

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Determinação da Velocidade de Tráfego após Colisão de Automóveis: Influência dos Parâmetros



Relatório de Pesquisa – Iniciação Científica

Discente: Gabriel D. Silva

Docente: Douglas D. Bueno

UNESP

Ilha Solteira – SP

2022

Relatório de Pesquisa

O presente relatório discute uma investigação da dinâmica de colisão unidirecional entre dois veículos automotores. A pesquisa é parte de uma demanda da Polícia Científica do Estado de São Paulo, com foco em verificar a capacidade de se determinar a velocidade de tráfego de veículos a partir de informações que podem ser coletadas por peritos após a colisão. A modelagem emprega uma abordagem Newtoniana, considerando a conservação de momento linear. A velocidade de tráfego é escrita em termos de características dos veículos, da desaceleração em função das forças de frenagem, e das distâncias percorridas. Simulações computacionais são realizadas para calcular a velocidade de tráfego de automóveis após a colisão, considerando a influência de incertezas.

Palavras-chave: velocidade de tráfego, colisão unidirecional, acidentes de trânsito, perícia científica.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Colisão elástica entre dois carros	3
2.2	Diagrama de um veículo em frenagem	6
3.1	Representações gráficas de $w_i \times p_v$ para carros similares	15
3.2	Representação gráfica de $p_v \times p_u$ para carros similares.	16
3.3	Representações gráficas de $w_i \times p_v$ para carros não similares	17
3.4	Representações gráficas de $p_v \times p_u$ para carros não similares	18
3.5	Representações gráficas de $w_i \times E$	19
3.6	Desaceleração de um veículo	20
3.7	Influência dos coeficientes na velocidade de tráfego ($0,6 \pm 10\%$)	21
3.8	Influência dos coeficientes na velocidade de tráfego (valores realistas)	22
3.9	Contribuições das incertezas na velocidade de tráfego	23

LISTA DE TABELAS

2.1	Momentos de inércia de massa para alguns pneus	9
2.2	Coeficientes de atrito para automóveis em diversos tipos de pista	10
2.3	Coeficientes de atrito para pistas em diversos estados	10
2.4	Coeficientes de atrito de rolamento	11
2.5	Coeficientes a e b para a Eq. (2.23)	11
2.6	Coeficiente de atrito do rolamento para diferentes tipos de carros e solo	12
2.7	Coeficiente de resistência aerodinâmica para carros nacionais	13

SUMÁRIO

Lista de Figuras	ii
Lista de Tabelas	iii
1 Introdução	1
2 Metodologia	2
2.1 Velocidade após a colisão	4
2.2 Adimensionalização da velocidade	5
2.3 Desaceleração	6
2.4 Coeficiente de restituição	7
2.5 Velocidade de tráfego	7
2.6 Parâmetros	8
2.6.1 Inércia de translação equivalente à rotativa	8
2.6.2 Coeficiente de atrito do solo	9
2.6.3 Coeficiente de atrito do rolamento	10
2.6.4 Coeficiente de resistência aerodinâmica	12
2.7 Incerteza dos parâmetros	13
3 Resultados e discussões	14
3.1 Carros similares	14
3.2 Carros não similares	16
3.3 Comportamento em relação ao coeficiente de restituição	18
3.4 Desaceleração	20
3.5 Influência dos parâmetros da velocidade de tráfego	20
4 Conclusão	23

1 INTRODUÇÃO

Em 1988, foi promulgado no Brasil o atual Código de Trânsito Brasileiro, tendo como base a Constituição Federal de 1988, ambos ainda em vigor. Segundo [Bacchieri e Barros \(2011\)](#), o número de mortes causados por acidentes de trânsito em 1984 foi de 30.890; já em 2008, com um aumento de 17% da população, o número de mortes foi aumentado em 19%, com um número absoluto de 36.666 mortes, mostrando que o trânsito brasileiro, com o passar do tempo, tem ficado mais perigoso.

Como mostra [Cavalcante et al. \(2015\)](#), considerando os acidentes de trânsito atendidos por serviços pré-hospitalares móveis, 71,9% dos casos foram referentes à colisão. Sendo assim, é notório o que a colisão entre veículos automotores tem grande relevância neste contexto de acidentes de trânsito. Por isso, as equipes de perícia científica desempenham um relevante papel na coleta de informações nos locais de acidentes, especialmente com finalidade de determinação de causas das ocorrências, e responsabilização quando aplicável.

[Brach e Brach \(1987\)](#) apresentam uma revisão das principais formas de abordar este assunto. Os autores sugerem o modelo impulso-momento, permitindo uma análise com menos restrições, e.g., colisões laterais, se comparado ao primeiro modelo. De maneira geral, alguns trabalhos têm sido desenvolvido com foco na análise de colisões ([HIGHT; LENT-KOOP; HIGHT, 1985; ROSENTHAL et al., 1972](#)). Devido ao grande número de acidentes envolvendo veículos automotores, com o objetivo de desenvolvimento de sistemas de proteção automobilística, são feitos estudos sobre colisões através de simulações em sistemas dinâmicos, principalmente usando ferramentas como Simulink (MATLAB) ([DEAC et al., 2018](#)), no entanto, tipicamente não estão focados na determinação na velocidade de tráfego.

Por outro lado, alguns estudos evidenciam a esfera física do problema, envolvendo não só variáveis, mas também modelos que auxiliam na determinação da velocidade de tráfego ([PAWLUS; ROBBERSMYR; KARIMI, 2011; SILVA, 2014; BOROVINŠEK et al., 2007](#)). Para [Gidlewski et al. \(2019\)](#), a reconstrução de um acidente deve ser tratado como um problema de engenharia reversa, utilizando tanto modelos analíticos como dinâmicos. Para isso, uma hipótese assumida é que parte da energia mecânica é dissipada permanentemente na deformação do veículo, enquanto outras formas de energia podem ser ignoradas devido à sua insignificância para o problema como um todo ([HUANG, 2002](#)).

Não é de hoje que os peritos buscam compreender os acidentes automobilísticos. [Camuzzo \(s.d.\)](#) mostrou, através de casos reais, análises dos veículos colididos a fim de entender as causas do

acidente. A análise contou não somente com o auxílio de laudos do corpo técnico, mas também com informações disponíveis (velocidade de tráfego através de um tacógrafo) e análises físicas. Nota-se, porém que este é um caso específico e não generalizado dos acidentes.

Além disso, um parâmetro que desempenha importante papel na reconstrução de acidentes é o coeficiente de restituição. A principal dificuldade em relacioná-lo com os acidentes de trânsito é que ele avalia o quanto de energia foi transferida de um veículo para o outro. Entretanto, sabe-se que uma quantidade desta energia é perdida para o ambiente e, após o acidente, é difícil estimar o quanto desta foi de fato perdida. Cannon (2001) conseguiu obter uma expressão geral para o coeficiente de restituição que possa ser calculada para qualquer tipo de veículo a partir de sua geometria. No entanto, parte-se de tentativas e erros, estimando valores de velocidade final para, finalmente, determinar o coeficiente de restituição mais adequado para a situação.

Apesar das dificuldades, já existem estudos sólidos que ajudam a determinar as causas dos acidentes e auxiliarem os peritos quando se faz necessário. O trabalho de Almeida (2011) analisa desde a fase inicial, passando por todo processo na coleta dos dados até a determinação das velocidades, permitindo criar laudos suficientemente razoáveis para a esfera jurídica.

Por fim, ainda foram criados *softwares* específicos para auxiliarem os peritos criminais, mesmo sem conhecimentos prévios de física ou engenharia, a estimarem as velocidades dos veículos envolvidos numa colisão. Gurgel et al. (2015) fornece um *software* com um banco de dados de alguns parâmetros, e.g., coeficientes de atrito, para serem lidos pelo programa e, através da Mecânica Clássica, fornecer uma estimativa da velocidade de tráfego ao perito.

Nota-se, portanto, que esta é uma área de grande interesse, visto seu escopo social e as influências que este tem na esfera judicial. É necessária uma abordagem mais pragmática para que se possa ter um método simples e preciso para que um perito possa determinar a velocidade de tráfego sem muito conhecimento técnico.

2 METODOLOGIA

Para esclarecer as causas de acidentes, a determinação da velocidade de tráfego dos veículos, nos instantes anteriores da colisão, está entre uma das principais necessidades dos técnicos peritos da polícia científica. No entanto, tal tarefa é limitada pela disponibilidade das informações que se pode obter após um acidente — que, em geral, são distâncias devido marcas no trajeto, posição e características dos veículos, entre outras.

A partir da colisão de dois automóveis, conforme mostra a Fig. 2.1, é feita a análise a seguir (BATISTA, 2006).

