Lista 1 - Análisis Numérico II

Ciencias Básicas - Universidad del Atlántico

Factorización LU y Cholesky

1. Al aplicarse el método de la descomposición LU a la matriz

$$A = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & 3 & \cdots \\ 4 & -1 & 10 & 8 \\ \cdots & -3 & 12 & 11 \\ 0 & -2 & -5 & 10 \end{pmatrix}$$

se obtienen las matrices

$$L = \begin{pmatrix} \cdots & 0 & \cdots & \cdots \\ 2 & \cdots & \cdots & \cdots \\ 3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 1 & \cdots \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} \cdots & -1 & \cdots & 5 \\ \cdots & 1 & \cdots & -2 \\ \cdots & 0 & 3 & -4 \\ 0 & \cdots & 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

Complete los espacios con los tres puntos con valores adecuados.

2. Considere el sistema lineal

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = 3 \end{cases}$$

   a) Resuélvalo usando la descomposición LU.

   b) Calcule el determinante de A usando la descomposición.

3. Demuestre que si A satisface las hipótesis de la descomposición LU, entonces A se descompone de manera única como el producto LDU, donde L y U son matrices triangulares inferior y superior, respectivamente, ambas con 1 en la diagonal, y D es una matriz diagonal. Además, $det(A) = d_{11}d_{22}\cdots d_{nn}$.

4. Demuestre que si A es una matriz simétrica y satisface las hipótesis de la descomposición LU, entonces $A = LDU$ implica $U = L^T$.

5. Demuestre que si A es una matriz definida positiva y satisface las hipótesis de la descomposición LU, entonces $A = LDL^T$, donde los elementos diagonales de D son todos positivos.