

第一章 电路的基本概念、定律和分析方法

例1: 电路如图(a), 求开关S断开和合上时b点和c点的电位。

解: S断开时电路为一条支路

设电流I的参考方向为ad

$$I = \frac{U_{ad}}{(R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{-18}{36} = -0.5 \text{ mA}$$

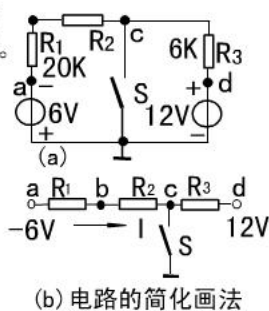
$$U_c = U_d + IR_3 = 12 - 0.5 \times 6 = 9 \text{ V}$$

$$U_b = U_c + IR_2 = 9 - 0.5 \times 10 = 4 \text{ V}$$

开关S合上时

$U_c = 0 \text{ V}$, 电流I只流过 R_1 、 R_2

$$I = U_{ac} / (R_1 + R_2) = -0.2 \text{ mA} \quad U_b = IR_2 = -0.2 \times 10 = -2 \text{ V}$$

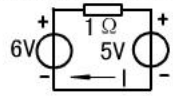


例2: 电路如图, 已知 $I = 1 \text{ A}$, 求6V电压源和5V电压源上的功率。

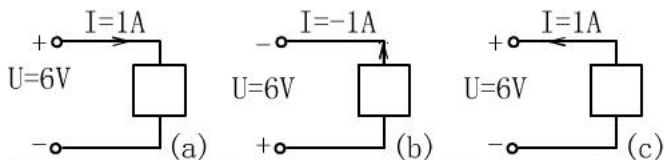
解: $P_6 = -UI = -6 \times 1 = -6 \text{ W}$

(发出或产生功率)

$P_5 = UI = 5 \times 1 = 5 \text{ W}$ (吸收或消耗功率)



例3 计算图示电路各元件吸收或产生的功率。



解: (a)、(b) 电路中U、I关联方向, 则

$$(a) P = UI = 6 \times 1 = 6 \text{ W} \quad (\text{吸收})$$

$$(b) P = UI = 6 \times (-1) = -6 \text{ W} \quad (\text{产生})$$

(c) 电路中UI非关联, 则 $P = -UI = -6 \times 1 = -6 \text{ W}$ (产生)

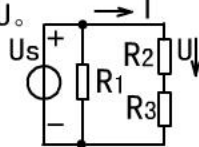
例4: 电路如图, 已知 $U_s = 2 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, 试计算电流I和电压U。

解: 由性质(1)可知,

U_s 为定值

$$I = U_s / (R_2 + R_3) = 2 / (2 + 3) = 0.4 \text{ A}$$

$$U = IR_2 = 0.4 \times 2 = 0.8 \text{ V}$$



计算结果说明:

若某元件与理想电压源并联(如 R_1 、 U_s), 对外电路而言(如I、U等), 该元件可视为开路。

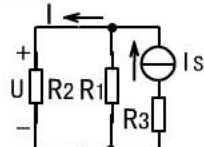
例5: 电路如图, 已知 $I_s = 4 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, 试计算电流I和电压U。

解: 由性质(1)可知, I_s 串多少

电阻, 其电流不变, 因而

$$U = I_s \times R_1 / 2 = 4 \text{ V}$$

$$I = U / R_2 = 2 \text{ A}$$

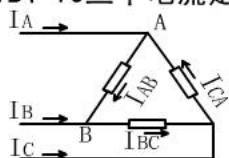


计算结果说明:

某元件与理想电流源串联(如 R_3 、 I_s), 对外电路而言(如I、U等), 该元件可视为短路。

例6: 按图中的参考方向, I_A 、 I_B 、 I_C 三个电流是否全为正值。

解 不是。



例: 已知电路如图(a), 计算电流I。

解: 电感视为短路,

电容视为开路,

图(a) → 图(b)。

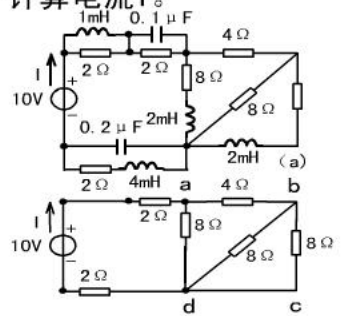
$$R_{bd} = 8 / 2 = 4 \Omega$$

$$R_{ad} = (4 + 4) / 2 = 4 \Omega$$

电路总电阻

$$R = 2 + 4 + 2 = 8 \Omega$$

$$\text{电流 } I = 10 / 8 = 1.25 \text{ A}$$

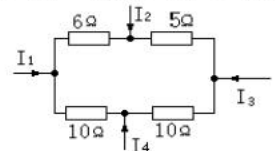


例8: 已知图电路的 $I_1 = 1 \text{ mA}$, $I_2 = -5 \text{ mA}$, $I_3 = 3 \text{ mA}$, I_4 应为多少。

解 根据KCL有

$$I_4 = -(I_1 + I_2 + I_3)$$

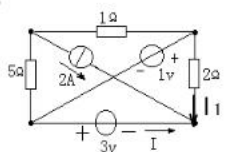
$$= -(1 - 5 + 3) = 1 \text{ mA}$$



例9. 利用克希霍夫定理求出图示电路中的电流I。

$$\text{解 } I_1 = (1 + 3) / 2 = 2 \text{ A}$$

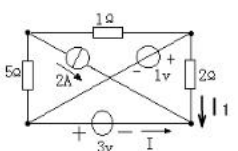
$$I = -(I_1 + 2) = -4 \text{ A}$$



例9. 利用克希霍夫定理求出图示电路中的电流I。

$$\text{解 } I_1 = (1 + 3) / 2 = 2 \text{ A}$$

$$I = -(I_1 + 2) = -4 \text{ A}$$



例10: 已知图示电路的电压 $U = 60 \text{ V}$, $I = 3 \text{ A}$, $R_s = 4 \Omega$, 求(1) 负载吸收的功率; (2) 负载端发生的时短路电流。

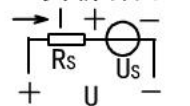
解 (1) 负载的电流、电压参考

方向为非关联方向; 有

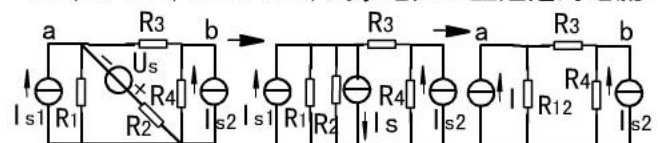
$$P = -IU = -3 \times 60 = -180 \text{ W}$$

$$(2) \text{ 由KVL得 } U = IR_s + U_s \quad U_s = 48 \text{ V}$$

$$\text{负载短路时, } U = 0 \quad I = -U_s / R_s = -12 \text{ A}$$



例11 图示电路中已知 $I_{s1} = 10 \text{ A}$, $I_{s2} = 2 \text{ A}$, $U_s = 12 \text{ V}$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = R_4 = 2 \Omega$, 试求电阻 R_3 上通过的电流。



解: 将电压源等效为电流源 I_s

$$I_s = U_s / R_2 = 2 \text{ A}$$

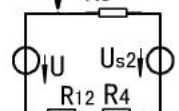
将电流源 I_{s1} 、 I_s 合并

$$I = 8 \text{ A} \quad R_{12} = R_1 / R_2 = 2 \Omega$$

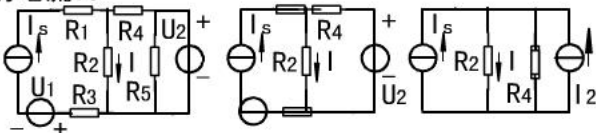
将电流源 I_{s2} 、 I 等效为电压源

$$U_{s2} = R_4 I_{s2} = 4 \text{ V} \quad U = R_{12} I = 16 \text{ V}$$

$$R_3 \text{ 上的电流 } I_{ab} = (U - U_{s2}) / (R_{12} + R_4 + R_3) = 2 \text{ A}$$



例12 在电路图中, 已知 $I_s=3A$, $U_1=30V$, $U_2=12V$, $R_1=30\Omega$, $R_2=20\Omega$, $R_3=12\Omega$, $R_4=10\Omega$, $R_5=40\Omega$, 计算电阻 R_2 上的电流 I 。



