

垂直泊车轨迹规划

我们主要对垂直泊车轨迹规划的代码进行了复现，该方式的代码主要采用圆弧-直线方式编写。

本说明内容主要包括：

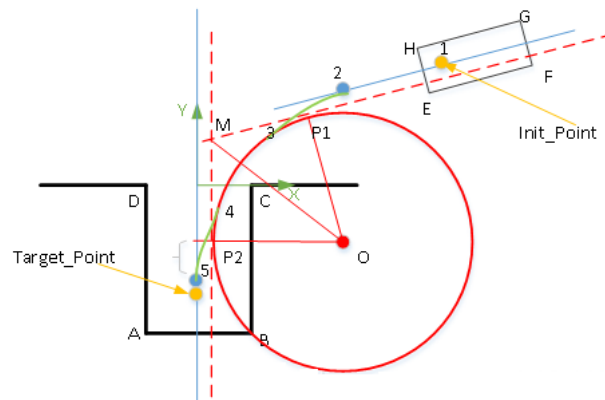
- 对实现相关原理进行简单说明
- 对代码主要内容进行展示
- 展示轨迹规划结果

一、关于垂直泊车规划的原理

1.1 概念建构

首先我们先对垂直泊车的概念做一个大致的了解：

垂直泊车即车辆由一定位置，通过横向运动和纵向运动，使得车辆由初始位置，最终垂直停到车位内。车辆检测完车位后，并停车结束后，需要对车辆进行轨迹规划。轨迹规划的目的是为了给出最佳的泊车入位路线，兼顾泊车时间小、泊车效率高、安全性高、舒适性好、轮胎磨损小等性能。根据规划轨迹，控制系统控制转向系统、制动系统和驱动系统沿着规划轨迹准确进入车位，同时避开障碍物。下图为一例垂直泊车时的轨迹。



如图所示，泊车过程中曲线包括三种，直线、过渡曲线（渐变曲率）和圆弧。其中过渡曲线是为了避免原地打方向盘，减少轮胎磨损。通过合理的曲线计算，保证车辆顺利泊车入位。

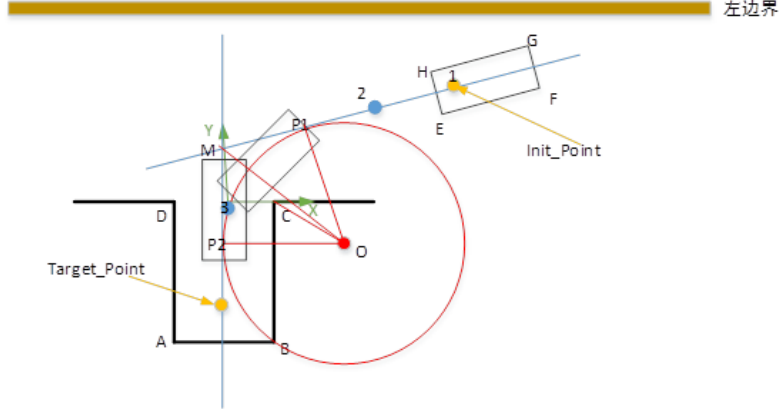
1.2 一次进库计算方法

车辆一次进库，即车辆由起始点位姿 Init_Point 通过一次后退停在库内 Target_Point，中间没有停车换向。如下图所示，车辆先走一段直线，然后进入圆弧段，在车辆航向角与车位平行时直线后退至目标停车位，完成一次泊车入库。

首先澄清关于以多大半径入库的问题，这里限定一次入库的圆弧半径为最小转弯半径，

因为如果以其他半径能入库，那么以最小转弯半径也一定能入库，无非是切点 P1, P2 的位置不同。Target_Point 位置为 $(0, l_r + \text{Margin_Rear} - L)$ ， l_r 为车辆后轴到车尾的距离，Margin_Rear 为安全距离，L 为车库位长度，W 为车库位宽度，b 为后轮距。

