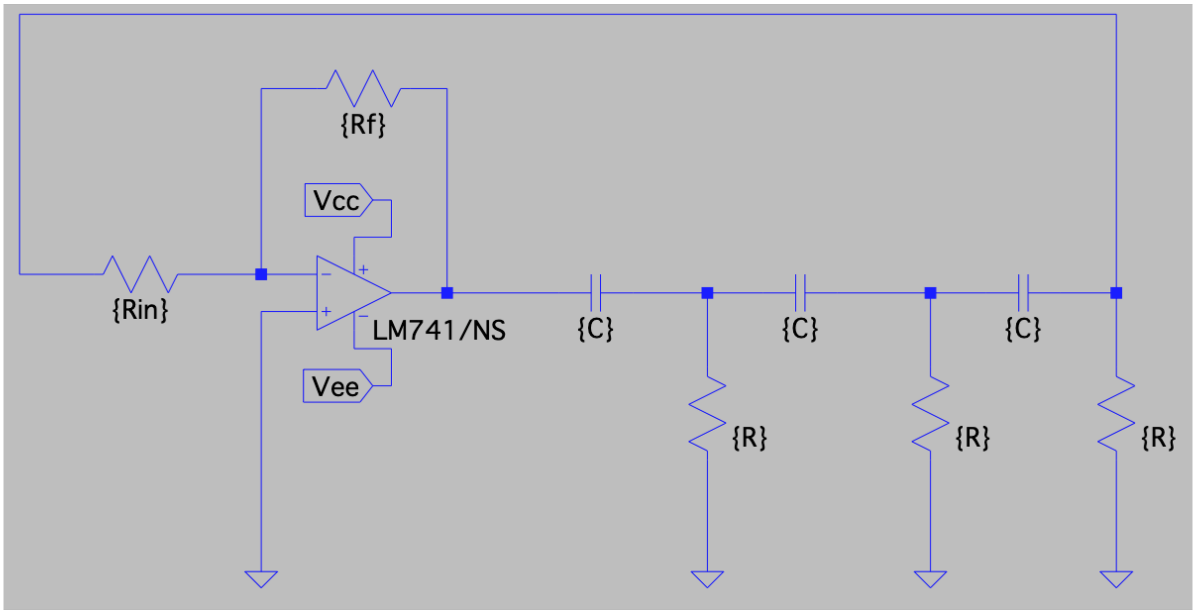
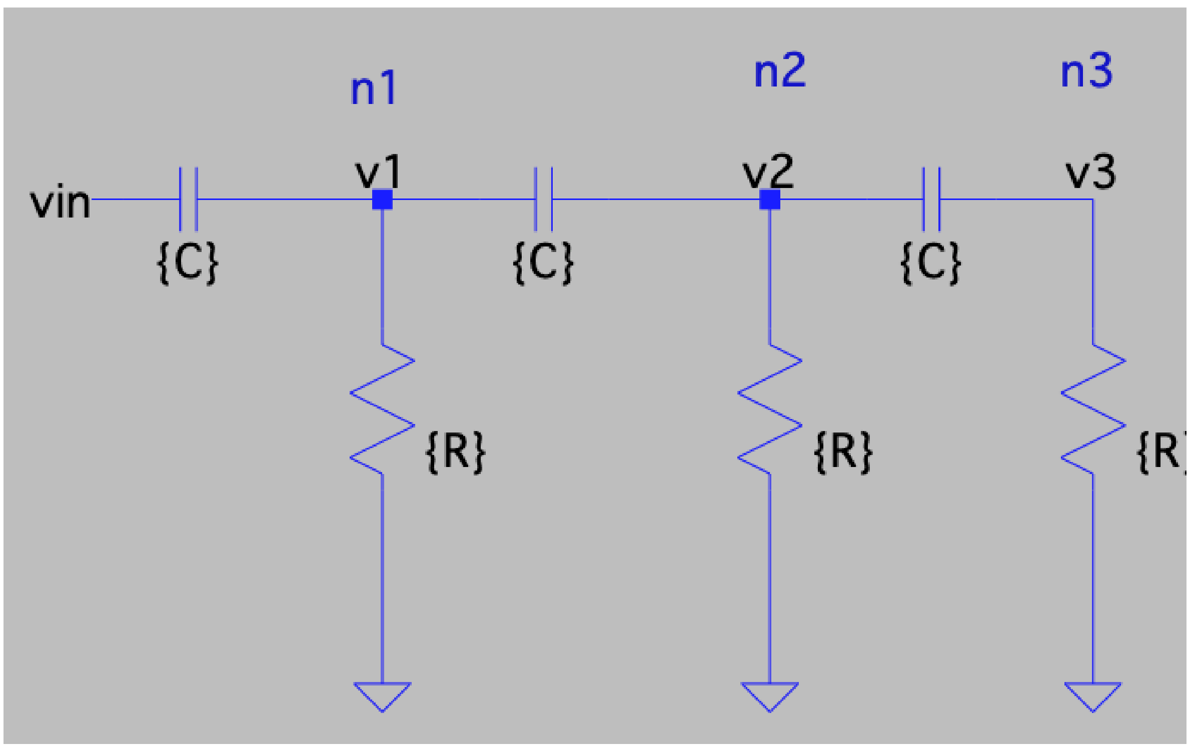
Demonstração da frequencia:

```
clear; clc; clearvars;
syms vin v1 v2 v3 s c r n1 n2 n3 w H f positive
```