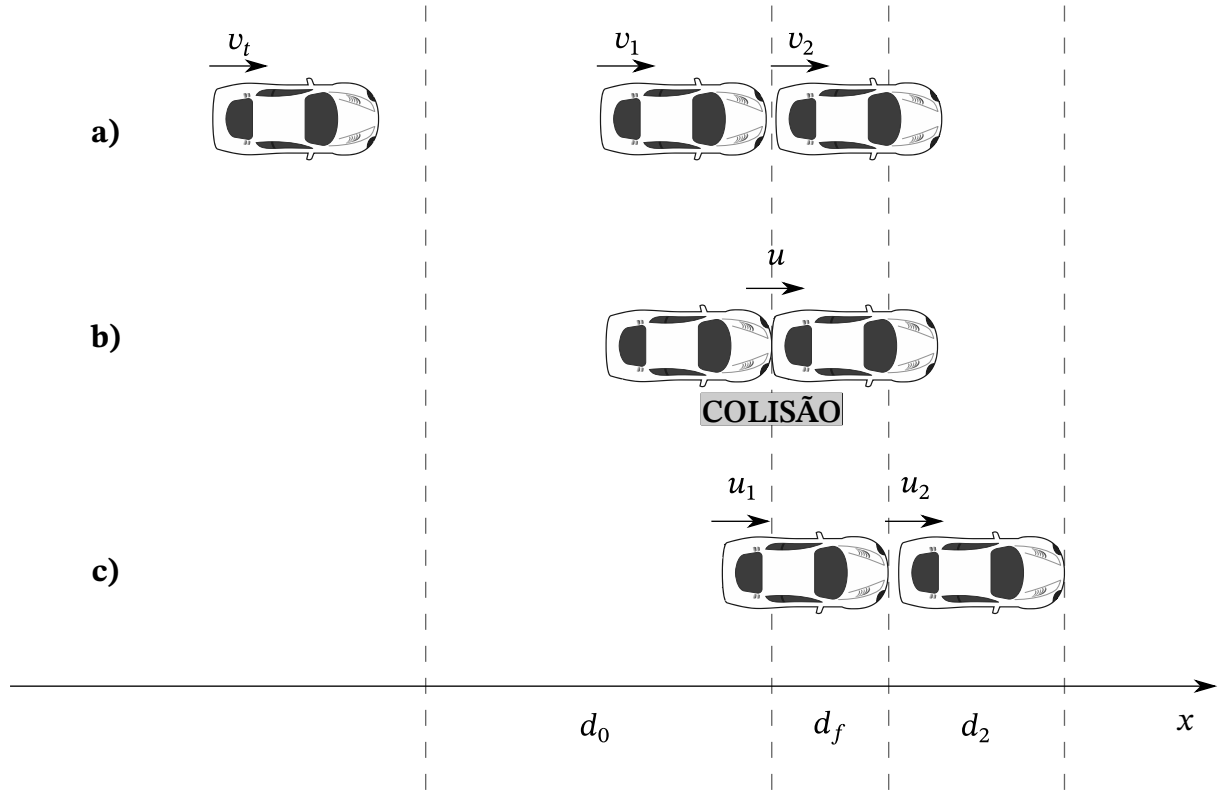


Figura 2.1. Colisão elástica entre dois carros, onde v_t é a velocidade de tráfego; v_1 e v_2 são as velocidades imediatamente antes da colisão para os veículos 1 e 2, respectivamente; u é a velocidade de ambos os veículos enquanto colidem; u_1 e u_2 são as velocidades imediatamente após a colisão dos veículos 1 e 2, respectivamente; d_0 é a distância de frenagem do veículo 1; d_f é a distância que ambos os veículos percorreram enquanto colidiam; e d_2 é a distância percorrida pelo veículo 2 imediatamente após a colisão.

A situação pode ser dividida em três partes:

- a) Pré-colisão: compreende a etapa do movimento dos veículos em velocidade de tráfego (pré-colisão) até a iminência da colisão. Será considerada a Segunda Lei de Newton para um movimento envolvendo a força F_i para o i -ésimo automóvel ($i = 1, 2$), ou seja:

$$F_i = (-1)^i m_i \frac{d(v_i)}{dt} \quad (2.1)$$

onde m_i é a massa do veículo.

- b) Parte 2 (colisão): os dois veículos serão considerados como um único corpo, conservando as massas, e portanto com mesma velocidade u . Será empregado o Teorema do Impulso-Momento, que permite escrever o impulso J em termos dos momentos lineares inicial e final,

respectivamente dados por P_0 e P (NUSSENZVEIG, 2013);

$$J = \int_{t_0}^t F dt = P - P_0 \quad (2.2)$$

c) Parte 3 (pós-colisão): será considerado que os veículos permanecem em desaceleração até o repouso.

Dessa forma, é possível fazer uma análise tanto dinâmica como cinemática do movimento, podendo, assim, obter diferentes equações que descrevem a situação. A partir destas, e explorando os temas expostos até aqui, existe a possibilidade de serem determinadas diversas variáveis a respeito da colisão.

2.1 Velocidade após a colisão

Dada a situação da Fig. 2.1, assume-se que v_1 e v_2 são as velocidades iniciais do carro, antes da colisão; u é a velocidade de ambos os carros durante a colisão, considerados como um único corpo; e u_1 e u_2 as velocidades finais do carro, após a colisão.

Sendo assim, é feita uma análise mais minuciosa em relação à parte da colisão, a qual pode ser dividida em duas partes: compressão e restituição. Na fase de compressão, existe uma força F que o carro de trás faz no carro da frente e, pela terceira lei de Newton, o carro da frente também faz uma força no carro de trás com o mesmo módulo, porém sentido contrário. Esta fase termina quando ambos os carros adquirem a mesma velocidade u . Desta forma, a partir da Eq. (2.2), como mostrado por Batista (2006), obtém-se a seguinte relação para as velocidades finais de cada veículo:

$$u_1 = v_1 - \frac{m_2(1+e)}{m_1+m_2}(v_1 - v_2) \quad (2.3)$$

$$u_2 = v_2 + \frac{m_1(1+e)}{m_1+m_2}(v_1 - v_2) \quad (2.4)$$

onde e é o coeficiente de restituição e é dado por:

$$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2} \quad (2.5)$$

2.2 Adimensionalização da velocidade

Considerando $p_v = v_2/v_1$ a razão entre as velocidades de cada veículo, $p_m = m_2/m_1$ a razão de massa entre eles, as Eqs. (2.3) e (2.4) tornam-se:

$$u_1 = v_1 \left[\frac{1 + p_m p_v}{1 + p_m} - e \frac{p_m}{1 + p_m} (1 - p_v) \right] \quad (2.6)$$

$$u_2 = v_1 \left[\frac{1 + p_m p_v}{1 + p_m} + e \frac{1}{1 + p_m} (1 - p_v) \right] \quad (2.7)$$

Note que o fator dentro dos colchetes é adimensional, portanto a velocidade final de cada veículo depende apenas da velocidade inicial de um dos carros, e de uma constante que multiplica esta velocidade. De forma geral $u_1 = v_1 \lambda_1$ e $u_2 = v_1 \lambda_2$. Dividindo as Eqs. (2.3) e (2.4) por v_1 e v_2 , respectivamente, obtém-se:

$$w_1 = 1 - p_m \left(\frac{1 - p_v}{1 + p_m} \right) E \quad (2.8)$$

$$w_2 = 1 + \frac{1}{p_v} \left(\frac{1 - p_v}{1 + p_m} \right) E \quad (2.9)$$

onde $w_1 = w_1(E)$; $w_2 = w_2(E)$; e $E = 1 + e$.

Nota-se, então, que as funções obtidas são do tipo afim, seguindo a lei de formação $y = b + ax$. Desta forma, a interpretação física implica que w_i representa a velocidade por velocidade inicial de cada veículo. Na Fig. 3.5 foram plotados gráficos representando as funções obtidas.

A seguir, rearranjando as Eqs. (2.8) e (2.9), mas tomando p_v como variável independente, obtém-se:

$$w_1 = 1 - \left(p_m \frac{1 + e}{1 + p_m} \right) (1 - p_v) \quad (2.10)$$

$$w_2 = 1 + \left(\frac{1 + e}{1 + p_m} \right) \left(\frac{1 - p_v}{p_v} \right) \quad (2.11)$$

onde $w_1 = w_1(p_v)$ e $w_2 = w_2(p_v)$.

No início desta seção, foi definido p_v sendo a razão entre as velocidades iniciais dos veículos colididos. Define-se agora p_u como sendo a razão entre as velocidades finais dos carros colididos e será definido a partir da razão entre (2.6) e (2.7). Ou também: $p_u = u_2/u_1$.

Esta nova razão permitirá a verificação do comportamento das velocidades antes e depois da

colisão.

$$p_u = \frac{1 + p_m p_v + e(1 - p_v)}{1 + p_m p_v - e p_m (1 - p_v)} \quad (2.12)$$

2.3 Desaceleração

Adota-se um diagrama de corpo livre para a análise dinâmica de um veículo, como mostra a Fig. 2.2, para assim poder determinar a desaceleração do veículo.