根据前面文章提到的回旋线理论，直线与圆弧过渡应提前 $S/2$ 转向，即得到提前打方向盘的位置点 2 和 3。由于以最小半径去打方向盘，偏移的切垂距很小，可以忽略不计，所以得到如下图的泊车轨迹：



整个过程应该满足以下条件：

- (1) 点 2 在起始点 1 后边，即 $X_2 < X_1$ ；
- (2) 点 P2 在目标终点上边，即 $Y_{P2} > Y_{\text{Target_Point}}$ ；
- (3) G 点不碰左边界；
- (4) H 点不碰库边；
- (5) 车辆不碰 C 点；

下面对整个过程关键点计算方法进行详细介绍。

1.3 关键点计算

论证 (1) (2) 条件是否满足，要求出两个切点 P1, P2 的坐标。

已知直线 L1: $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ ；直线 L2: $x = 0$ ，可以求出交点 M 坐标为：

$M(0, -c_1/b_1)$ ，其中 $a_1 = \tan(\text{yaw}_{\text{init}})$ ， $b_1 = -1$ ， $c_1 = y_{\text{init}} - x_{\text{init}} \tan(\text{yaw}_{\text{init}})$

即：

$$M(0, y_{\text{init}} - x_{\text{init}} \tan(\text{yaw}_{\text{init}}))$$

又 $\angle P_1 M P_2 = \pi/2 + \text{yaw}_{\text{init}}$ ，则有

$$\angle O M P_2 = \angle O M P_1 = (\pi/2 + \text{yaw}_{\text{init}})/2$$

$$M P_1 = M P_2 = R_{\min} \cot(\angle O M P_1)$$

$$O M = R_{\min} / \sin(\angle O M P_1)$$

于是可以得到 P_2 的坐标为：

$$P_2(0, M_y - M P_2)$$

P_1 的坐标为：

$$P_1(M P_1 \cos(\text{yaw}_{\text{init}}), M P_1 \sin(\text{yaw}_{\text{init}}))$$

圆心 O 的坐标为：

$$O(R_{min}, P_{2y})$$

根据回旋曲线理论可知，线段 P_1P_2 ，圆弧 $\widehat{P_1P_2}$ 的距离为 $S/2$ ， $S = K\varphi$ 。
 φ 为最小半径对应的方向盘转角，因此，可以得到点 2 的坐标为：

$$2(P_{1x} + S/2\cos(\text{yaw}_{init}), P_{1y} + S/2\sin(\text{yaw}_{init}))$$

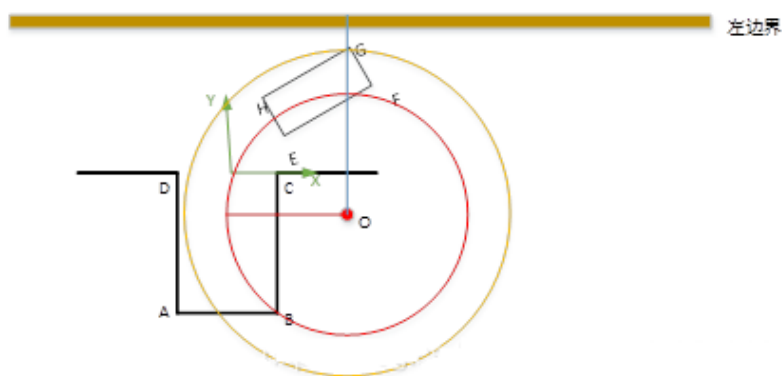
点 3 的坐标可以理解点 P_2 绕圆心 O 旋转了 $S/2/R_{min}$ 角度得到的新坐标，可以方便求出其坐标如下：

$$3_x = O_x + (P_{2x} - O_x) \cdot \cos(S/2/R_{min}) - (P_{2y} - O_y) \cdot \sin(S/2/R_{min})$$

$$3_y = O_y + (P_{2x} - O_x) \cdot \sin(S/2/R_{min}) + (P_{2y} - O_y) \cdot \cos(S/2/R_{min})$$

