, Adaugă	1 2 3 4 11
/	Șterge, împarte, Adaugă	1 2 3 0
-	Șterge, scade, Adaugă	1 2 3
*	Șterge, înmulțește, Adaugă	1 6
+	Șterge, adună, Adaugă	7
7	Adaugă	7 7
+	Șterge, adună, Adaugă	14