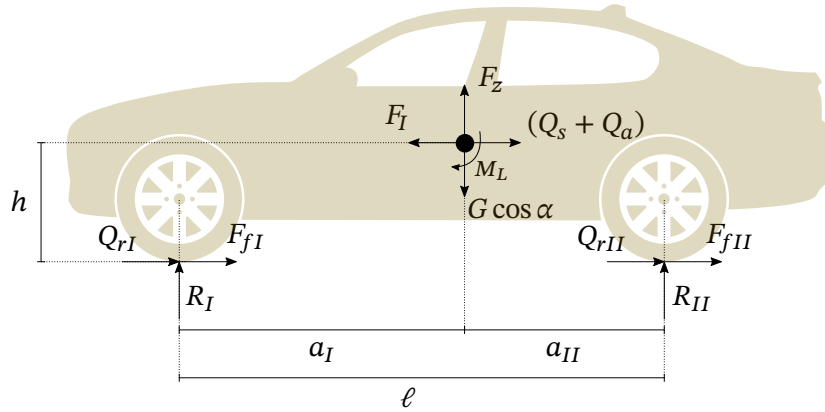


Figura 2.2. Diagrama de um veículo em frenagem, onde h é a distância vertical entre o solo e o centro de massa; Q_r é a resistência ao rolamento; F_f é a força de frenagem; R é a força de reação do solo; a é a distância horizontal entre o centro do pneu e o centro de massa; ℓ é a distância entre eixos; F_I é a força de inércia; F_z é a força de sustentação, G é o peso do veículo; Q_s é a resistência ao atrie; Q_a é a resistência aerodinâmica; e M_L é o momento devido a resistência aerodinâmica e a força de sustentação.

A depender do tipo de frenagem do veículo, i.e., se ela é nas quatro rodas, traseira ou dianteira, a desaceleração varia, pois as forças agem de forma diferente para cada uma destas situações. Segundo [Leal, Rosa e Nicolazzi \(2012\)](#), a desaceleração para frenagem nas quatro rodas, traseira e dianteira são, respectivamente:

$$a = \frac{g}{1 + \delta} [(\mu + f) \cos \alpha + \sin \alpha + C_x qA/G] \quad (2.13)$$

$$a = \frac{g}{1 + \delta} \left[\ell \left(\frac{\mu x + f}{\ell + \mu h} \right) \cos \alpha + \sin \alpha + C_x qA/G \right] \quad (2.14)$$

$$a = \frac{g}{1 + \delta} \left[\mu \left(\frac{(1 - x) + f(h/\ell)}{1 - \mu(h/\ell)} \right) \cos \alpha + \sin \alpha + f \cos \alpha + C_x qA/G \right] \quad (2.15)$$

Desprezando a resistência aerodinâmica ($C_x qA/G = 0$) e a resistência de inércia rotativa ($\delta = 0$), um veículo se deslocando numa superfície plana ($\alpha = 0$) e tendo frenagem nas quatro rodas, a Eq. (2.13) simplifica-se em:

$$a = g(\mu + f) \quad (2.16)$$

2.4 Coeficiente de restituição

Sendo ΔE a energia cinética perdida do sistemas durante o impacto e ΔE_m a energia cinética máxima perdida, [Batista \(2006\)](#) mostrou que o coeficiente de restituição mútuo (do sistema) pode ser expresso como:

$$e = \sqrt{\frac{m_1 e_1^2 v_{T1}^2 + m_2 e_2^2 v_{T2}^2}{m_1 v_{T1} + m_2 v_{T2}}} \quad (2.17)$$

onde m_i é a massa do veículo; e_i é o coeficiente de restituição do veículo em testes de impacto; e v_{T_i} é a velocidade do veículo no teste de impacto.

2.5 Velocidade de tráfego

A partir das expressões que determinam as acelerações, Eqs. (2.15), (2.14) e (2.13), é possível reescrever (2.6) e (2.7) para cada caso.

Considerando o movimento dos veículos como um movimento retilíneo uniformemente variado, é adequado adotar a equação de Torricelli para descrever a velocidade de tráfego dos veículos envolvidos no acidente. Assim, a velocidade de tráfego pode ser escrita como:

$$v_t^2 = v_i^2 - 2ad_0 \quad (2.18)$$

onde v_i é a velocidade na iminência da colisão; v_t é a velocidade de tráfego (antes da frenagem); e d_0 é a distância percorrida, com a frenagem acionada, antes da colisão.

Considerando os diferentes tipos de desaceleração, a velocidade de tráfego para frenagem nas quatro rodas, traseira e dianteira são, respectivamente:

$$v_t^2 = v_i^2 + 2 \left\{ \frac{g}{1 + \delta} [(\mu + f) \cos \alpha + \sin \alpha + C_x qA/G] \right\} d_0 \quad (2.19)$$

$$v_t^2 = v_i^2 + 2 \left\{ \frac{g}{1 + \delta} \left[\ell \left(\frac{\mu x + f}{\ell + \mu h} \right) \cos \alpha + \sin \alpha + C_x qA/G \right] \right\} d_0 \quad (2.20)$$

$$v_t^2 = v_i^2 + 2 \left\{ \frac{g}{1 + \delta} \left[\mu \left(\frac{(1 - x) + f(h/\ell)}{1 - \mu(h/\ell)} \right) \cos \alpha + \sin \alpha + f \cos \alpha + C_x qA/G \right] \right\} d_0 \quad (2.21)$$

A velocidade na iminência da colisão (v_i) é a principal incógnita, pois pode-se determinar ou não a culpabilidade de algum dos motoristas envolvidos no acidente, e a mais complicada de ser determinada, visto que ela antecede a colisão. Então, mesmo após o acidente e com os parâmetros coletados, não é possível determiná-la com trivialidade.

A partir do estado final de ambos os veículos, comparando-os com os veículos usados em testes

de impacto, é possível estimar a energia perdida, a velocidade de impacto e também o coeficiente de restituição do sistema, como mostra a Eq. (2.17). Isto possibilita determinar a velocidade na iminência da colisão de ambos os veículos através da Eq. (2.5) e, conseqüentemente, suas velocidades de tráfegos.

Por se tratar de um caso de engenharia reversa, o método mais adequado para se determinar a velocidade de tráfego é através da conservação da energia mecânica (RAO; NARAYANAMURTHY; SIMHA, 2016). A dificuldade, porém, reside na perda desta energia para o meio ambiente.

Vale ressaltar que a determinação da velocidade de tráfego para ambos os veículos é dada pela mesma equação, diferenciando-se apenas na distância percorrida entre cada um, sendo d_0 a distância percorrida pelo primeiro veículo e d_2 a distância percorrida pelo segundo veículo, compreendendo, através da mesma análise a parte da pós colisão.

2.6 Parâmetros

Como vista nas Eqs. (2.19), (2.20) e (2.21), a velocidade de tráfego é formada por diversos parâmetros. Torna-se, portanto, necessário verificar como estes podem ser calculados. Enquanto alguns podem ser determinados através de tabelas, outros devem ser calculados a partir de equações.

2.6.1 *Inércia de translação equivalente à rotativa*

A inércia de translação equivalente à rotativa é um parâmetro que representa o acréscimo da massa do veículo devido a necessidade de acelerar as inércias rotativas. As inércias rotativas são todas aquelas relativas às próprias rodas/pneus e agregados, à transmissão, e ao motor; pode ser expresso como: $\delta = J/mr_d^2$.

Desprezando o momento de inércia dos componentes da transmissão e do motor, tem-se na Tabela 2.1 alguns valores para o momento de inércia de alguns pneus.

Pneu	J (kg m ²)
6.00 – 12	1,00
6.00S – 13	1,33
6.40 – 13	1,64
155SR – 13	1,76
165S – 13	1,55
165SR – 13	1,33
7.00 – 14	2,23
165S – 14	1,52
165SR – 14	1,55
175S – 14	2,35
175HR – 14	1,97
185H – 14	3,12
DR70HR – 14	2,30
5.60 – 15	1,63
6.00 – 15L	1,81
185/70VR – 15	2,03

Tabela 2.1. Momentos de inércia de massa para alguns pneus. Fonte: [Leal, Rosa e Nicolazzi \(2012\)](#).

2.6.2 Coeficiente de atrito do solo

A transmissão de forças entre o pneu do automóvel com a pista, responsáveis tanto pela aceleração quanto pela frenagem do veículo, depende do atrito (aderência) entre o próprio pneu e o solo.

A aderência ocorre devido não só devido à adesão do material do pneu com o solo, que promove sua deformação em contato com as irregularidades do solo, fazendo com que o pneu e o solo se interpenetrem, mas também a um encaixe do material do pneu com o piso. Dessa forma, é possível perceber que o estado que o pneu se encontra, se desgastado ou no início da vida útil, tem relevância na aderência.