$$3_{yaw} = \pi/2 - S/2/R_{min}$$

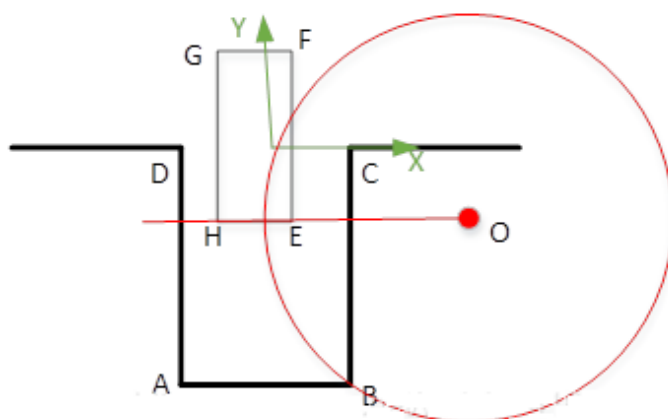
1.3.1 碰撞干涉检查



如图，G 点不碰左边界条件是：

$$R_G + \text{Margin} < y_{init} - O_y$$

1.3.2 H 点不碰库边



如图，H 点不碰左库边的条件是：

$$R_H + \text{Margin} < O_x + W/2$$

The diagram shows a horizontal line with points D, H, C, and B marked from left to right. A vertical line segment AB is drawn at point B. A tilted line segment GH is drawn, intersecting the horizontal line at point H and the vertical segment AB at point E. A circular arc is drawn, tangent to the horizontal line at point C and tangent to the tilted segment GH at point F. The center of the arc is marked with a red dot and labeled O. A line segment connects O to C, and another line segment connects O to F. The word "Margin" is written near the intersection of the horizontal line and the tilted segment.

