学 院：________ 专 业：________ 班级________ 学 号：________ 姓 名：________

装 订 线

广东工业大学考试试卷 （ A ）

课程名称： 线性代数 **试卷满分** 100 **分**

考试时间：**年**月**日 （第**周 星期*）**

考试形式： 闭卷 （开闭卷）

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 若 n 阶矩阵满足 $A^2+2A-3I=O$，则 $A^{-1}=$________

2. 设 $A=\begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 2 & 4 & -3 \\ -3 & 7 & 2 \end{vmatrix}$，若把元素 a_{ij} 的代数余子式记作 A_{ij}，则 $-3A_{11}+4A_{21}+7A_{31}=$________

3. 设 A 为三阶矩阵，$|A|=\dfrac{1}{2}$，则 $\left|(2A)^{-1}-5A^*\right|=$________

4. 设三元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩等于 2，已知 η_1,η_2,η_3 是它的三个解向量，且 $\eta_1+\eta_2=\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}$，$\eta_3=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$，则该方程组的通解为________

5. 设三阶矩阵 A 的特征值是 $1,-1,2$，则 $\left|A^2+3A-2I\right|=$________

二、单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 n 阶矩阵 A、B、C 满足 $ABC=I$，则必有________

(A) $ACB=I$ (B) $CBA=I$ (C) $BAC=I$ (D) $BCA=I$

2. 假设 $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\2&3&1\\1&-1&2\end{pmatrix}\underset{r_{12}(-2)}{\sim}\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&3&3\\1&-1&2\end{pmatrix}\underset{c_{13}(1)}{\sim}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&3\\1&-1&3\end{pmatrix}=B$，$P=\begin{pmatrix}1&0&0\\-2&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，且

$Q=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，则下列关系式中正确的是________

(A) PQA (B) APQ (C) PAQ (D) QAP

3. 设 A 为 n 阶矩阵，$r(A)<n$，则下列说法中错误的是________

(A) A 为降秩矩阵 (B) A 中任意列向量都可由其余列向量线性表示

(C) $|A|=0$ (D) A 不可逆

4. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 均为 3 维向量，$r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=2$，$r(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)=3$，则下列说法中正确的是________

(A) α_1 可由 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性表示 (B) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关

(C) $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关 (D) α_4 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示

5. n 阶矩阵 A 具有 n 个不同的特征值是矩阵 A 与对角阵相似的________

(A) 充分必要条件 (B) 充分非必要条件

(C) 必要非充分条件 (D) 既非充分也非必要条件

三、（共 12 分）计算题

(1) 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -1 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$，求解矩阵方程 $AX=B$.（6 分）

(2) 计算行列式 $\begin{vmatrix}1+a & b & c & d\\ a & 1+b & c & d\\ a & b & 1+c & d\\ a & b & c & 1+d\end{vmatrix}$ 的值.（6 分）

四、（共 12 分）设线性代数方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=1\\ 2x_1+3x_2+(\lambda+2)x_3=3\\ x_1+\lambda x_2-2x_3=0\end{cases}$，问：

(1) λ 取何值时，该方程组有唯一解、无解、有无穷多解？（9 分）

(2) 在方程组有无穷多解时求出其通解.（3 分）

五、（共 12 分）设 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\3\\t\end{pmatrix}$，问：

(1) 当 t 为何值时，向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关；（6 分）

(2) 当向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关时，求出一个最大线性无关组，并把其余向量用最大线性无关组线性表示.（6 分）

六、（共 12 分）设 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$，问：

(1) 矩阵 A 能否对角化？（4 分）

(2) 若能对角化，求出可逆阵 P 及对角阵 Λ，使得 $P^{-1}AP=\Lambda$.（8 分）

七、（共 12 分）给定向量组 $A:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$，证明：

(1) 若 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是一组两两正交的非零向量，则 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关.（6 分）

(2) 若 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则 $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$，$\beta_2=\alpha_1-\alpha_2-2\alpha_3$ 线性无关.（6 分）