O coeficiente de atrito do solo é um parâmetro que determina o quão resistente o solo é para o veículo. Quanto mais liso for o piso, mais próximo de 0 é o valor do coeficiente, quanto mais rugoso for o piso, mais próximo de 1 é o valor do coeficiente.

A Tabela 2.2 mostra um valor médio para valores do coeficiente do atrito do solo para diferentes tipos de solo.

Tipo de solo	μ
Asfalto	0,78
Pedra britada	0,58
Terra seca	0,60
Terra úmida	0,55
Areia	0,25
Neve	0,33

Tabela 2.2. Coeficientes de atrito para automóveis em diversos tipos de pista. Fonte: adaptado de [Leal, Rosa e Nicolazzi \(2012\)](#).

A Tabela 2.2 mostra valores médios pois para cada tipo de solo, pode-se ter diferentes tipos de estado, fazendo com que μ varie para um mesmo tipo de solo. A Tabela 2.3 mostra alguns valores do coeficiente de atrito do solo para diferentes estados de piso.

Tipo de solo/Estado do solo	Seco	Molhado	Contaminado	Congelado
Cimento	0,85	0,75	0,50	0,11
Asfalto	0,85	0,60	0,30	0,10
Paralelepípedo	0,70	0,65	0,35	0,08
Calçamento de pedras irregulares	0,80	0,55	0,30	0,08

Tabela 2.3. Coeficientes de atrito para pistas em diversos estados. Fonte: [Leal, Rosa e Nicolazzi \(2012\)](#).

2.6.3 Coeficiente de atrito do rolamento

Segundo [Reimpell, Stoll e Betzler \(2001\)](#), a resistência ao rolamento é o resultado da perda de energia do pneu. Esta perda está relacionada principalmente com o próprio pneu e a pista onde o veículo trafega.

Em relação às perdas do pneu, ao considerar um solo perfeitamente rígido, todas as perdas acontecem no pneu. Sendo assim, como o pneu não é perfeitamente elástico, devido à deformação do pneu na zona de contato, ocorre um atrito interno. Esta deformação faz com que as lonas da carcaça movam-se entre si e este movimento solicita, por cisalhamento, a borracha que separa as lonas, consumindo energia ([LEAL; ROSA; NICOLAZZI, 2012](#)). Também é deformada a banda de rodagem, ficando sujeita a solicitações mecânicas, o que aumenta o consumo de energia.

O coeficiente de atrito ao rolamento é dado por $Q_r = f G_R$, onde Q_r é a resistência ao rolamento, f é o coeficiente de resistência ao rolamento, e G_R é a força normal da roda sobre o solo.

Segundo [Gillespie \(1992\)](#), há diversas formas de se determinar o coeficiente de resistência do

rolamento, uma delas é através da seguinte relação:

$$f = C \frac{W_r}{D} \sqrt{\frac{h_t}{w}} \quad (2.22)$$

onde C é uma constante sobre as características materiais do pneu; W_r é o peso da roda; D é o diâmetro externo do pneu; h_t é a altura da secção do pneu; e w é a largura da secção do pneu.

Além disso, através de experimentos, sabe-se que o coeficiente de resistência ao rolamento depende da velocidade, pressão de enchimento, carga radial, tipo de pneu e de solo, temperatura, etc. Na Tabela 2.4 são fornecido alguns valores para f .

Tipo de solo	f
Asfalto liso	0,010
Asfalto rugoso	0,011
Cimento rugoso	0,014
Paralelepípedo	0,020
Pedras irregulares	0,032
Pedra britada compacta	0,045
Pedra britada solta	0,080
Terra batida	0,060
Areia solta	0,200
Gramma	0,072
Barro	0,250
Neve profunda	0,187

Tabela 2.4. Coeficientes de atrito de rolamento. Fonte: adaptado de [Leal, Rosa e Nicolazzi \(2012\)](#).

É possível notar que quanto mais rígido o solo, menor é o coeficiente de atrito ao rolamento.

Através de dados experimentais, nota-se que o coeficiente de atrito do rolamento é diretamente proporcional à velocidade. Para pneus em condições normais de uso, o coeficiente de resistência ao rolamento pode ser expresso, considerando a velocidade, por

$$f = a + b \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (2.23)$$

onde as constantes a e b são dadas na Tabela 2.5.

—	a	b
Pneus normais	0,0150	0,0520
Pneus de alta histeres	0,0258	0,0520

Tabela 2.5. Coeficientes a e b para a Eq. (2.23). Fonte: [Leal, Rosa e Nicolazzi \(2012\)](#).

A depender do tipo do veículo e o tipo de solo, pode-se usar os seguintes valores para f :

Tipo de veículo/Superfície	Concreto	Meio dura	Areia
Carros de passeio	0,015	0,08	0,30
Caminhões pesados	0,012	0,06	0,25
Tratores	0,020	0,04	0,20

Tabela 2.6. Coeficiente de atrito do rolamento para diferentes tipos de carros e solo. Fonte: [Gillespie \(1992\)](#).

2.6.4 Coeficiente de resistência aerodinâmica

Como mostrou [Leal, Rosa e Nicolazzi \(2012\)](#), o coeficiente de resistência aerodinâmica C_x mostra o quão o veículo é resistente ao ar de tal forma que quanto maior for o valor de C_x , mais resistente será, quanto menor o seu valor, menos resistente será. Este coeficiente abrange não só a influência da forma e do acabamento superficial, mas também do fluxo necessário para a refrigeração do motor e a ventilação no interior do veículo.

Apesar do coeficiente aerodinâmico ser independente da área da seção transversal do corpo que se desloca no fluido, a área deve permanecer o menor possível, uma vez o seu produto com o coeficiente de resistência aerodinâmica resulta uma “área efetiva” quanto à resistência aerodinâmica do corpo.

A determinação deste pode ser feita de forma experimental através de túneis de ventos, podendo ser realizada tanto nos veículos propriamente ditos, como também em escala reduzida, ou também em testes de pista.

Quando feita em escala reduzida, é necessário considerar o ar de refrigeração e ventilação; as rodas do modelo não giram, então é necessário levar em conta algum erro para o modelo real; para maior precisão, é necessário o maior número de detalhes mecanicamente semelhantes com o carro real (palhetas do limpador do para-brisas, maçanetas, calhas de chuva). A fim das medidas feitas em modelos possam ser transportadas para um caso real, é preciso que haja similaridade mecânica entre os fluxos real e do túnel de vento. Esta similaridade é garantida pelo número de Reynolds ([CENGEL; CIMBALA, 2015](#)):

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (2.24)$$

onde ρ é a densidade do fluido, V é a velocidade do fluido, L é o comprimento característico, e μ é a viscosidade do fluido.

Em escalas da ordem 1:10, as velocidades exigidas para manter a similaridade mecânica são muito altas, sendo muitas vezes superior a do som, traduzindo-se em resultados errôneos, não

correspondendo ao caso real.

A Tabela 2.7 mostra o coeficiente C_x para alguns veículos nacionais.

Carro	C_x
FIAT 147	0,50
Uno	0,35
Corcel II	0,44
Del Rey	0,44
Escort	0,39
Pampa	0,44
Monza Hatch	0,34
Fusca	0,48
Gol	0,42
Gol GT	0,41
Voyage	0,43
Parati	0,41
Passat	0,46
Santana	0,39
Quantum	0,38
Kadett	0,32
Audi A3	0,31
Golf	0,31

Tabela 2.7. Coeficiente de resistência aerodinâmica para carros nacionais. Fonte: [Leal, Rosa e Nicolazzi \(2012\)](#).

2.7 Incerteza dos parâmetros

Tomando como referência a Eq. (2.19), adicionando-se as incertezas para cada um dos coeficientes:

$$v_t^2 = v_i^2 + 2 \left(\frac{g}{1 + \delta(1 \pm \Delta\delta)} \left\{ \left[\mu(1 \pm \Delta\mu) + f(1 \pm \Delta f) \right] \cos \alpha + \sin \alpha + C_x(1 \pm \Delta C_x) q A / G \right\} \right) d_0 \quad (2.25)$$

Dessa forma, pode-se rearranjar a Eq. (2.25) da seguinte maneira:

$$v_t^2 = v_i^2 + 2(T_1 + T_2 - T_3)d_0 \quad (2.26)$$

onde T_1 é a própria desaceleração; T_2 é exclusivamente a incerteza dos parâmetros; e T_3 é o termo combinado, que abrange tanto termos da própria aceleração como termos da incerteza. Fazendo as

devidas manipulações, chega-se em:

$$T_1 = \frac{g}{1+\delta} [(\mu + f) \cos \alpha + \sin \alpha + C_x qA/G] \quad (2.27)$$

$$T_2 = \frac{g}{1+\delta} (\pm \Delta\mu \pm \Delta f) \cos \alpha + \pm \Delta C_x \quad (2.28)$$

$$T_3 = \frac{g\Delta\delta}{(1+\delta)(1+\delta \pm \Delta\delta)} [(\mu \pm \Delta\mu + f \pm \Delta f) \cos \alpha + \sin \alpha + C_x qA/G \pm \Delta C_x] \quad (2.29)$$

Como será visto na Seção 3.5, os coeficientes δ , f e C_x pouco influenciam a velocidade de tráfego, portanto suas incertezas também pode ser desprezadas. Logo, a (2.26) pode ser simplificada em:

$$v_t^2 = v_i^2 + 2 \left\{ \frac{g}{1+\delta} [(\mu + f) \cos \alpha + \sin \alpha + C_x qA/G] + \frac{g}{1+\delta} (\Delta\mu \cos \alpha) \right\} d_0 \quad (2.30)$$

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da metodologia, é útil que se visualize o comportamento dos diversos cenários que um acidente de trânsito pode ter. Além disso, verificar o comportamento da velocidade de tráfego e a desaceleração do veículo se faz necessário, visto que pode-se prever ou estimar dados a partir de comportamentos dos gráficos.