$$R_{min} - b/2 - Margin > OC = \sqrt{O_y^2 + (O_x^2 - W/2)^2}$$

当车辆不满足一次入库的条件时，车辆需要在进入库内后至少再前后移动一次，才能倒车成功。

我们根据以上原理复现代码，代码主要内容大致如下：

```

%%
clc
clear
close
%%车辆参数
L = 3.95;
W = 1.97;
l = 2.48;
lf = 0.8;
lr = 0.67;
delta_f = 0.524;
omega_f = 0.524;
Rmin = 4.3;
h = 4;
Lp = 7;
Wp = 2.2;

xM1 = 4.5;
yM1 = 0.8;

xM2 = 4.5;
yM2 = 4.5;

xM3 = 9.5;
yM3 = 9.5;

DX32 = xM3-xM2;
DY32 = yM3-yM2;
DY21 = yM2-yM1;
%%首先定义各个变量
k = 1;
ya = [];yb = [];yc = [];yd = [];
xa = [];xb = [];xc = [];xd = [];

yMr = [yMr;y0+(R^2-(xMr(k)-x0)^2)^(1/2)];
phi = [phi;atan(-(xMr(k)-x0)/(yMr(k)-y0))];
d_ym = [d_ym;-(xMr(k)-x0)/(yMr(k)-y0)];
d2_ym = [d2_ym;(-1*(yMr(k)-y0)+d_ym(k)*(xMr(k)-x0))/(yMr(k)-y0)^2];
tho = [tho;d2_ym(k)/((1+d_ym(k)^2)^(3/2))];
delta_fr = [delta_fr;atan(1*(d2_ym(k)/((1+d_ym(k)^2)^(3/2))))];
xa=[xa;xMr(k)-l*r*cos(phi(k))+W/2*sin(phi(k))];
xb=[xb;xMr(k)+(l-lr)*cos(phi(k))+W/2*sin(phi(k))];
xc=[xc;xMr(k)+(l-lr)*cos(phi(k))-W/2*sin(phi(k))];
xd=[xd;xMr(k)-l*r*cos(phi(k))-W/2*sin(phi(k))];
ya=[ya;yMr(k)-l*r*sin(phi(k))-W/2*cos(phi(k))];
yb=[yb;yMr(k)+(l-lr)*sin(phi(k))-W/2*cos(phi(k))];
yc=[yc;yMr(k)+(l-lr)*sin(phi(k))+W/2*cos(phi(k))];
yd=[yd;yMr(k,l)-l*r*sin(phi(k,l))+W/2*cos(phi(k,l))];
k = k+1;
end
omega_fr = [0;diff(d2_ym)/0.01];
%%

figure
box off
set(0,'defaultfigurecolor','w')
hold on

color01 = [1,0.27,0];
color03 = [0,1,1];
color04 = [0.5,1,0];
color05 = [0.5,0.5,0.5];

plot(xa,ya,'color',color01,'linewidth',2)
plot(xb,yb,'b','linewidth',2)
plot(xc,yc,'color',color03,'linewidth',2)

annotation('arrow',[0.13 0.13],[0.06 0.99],'LineWidth',2,'HeadStyle','plain')
annotation('arrow',[0.1 0.95],[0.126 0.126],'LineWidth',2,'HeadStyle','plain',
'HeadLength',18,'HeadWidth',8);

text(9.5,9.5,'{\itM_1}','FontSize',20)
text(4.5,4.5,'{\itM_2}','FontSize',20)
text(4.5,0.8,'{\itM_3}','FontSize',20)
scatter(9.5,9.5,'k','filled')
scatter(4.5,4.5,'k','filled')
scatter(4.5,0.8,'k','filled')

legend({'a trajectory','b trajectory','c trajectory','d trajectory','axes trajectory'},'FontSize',12,'Location','best')

legend('boxoff')

k = 1;
ya = [];yb = [];yc = [];yd = [];
xa = [];xb = [];xc = [];xd = [];
xMr = [];yMr = [];yMr = [];
phi = [];d_ym = [];d2_ym = [];