Definindo os nos

```
n1 = (v1 - vin)/(1/(s*c)) + v1/r + (v1-v2)/(1/(s*c)) == 0
```

n1 =

$$\frac{v_1}{r} + c\,s\,(v_1 - v_2) + c\,s\,(v_1 - \mathrm{vin}) = 0$$

```
n2 = (v2 - v1)/(1/(s*c)) + v2/r + (v2-v3)/(1/(s*c)) == 0
```

n2 =

$$\frac{v_2}{r} - c\,s\,(v_1 - v_2) + c\,s\,(v_2 - v_3) = 0$$

```
n3 = (v3-v2)/(1/(s*c)) + v3/r == 0
```

n3 =

$$\frac{v_3}{r} - c\,s\,(v_2 - v_3) = 0$$

Isolando v2 a partir do no 3

```
v2 = solve(n3, v2)
```

v2 =

$$\frac{\frac{v_3}{r} + c\,s\,v_3}{c\,s}$$

Substituindo v2 no no 2

```
n2 = subs(n2)
```

n2 =

$$\frac{\frac{v_3}{r} + c\,s\,v_3}{c\,r\,s} - c\,s\left(v_3 - \frac{\frac{v_3}{r} + c\,s\,v_3}{c\,s}\right) - c\,s\left(v_1 - \frac{\frac{v_3}{r} + c\,s\,v_3}{c\,s}\right) = 0$$

Substituindo v2 no no 1

```
n1 = subs(n1)
```

n1 =

$$\frac{v_1}{r} + c\,s\left(v_1 - \frac{\frac{v_3}{r} + c\,s\,v_3}{c\,s}\right) + c\,s\,(v_1 - \mathrm{vin}) = 0$$

Isolando v1 no no 2

```
v1 = solve(n2, v1)
```

v1 =

$$\frac{v_3\, c^2\, r^2\, s^2 + 3\, v_3\, c\, r\, s + v_3}{c^2\, r^2\, s^2}$$

Aplicando v1 no no 1

```
n1 = subs(n1)
```

n1 =

$$\frac{v_3\, c^2\, r^2\, s^2 + 3\, v_3\, c\, r\, s + v_3}{c^2\, r^3\, s^2} - c\, s\ (\mathrm{vin} - \sigma_1) - c\, s \left(\frac{\frac{v_3}{r} + c\, s\, v_3}{c\, s} - \sigma_1 \right) = 0$$

where

$$\sigma_1 = \frac{v_3\, c^2\, r^2\, s^2 + 3\, v_3\, c\, r\, s + v_3}{c^2\, r^2\, s^2}$$

Isolando vin

```
vin = solve(n1, vin)
```

vin =

$$\frac{v_3\, c^3\, r^3\, s^3 + 6\, v_3\, c^2\, r^2\, s^2 + 5\, v_3\, c\, r\, s + v_3}{c^3\, r^3\, s^3}$$

```
  H = simplify(v3/vin)
```

H =

$$\frac{c^3\, r^3\, s^3}{c^3\, r^3\, s^3 + 6\, c^2\, r^2\, s^2 + 5\, c\, r\, s + 1}$$

Fazendo s=jw

```
s = 1i*w;
H = subs(H)
```

H =

$$-\frac{c^3\, r^3\, w^3\, \mathrm{i}}{-c^3\, r^3\, w^3\, \mathrm{i} - 6\, c^2\, r^2\, w^2 + 5\, c\, r\, w\, \mathrm{i} + 1}$$

Como o objetivo ao final 'e defasar 360 graus e 180 por definicao serao defasados pelo ampop, resta encontrarmos uma forma de fazer isso com essa funcao de transferencia. Caso igualamos a parte real do denominador a zero, a funcao de trasnferencia ter'a o angulo desejado de 180 graus.

Para tanto precisamos separar o denominador do numerador de H

```
[numH, denH] = numden(H);
```

Feito isso, substituimos os termos do denominador que sao imaginarios por zero

```
denHreal = subs(denH, 1i, 0);
```

Para atualizar a definicao de H com essa consideracao removemos o termo real do denominador pois este agora vale zero

```
denH = denH - denHreal;
```

Agora, atualizamos H temos

```
H = numH/denH
```

H =

$$-\frac{c^3\, r^3\, w^3\, \mathrm{i}}{5\, c\, r\, w\, \mathrm{i} - c^3\, r^3\, w^3\, \mathrm{i}}$$

Igualando o termo real a zero temos

```
denHreal = denHreal == 0
```

denHreal = $6\, c^2\, r^2\, w^2 - 1 = 0$

Extraindo w da igualdade passamos a ter:

```
w = solve(denHreal, w);
w = simplify(w)
```

w =

$$\frac{\sqrt{6}}{6\, c\, r}$$

Como w pode ser escrito em funcao da frequencia f em Hertz, 'e interessante tamb'em definirmos a frequencia dessa forma. Entao:

```
f = w/(2*pi)
```

f =

$$\frac{\sqrt{6}}{12\, c\, r\, \pi}$$

Tendo em vista que o simplificamento feito pelo programa nao mostra a frequencia na forma mais simplificada, uma simplificacao manual desse resultado tanto para f quanto para w daria

$f = \dfrac{1}{2\,\pi\,\sqrt{6}\;c\,r}$ e tambem $w = \dfrac{1}{\sqrt{6}\;c\,r}$

Agora, para demonstrar o ganho substituimos a frequencia encontrada na equacao. Dessa forma:

```
A = subs(H)
```

```
A =
```

$$-\frac{1}{29}$$