3.1 Carros similares

Aqui, carros similares são considerados $0,9 < p_m < 1,1$. Isto significa que são carros de modelos equivalentes, com pouca variação de massa entre os carros colididos. A partir das Eqs. (2.10) e (2.11), é possível plotar gráficos a fim de comparar os efeitos da velocidade e o impacto que tem dentro de cada circunstância.

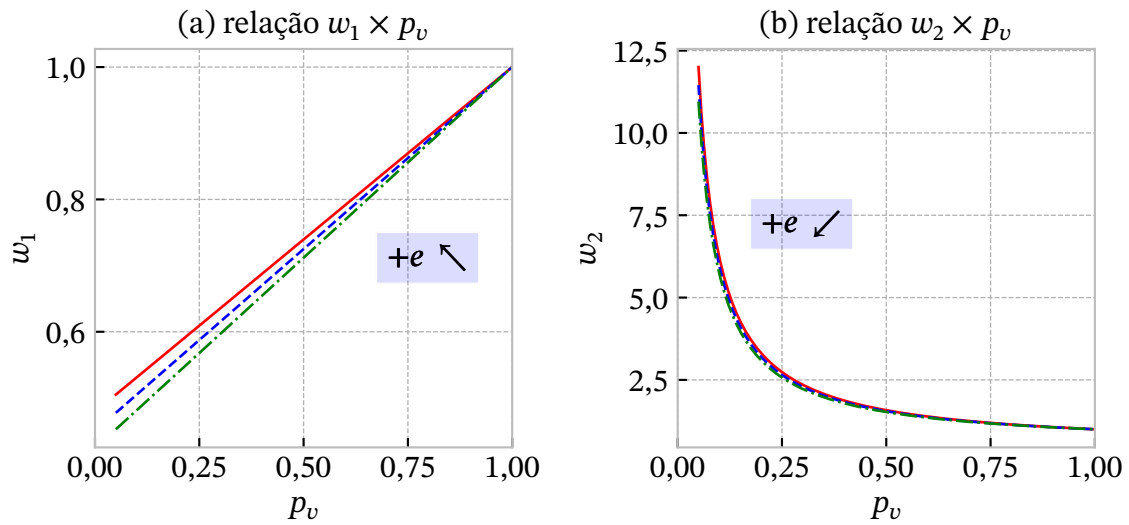


Figura 3.1. Representações gráficas de $w_i \times p_v$ para carros similares, onde a linha vermelha contínua representa $p_m = 0,9$; a linha azul tracejada representa $p_m = 1,0$; a linha verde traço e ponto representa $p_m = 1,1$. Todas as curvas são relacionadas a $e = 0,6$.

A partir da Figura 3.1, é possível notar que, para carros de mesma categoria, a diferença entre as massas não são tão significativas, principalmente quando a razão entre as velocidades valem mais que 0,75 para o veículo que vem de trás. Já para o veículo que recebe a colisão, durante todo o domínio da função a diferença entre as massas se torna irrelevante, pois as curvas se confundem. Vale ressaltar que conforme o coeficiente de restituição aumenta, a inclinação do gráfico diminui para o veículo 1, enquanto para o veículo 2 a curva fica mais próxima de ambos os eixos.

Outro ponto a ser observado é que a variação de w_1 é linear, enquanto a variação de w_2 é não linear. Isso ocorre pois verifica-se que a para o primeiro veículo a função que rege é do primeiro grau, enquanto para o segundo é do tipo $f(x) = 1/x$.

Já em relação à Eq. (2.12), foi plotado o gráfico da Figura 3.2. Nele nota-se o comportamento das velocidades finais dos carros em relação às velocidades iniciais.

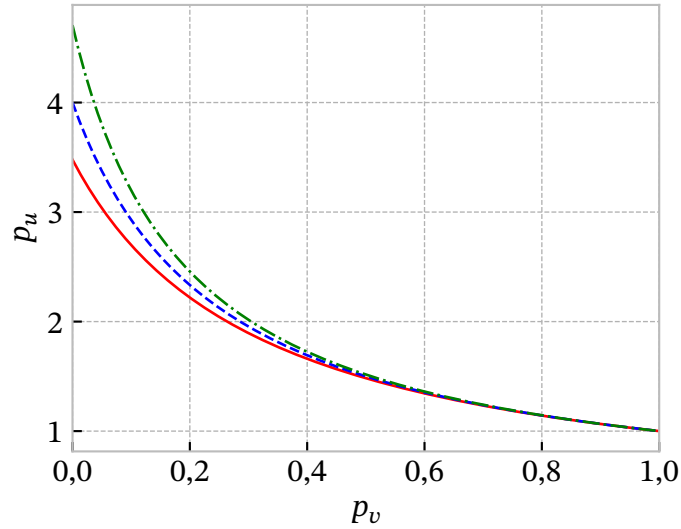


Figura 3.2. Representação gráfica de $p_v \times p_u$ para carros similares, onde a linha vermelha contínua representa $p_m = 0,9$; a linha verde traço e ponto representa $p_m = 1,0$; a linha azul tracejada representa $p_m = 1,1$. Todas as curvas são relacionadas a $e = 0,6$.

É interessante observar que o gráfico mostra algo que já é intuitivamente esperado: quanto maior p_v , menor será p_u , ou seja, se o carro 1 tiver uma velocidade muito maior que o carro 2, após a colisão o carro 2 terá uma velocidade muito maior que a sua inicial, pois haverá transferência da energia cinética de um veículo para o outro. Para um $p_v > 0,5$, as curvas se confundem, podendo desprezar a diferença de massa entre os veículos de mesma categoria, por outro lado, para $0 < p_v < 0,3$, as massas influenciam de forma mais significativa, podendo interferir na precisão para determinar a velocidade de tráfego.

3.2 Carros não similares

Da forma análoga à Seção 3.1, também foram plotados os mesmos gráficos, porém para carros não similares. Aqui, carros não similares são considerados $0,5 < p_m < 2,5$. Isto significa que são carros de modelos não equivalentes, com grande variação de massa entre os carros colididos.

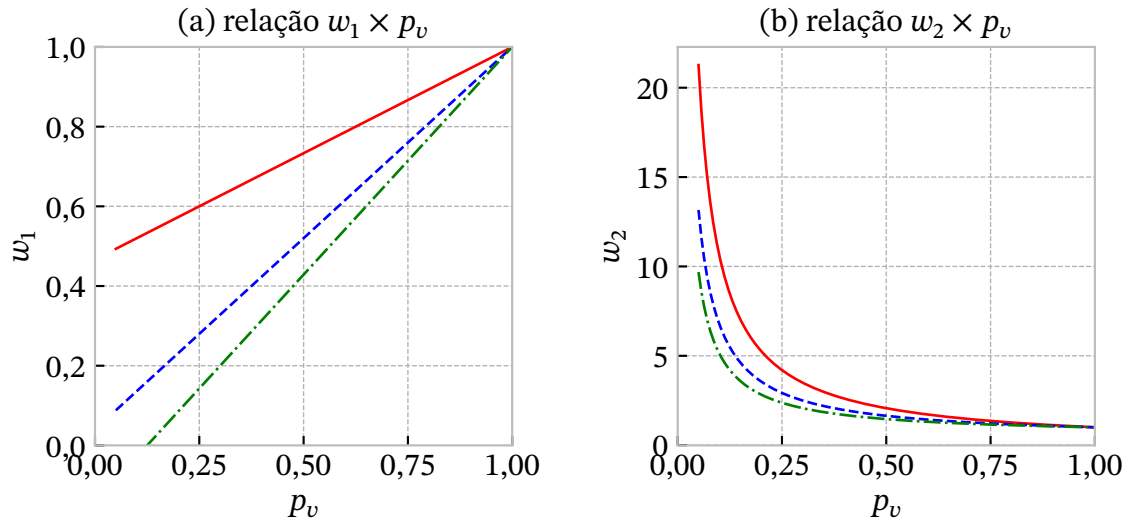


Figura 3.3. Representações gráficas de $w_i \times p_v$ para carros não similares, onde a linha vermelha contínua representa $p_m = 0,5$; a linha azul tracejada representa $p_m = 1,5$; a linha verde traço e ponto representa $p_m = 2,5$. Todas as curvas são relacionadas a $e = 0,6$.