tho = [];delta_fr = [];tap = [];
for xm = 0:0.01:DY21
    xMr = [xMr;xM1];
    yMr = [yMr;yM1+xm];
    phi = [phi;pi/2];
    d_ym = [d_ym;inf];
    d2_ym = [d2_ym;0];
    tho = [tho;d2_ym(k)/((1+d_ym(k)^2)^(3/2))];
    delta_fr = [delta_fr;atan(1*(d2_ym(k)/((1+d_ym(k)^2)^(3/2))))];

    xa=[xa;xMr(k)-l*r*cos(phi(k))+W/2*sin(phi(k))];
    xb=[xb;xMr(k)+(l-lr)*cos(phi(k))+W/2*sin(phi(k))];
    xc=[xc;xMr(k)+(l-lr)*cos(phi(k))-W/2*sin(phi(k))];
    xd=[xd;xMr(k)-l*r*cos(phi(k))-W/2*sin(phi(k))];
    ya=[ya;yMr(k)-l*r*sin(phi(k))-W/2*cos(phi(k))];
    yb=[yb;yMr(k)+(l-lr)*sin(phi(k))-W/2*cos(phi(k))];
    yc=[yc;yMr(k)+(l-lr)*sin(phi(k))+W/2*cos(phi(k))];
    yd=[yd;yMr(k)-l*r*sin(phi(k))+W/2*cos(phi(k))];
    k = k+1;
end

x0 = 9.5;
y0 = 4.5;
R = 5;
for xm = 0:0.01:DX32
    xMr = [xMr;xM1+xm];
    yMr = [yMr;y0+(R^2-(xMr(k)-x0)^2)^(1/2)];
    phi = [phi;atan(-(xMr(k)-x0)/(yMr(k)-y0))];

    plot(xd,yd,'color',color04,'linewidth',2)
    plot(xMr,yMr,'k','linewidth',2)

    for i = 1:20:length(xMr)
        Car=[xa(i),xb(i),xc(i),xd(i),xa(i);
            ya(i),yb(i),yc(i),yd(i),ya(i)];
        plot(Car(1,:),Car(2,:),'color',[0.75,0.75,0.75],'linewidth',1)
        hold on
    end
    plot(xa,ya,'color',color01,'linewidth',2)
    plot(xb,yb,'b','linewidth',2)
    plot(xc,yc,'color',color03,'linewidth',2)
    plot(xd,yd,'color',color04,'linewidth',2)
    plot(xMr,yMr,'k','linewidth',2)

    Car=[0,3,2,3,2,5,8,5,8,14;
        4,4,0,0,4,4];
    plot(Car(1,:),Car(2,:),'-r','LineWidth',2)

    axis([-1 14 -1 7]);

    set(gca,'LineWidth',2)

    xlabel('X(m)');
    ylabel('Y(m)');

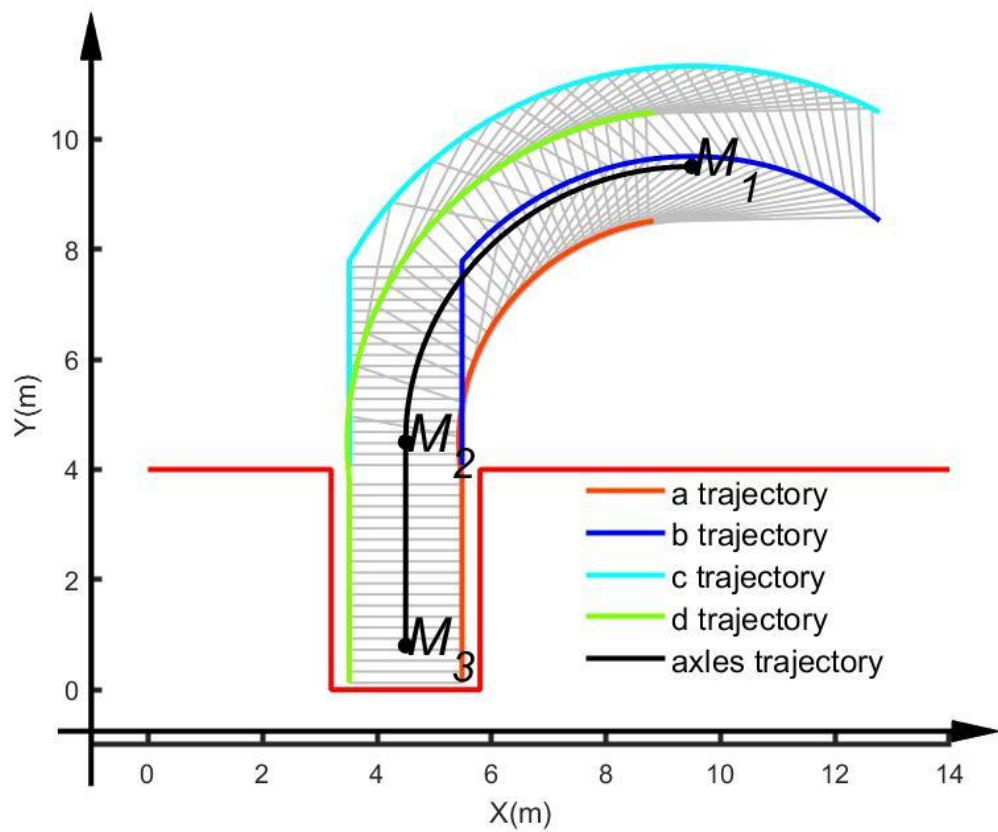
    annotation('arrow',[0.13 0.13],[0.06 0.99],'LineWidth',2,'HeadStyle','plain')
    annotation('arrow',[0.1 0.95],[0.126 0.126],'LineWidth',2,'HeadStyle','plain',
'HeadLength',18,'HeadWidth',8);

    text(9.5,9.5,'{\itM_1}','FontSize',20)
    text(4.5,4.5,'{\itM_2}','FontSize',20)

```

三、运行结果

运行结果如下图：



四、参考网址

- 【1】 2019-07-08, 垂直泊车轨迹规划,
https://blog.csdn.net/weixin_41695638/article/details/95108985
- 【2】 2022-05-15, Automatic-parking-using-matlab
<https://github.com/wangjunhe8127/Automatic-parking-using-matlab>