Lista 1 - Análisis Numérico II

Ciencias Básicas - Universidad del Atlántico

Sistemas de numeración

1. Escriba el número decimal correspondiente a los siguientes números:

   a) $(1101110)_2$
   b) $(100111.101)_2$

2. Escriba en base 2 los siguientes números dados en base 10:

   a) 2324.6
   b) 3475.52

3. El sistema de numeración octal es el sistema en base 8 que usa el conjunto de dígitos $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Cualquier número entero m puede ser escrito en la forma

$$m = \pm(b_r \cdot 8^r + b_{r-1} \cdot 8^{r-1} + \cdots + b_1 \cdot 8^1 + b_0 \cdot 2^0),$$

   donde $b_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ para todo $i = 0, 1, \ldots, r$. Deduzca un algoritmo para obtener la representación octal de un número en base 10.

4. Deduzca un algoritmo para obtener la representación octal de un numero real $x \in (0, 1)$.

5. Usando los algoritmos deducidos en los ejercicios 3 y 4, escriba en base 8 los siguientes números:

   a) 12345
   b) 3050.8

6. Obtenga la representación decimal de los siguientes números:

   a) $(0.4631\overline{4631}\ldots)_8$
   b) $(0.1100\overline{1100}\ldots)_2$

Factorización LU y Cholesky

1. Al aplicarse el método de la descomposición LU a la matriz

$$A = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & 3 & \cdots \\ 4 & -1 & 10 & 8 \\ \cdots & -3 & 12 & 11 \\ 0 & -2 & -5 & 10 \end{pmatrix}$$

   se obtienen las matrices

$$L = \begin{pmatrix} \cdots & 0 & \cdots & \cdots \\ 2 & \cdots & \cdots & \cdots \\ 3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 1 & \cdots \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} \cdots & -1 & \cdots & 5 \\ \cdots & 1 & \cdots & -2 \\ \cdots & 0 & 3 & -4 \\ 0 & \cdots & 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

   Complete los espacios con los tres puntos con valores adecuados.

2. Considere el sistema lineal

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = 3 \end{cases}$$

   a) Resuélvalo usando la descomposición LU.
   b) Calcule el determinante de A usando la descomposición.

3. Demuestre que si A satisface las hipótesis de la descomposición LU, entonces A se descompone de manera única como el producto LDU, donde L y U son matrices triangulares inferior y superior, respectivamente, ambas con 1 en la diagonal, y D es una matriz diagonal. Además, $det(A) = d_{11}d_{22}\cdots d_{nn}$.

4. Demuestre que si A es una matriz simétrica y satisface las hipótesis de la descomposición LU, entonces $A = LDU$ implica $U = L^T$.

5. Demuestre que si A es una matriz definida positiva y satisface las hipótesis de la descomposición LU, entonces $A = LDL^T$, donde los elementos diagonales de D son todos positivos.