Diferentemente dos resultados mostrados na Seção 3.1, a Fig. 3.3 mostra que o comportamento é, desta vez, bastante influenciado pelas massas dos veículos envolvidos, o que é bastante razoável, pois quanto maior a massa dos veículos para uma mesma velocidade, maior a quantidade de movimento entre os corpos envolvidos.

Note que o *offset* entre as curvas para um mesmo coeficiente de restituição é quase o mesmo entre as curvas para determinados valores de p_m . Isto significa que o impacto é muito maior quando as massas dos veículos envolvidos são muito distantes uma da outra, corroborando o que foi mencionado sobre o momento linear.

Quando o veículo 1 tem o dobro da massa do veículo 2, é interessante notar que o veículo que recebe a colisão possui velocidade em torno de 20 vezes maior do que a velocidade que ele tinha inicialmente quando p_v é próximo de zero, caracterizando uma enorme transferência de energia cinética entre os veículos. Quando $p_v > 0,25$, a velocidade final em relação à inicial já não é tão grande, mostrando que o impacto do acidente é menor.

Dessa vez, a Fig. 3.4 refere-se à Eq. (2.12).

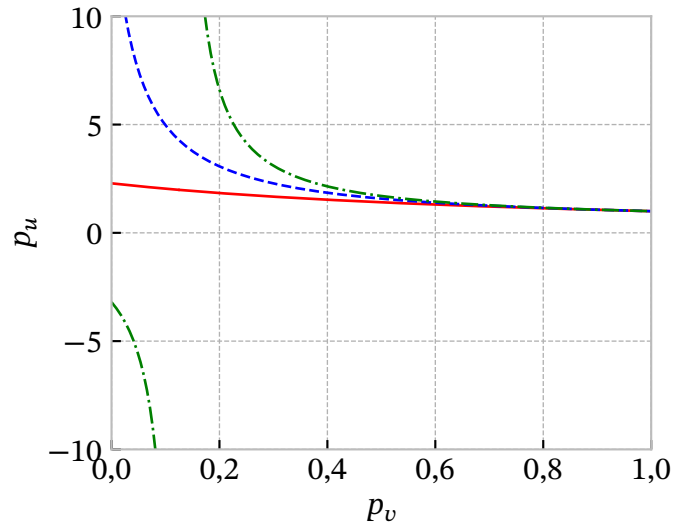


Figura 3.4. Representações gráficas de $p_v \times p_u$ para carros não similares, onde a linha vermelha contínua representa $p_m = 0,5$; a linha verde tracejada representa $p_m = 1,5$; a linha azul traço e ponto representa $p_m = 2,5$. Todas as curvas são relacionadas a $e = 0,6$.

Aqui é interessante notar a descontinuidade da curva para $p_m = 1,5$. Isso ocorre pois para a Eq. (2.12), o denominador da fração é nulo para os valores supracitados.

3.3 Comportamento em relação ao coeficiente de restituição

A partir das Eqs. (2.8) e (2.9), foi plotado o gráfico da Figura 3.5. Os gráficos em questão estão parametrizados, portanto o domínio da função varia entre 1 e 2, mas o coeficiente de restituição varia entre 0 e 1.

Ao analisar o primeiro veículo, verifica-se uma inclinação negativa nas curvas, indiciando que w_1 diminui conforme o coeficiente de restituição aumenta. Isso ocorre pois a energia cinética é perdida ao colidir no carro da frente. Quando adota-se $p_v = \text{cte}$, verifica-se que quanto maior a massa do veículo que recebe a colisão, menor será a velocidade final do veículo 1; já considerando $p_m = \text{cte}$, nota-se que o coeficiente de restituição é inversamente proporcional à velocidade final adquirida por este veículo, visto que o momento linear será transferido para o outro veículo.

Já para a análise do segundo veículo, verifica-se um comportamento inverso em relação ao veículo anterior. A inclinação positiva indica que w_1 aumenta conforme o coeficiente de restituição aumenta. Isso ocorre pois a medida que a colisão ocorre, o segundo veículo recebe a energia cinética do primeiro veículo. Quando adota-se $p_v = \text{cte}$, verifica-se que quanto maior a massa do segundo veículo, menor será a sua velocidade final após a colisão, pois boa parte da energia cinética será

dissipada em forma de calor e som; já considerando $p_m = \text{cte}$, percebe-se que o coeficiente de restituição é diretamente proporcional à velocidade final adquirida por este veículo, pois a quantidade de movimento é transferida para este automóvel.

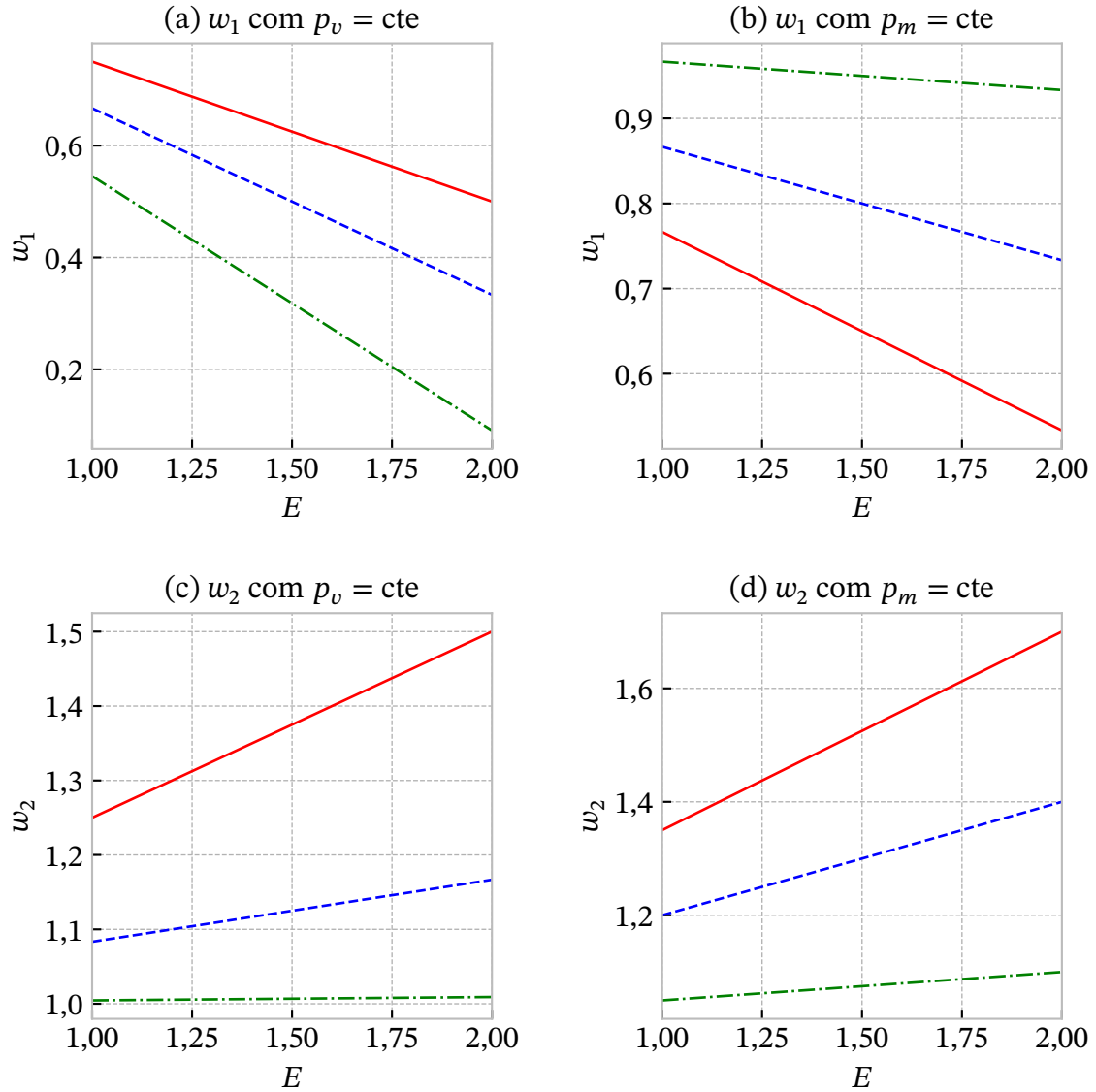


Figura 3.5. Representações gráficas de $w_i \times E$, onde (a) a linha vermelha contínua representa $p_m = 1,0$; a linha azul tracejada representa $p_m = 2,0$; a linha verde traço e ponto representa $p_m = 10,0$. Todas as curvas são relacionadas a um $p_v = 0,5$. (b) a linha vermelha contínua representa $p_v = 0,3$; a linha azul tracejada representa $p_v = 0,6$; a linha verde traço e ponto representa $p_v = 0,9$. Todas as curvas são relacionadas a um $p_m = 1,0$. (c) a linha vermelha contínua representa $p_m = 1,0$; a linha azul tracejada representa $p_m = 2,0$; a linha verde traço e ponto representa $p_m = 10,0$. Todas as curvas são relacionadas a um $p_v = 0,5$. (d) a linha vermelha contínua representa $p_v = 0,3$; a linha azul tracejada representa $p_v = 0,6$; a linha verde traço e ponto representa $p_v = 0,9$. Todas as curvas são relacionadas a um $p_m = 1,0$.

3.4 Desaceleração

A partir das Eqs. (2.15), (2.14) e (2.13), foi plotado os gráficos da Figura 3.6, sendo possível assim verificar o comportamento da aceleração durante a frenagem do veículo.

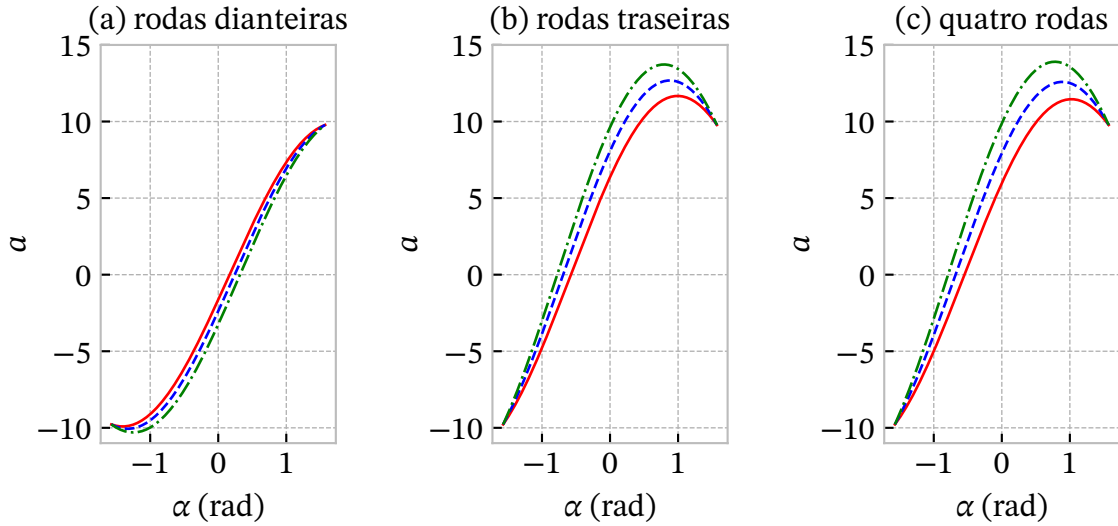


Figura 3.6. Desaceleração de um veículo, onde a linha vermelha contínua representa $\mu = 0,6$; a linha azul tracejada representa $\mu = 0,8$; a linha verde traço e ponto representa $\mu = 1,0$.

Apesar da desaceleração ser uma função de vários parâmetros, o que mais influencia é o coeficiente de atrito do solo. Para os gráficos da Fig. 3.6, note que os valores para $a > 0$ representam a desaceleração e os valores para $\alpha > 0$ representam um aclave (subida). Vale notar que, para uma frenagem apenas nas rodas dianteiras, a eficiência do freio é mais baixa, quando comparada a uma frenagem apenas nas rodas traseiras ou nas quatro rodas.

3.5 Influência dos parâmetros da velocidade de tráfego

A fim de verificar as principais influências na velocidade de tráfego, a partir das Eqs. (2.21), (2.20) e (2.19), plotou-se os gráficos da Figura 3.7 com cada coeficiente valendo $0,6 \pm 10\%$.

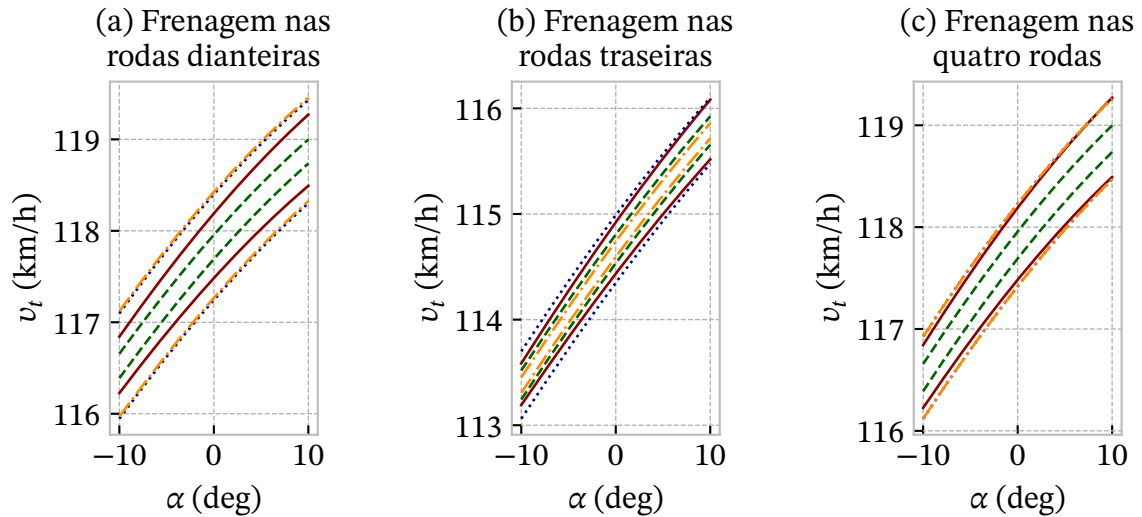


Figura 3.7. Influência dos coeficientes na velocidade de tráfego ($0,6 \pm 10\%$), onde a linha vermelha contínua representa a inércia relativa à rotação (δ); a linha azul pontilhada representa o coeficiente de atrito do rolamento (f); a linha verde tracejada representa o coeficiente de resistência aerodinâmica (C_x); e a linha laranja traço e ponto representa o coeficiente de atrito do solo (μ).

A partir destes resultados, verificou-se que o coeficiente de resistência aerodinâmica C_x , para os três casos, mostra pouca variação da velocidade de tráfego v_t . Já o coeficiente de atrito do solo μ , bem como o coeficiente de atrito do rolamento f desempenham uma parcela importante para a v_t , visto que, ao variar 10%, a velocidade de tráfego altera de forma significativa. O caso mais distinto é a inércia relativa à rotação δ , que para uma declividade negativa (descida) ela tem pouca influência, mas para uma declividade positiva (subida) ela desempenha grande influência. Isso ocorre pois ela representa o acréscimo da massa do veículo devido a necessidade de acelerar. Em primeira marcha pode chegar a 50% da massa total do veículo, e.g., locais de subida ($\alpha > 0$) e diminuindo para aproximadamente 5% nas marchas mais elevadas (LEAL; ROSA; NICOLAZZI, 2012).

No gráfico da Fig. 3.7, para fins de comparação entre os próprios coeficientes, utilizou-se de forma arbitrária o mesmo valor para todos eles. Entretanto, na prática, nem todos eles variam ou são próximos dos valores adotados. Sendo assim, o mesmo gráfico foi plotado na Fig. 3.8, mas utilizando valores mais condizentes com a realidade. Para isso, foram utilizados os seguintes valores: $\delta = 0,005 \pm 10\%$, $f = 0,011 \pm 10\%$, $C_x = 0,33 \pm 10\%$ e $\mu = 0,6 \pm 10\%$.

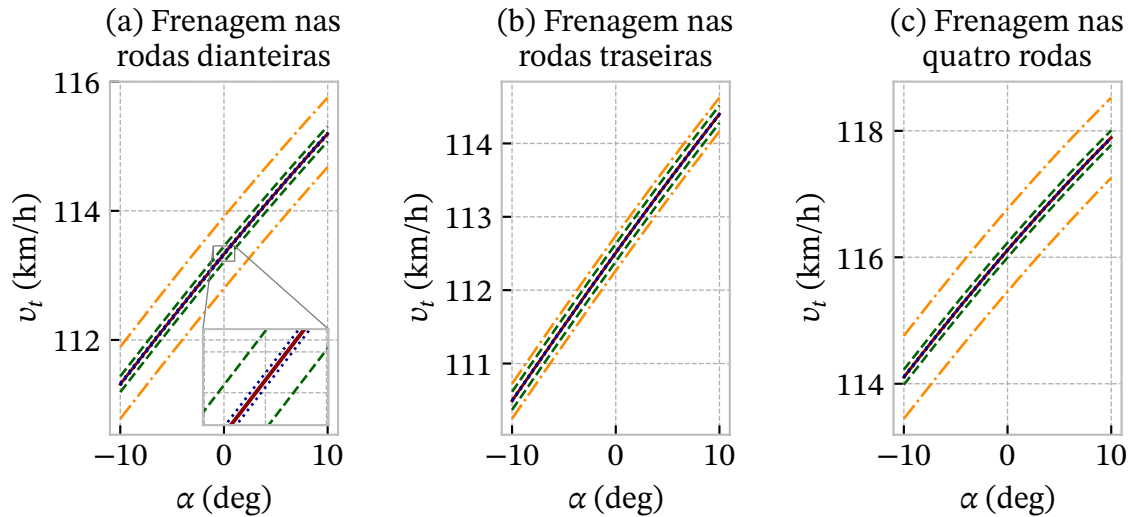


Figura 3.8. Influência dos coeficientes na velocidade de tráfego (valores realistas), onde a linha vermelha contínua representa a inércia relativa à rotação (δ); a linha azul pontilhada representa o coeficiente de atrito do rolamento (f); a linha verde tracejada representa o coeficiente de resistência aerodinâmica (C_x); e a linha laranja traço e ponto representa o coeficiente de atrito do solo (μ).

Percebe-se, portanto, que o principal coeficiente o qual mais influencia na velocidade de tráfego é o coeficiente de atrito do solo e não deve ser tolerada uma margem de erro muito grande, i.e., é necessário mais rigor para que não seja comprometida a velocidade de tráfego. Os outros coeficientes, por outro lado, pouco influenciam a velocidade de tráfego, mesmo se determinados com uma margem de erro maior, conseqüentemente, não se faz necessário um rigor tão grande para determiná-los.

Os parâmetros variam em 10% do valor nominal, permitindo notar que o coeficiente de atrito do solo é o parâmetro mais influente na velocidade de tráfego. Para esta primeira análise, um intervalo de $-5 < \alpha < 5$ é adotado, visto que o seu perfil se mantém para um intervalo maior. Considerando como referência os termos da desaceleração e suas incertezas T_1 , T_2 e T_3 , mostrados nas Eqs. (2.27), (2.27) e (2.27) verifica-se na Fig. 3.9 o quanto cada um destas parcelas contribui na velocidade de tráfego. Neste caso, considera-se apenas o valor máximo para a cada incerteza, visto que um comportamento similar é observado caso se adote os valores mínimos.

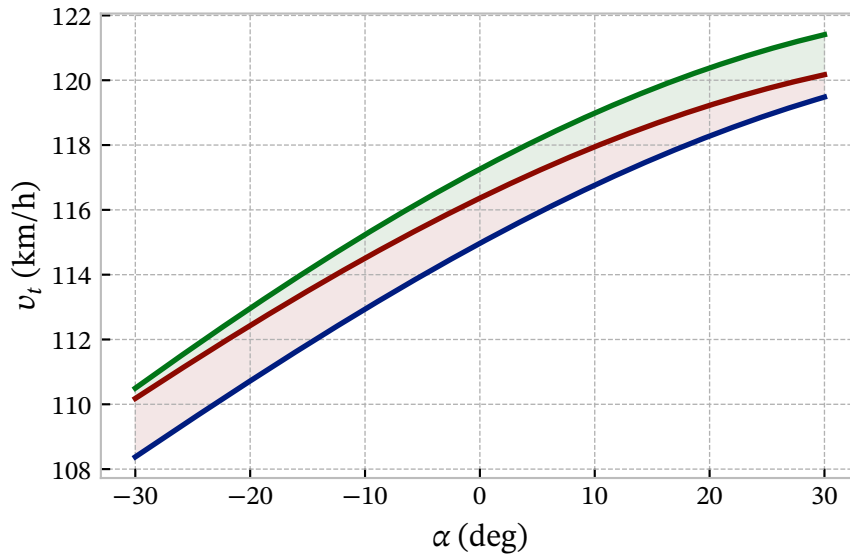


Figura 3.9. Contribuições das incertezas na velocidade de tráfego, onde a linha azul representa T_1 , a linha verde representa $T_1 + T_2$ e a linha vermelha representa $T_1 + T_2 + T_3$.

4 CONCLUSÃO

A determinação da velocidade de tráfego é frequentemente calculada por estimativas, softwares ou investigação científica após a colisão. Entretanto, nota-se a ausência de uma equação que consiga estimar de forma precisa a influência dos principais coeficientes combinado com a inclusão de incertezas (devido as medições). A análise da influência individual e combinada desses coeficientes visa garantir um erro relativo seguro entre os parâmetros plausíveis de serem medidos no local da colisão e os estimados.

Verificou-se que, dos parâmetros que relacionam não só características do veículo, mas também do local em que este se encontra, alguns desses pouco influenciam na velocidade investigada. Portanto, o uso de incertezas visa englobar os possíveis erros de medições ou estimativas dos parâmetros da colisão. Erros estes que tendem a ser bem mais frequente do que se gostaria, dada as condições dos peritos em coletar os dados após o momento da colisão, portanto simplificar as equações garantindo um resultado satisfatório é um grande triunfo. Compreender quais e como estes parâmetros, bem como suas incertezas, influenciam na determinação da velocidade de tráfego garante uma resposta mais confiável e segura, visando não só assegurar um valor preciso, mas também servir como uma base legal para a responsabilização legal dos acidentes estudados.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lino Leite de. Manual de perícias em Acidentes de trânsito. *Campinas-SP: Millennium Editora*, 504p, 2011.
- BACCHIERI, Giancarlo; BARROS, Aluísio JD. Acidentes de trânsito no Brasil de 1998 a 2010: muitas mudanças e poucos resultados. *Revista de Saúde Pública*, SciELO Brasil, v. 45, n. 5, p. 949–963, 2011.
- BATISTA, Milan. On the mutual coefficient of restitution in two car collinear collisions. *arXiv preprint physics/0601168*, 2006.
- BOROVINŠEK, Matej et al. Simulation of crash tests for high containment levels of road safety barriers. *Engineering failure analysis*, Elsevier, v. 14, n. 8, p. 1711–1718, 2007.
- BRACH, Raymond M; BRACH, R Matthew. A review of impact models for vehicle collision. *SAE transactions*, JSTOR, p. 175–190, 1987.
- CAMUZZO, Cláudio Maria. Perícia em colisão frontal entre veículos automotores.
- CANNON, Joel W. Dependence of a coefficient of restitution on geometry for high speed vehicle collisions. *SAE transactions*, JSTOR, p. 1063–1076, 2001.
- CAVALCANTE, Andreia Carvalho Barbosa et al. Perfil dos acidentes de trânsito atendidos por serviço pré-hospitalar móvel. *Revista Baiana de Enfermagem*, v. 29, n. 2, 2015.
- CENGEL, Yunus A; CIMBALA, John M. *Mecânica dos fluidos-3*. Amgh Editora, 2015.
- DEAC, SC et al. Modeling and simulation of cars in frontal collision. In: IOP PUBLISHING. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. v. 294, p. 012090.
- GIDLEWSKI, Mirosław et al. The process of front-to-side collision of motor vehicles in terms of energy balance. *Nonlinear Dynamics*, Springer, v. 97, n. 3, p. 1877–1893, 2019.
- GILLESPIE, Thomas D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. 1992.
- GURGEL, Walldiney Pedra et al. Cálculo de velocidades em acidentes de trânsito: Um software para investigação em física forense. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 37, n. 4, p. 4305–1, 2015.
- HIGHT, Philip V; LENT-KOOP, D Bruce; HIGHT, Robert A. Barrier equivalent velocity, delta v and CRASH3 stiffness in automobile collisions. SAE Technical Paper, 1985.
- HUANG, Matthew. *Vehicle crash mechanics*. CRC press, 2002.

LEAL, Longuinho da Costa Machado; ROSA, E; NICOLAZZI, Lauro Cesar. Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis. *Publicação interna do GRANTE–Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, Florianópolis, Brazil*, 2012.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. *Curso de física básica: Mecânica*. Editora Blucher, 2013. v. 1.

PAWLUS, Witold; ROBBERSMYR, Kjell Gunnar; KARIMI, Hamid Reza. Mathematical modeling and parameters estimation of a car crash using data-based regressive model approach. *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier, v. 35, n. 10, p. 5091–5107, 2011.

RAO, C Lakshmana; NARAYANAMURTHY, V; SIMHA, KRY. *Applied impact mechanics*. John Wiley & Sons, 2016.

REIMPELL, Jornsens; STOLL, Helmut; BETZLER, Jorgen. *The automotive chassis: engineering principles*. Elsevier, 2001.

ROSENTHAL, Felix et al. *The Mechanics of Automobile Collisions*. 1972.

SILVA, Luís Carlos. A Mecânica Newtoniana aplicada na Dinâmica dos Acidentes de Trânsito Rodoviário-Um suporte para decisões Forenses. Universidade Federal de Uberlândia, 2014.