解: 利用理想电源性质化简

将电压源变换为电流源

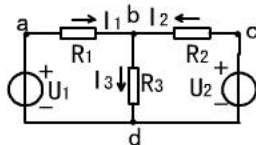
$$I_2 = U_2 / R_4 = 1.2A$$

$$\text{电阻 } R_2 \text{ 上的电流 } I = \frac{(I_s + I_2) R_4}{R_2 + R_4} = 1.4A$$

例13. 电路如图, 已知 $R_1=1\Omega$, $R_2=0.6\Omega$, $R_3=24\Omega$, $U_1=110V$, $U_2=90V$, 求各支路的电流。

解: $n=2$ $m=3$

$$\begin{cases} \text{节点 } b: I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ \text{回路 } abda: I_1 R_1 + I_3 R_3 = U_1 \\ \text{回路 } cbdc: I_2 R_2 + I_3 R_3 = U_2 \end{cases}$$



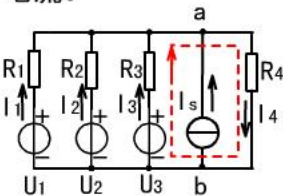
代入数据, 联立求解

$$I_1 = 14A \quad I_2 = -10A \quad I_3 = 4A$$

例14. 电路如图, 求出各支路电流。

解: $n=2$ $m=4$

$$\begin{cases} \text{节点 } a: I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0 \\ \text{回路 } 1: I_1 R_1 - I_2 R_2 = U_1 - U_2 \\ \text{回路 } 2: I_2 R_2 - I_3 R_3 = U_2 - U_3 \\ \text{回路 } 3: I_3 R_3 + I_4 R_4 = U_3 \end{cases}$$



四个方程联立求解, 即可求出各支路电流。

例15. 电路如图, 已知 $R_1=1\Omega$, $R_2=0.6\Omega$, $R_3=24\Omega$, $U_1=110V$, $U_2=90V$, 求各支路的电流。

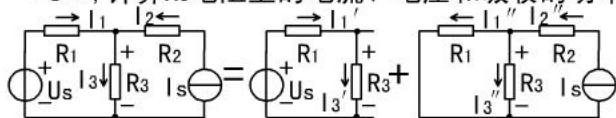
解: 节点电压 U_{ab}

$$U_{ab} = \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \right) / \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$= 96V$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_{ab}}{R_1} = 14A \quad I_2 = \frac{U_2 - U_{ab}}{R_2} = -10A \quad I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = 4A$$

例16 图示电路已知 $U_s=4V$, $I_s=2A$, $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=3\Omega$, 计算 R_3 电阻上的电流、电压和吸收的功率。



解: (1) 当电压源单独作用时 (2) 当电流源单独作用时

$$I_3' = U_s / (R_1 + R_3) = 1A \quad I_3'' = I_s R_1 / (R_1 + R_3) = 0.5A$$

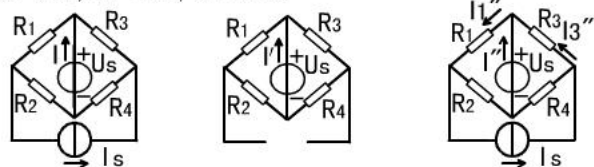
$$U_3' = I_3' \times R_3 = 3V \quad U_3'' = I_3'' \times R_3 = 1.5V$$

$$(3) I_3 = I_3' + I_3'' = 1.5A \quad U_3 = I_3 R_3 = 4.5V = U_3' + U_3''$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 6.75W \neq R_3 I_3'^2 + R_3 I_3''^2$$

叠加原理只能用来计算电路的 I 和 U , 不能计算 P 。

例17 求电路电流 I 。已知 $U_s=6V$, $I_s=2A$, $R_1=8\Omega$, $R_2=6\Omega$, $R_3=4\Omega$, $R_4=2\Omega$ 。



$$\text{解: } U_s \text{ 单独作用时 } I' = U_s / \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2) + (R_3 + R_4)} = 1.43A$$

I_s 单独作用时

$$I'' = I_1'' - I_3'' = I_s \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = 0.19A$$

例18 求电路电流 I 。已知 $U_s=6V$, $I_s=2A$, $R_1=5\Omega$, $R_2=7\Omega$, $R_L=8\Omega$ 。

解: 利用叠加原理计算

$$U_s \text{ 单独作用时 } I' = U_s / (R_1 + R_2 + R_L) = 0.3A$$

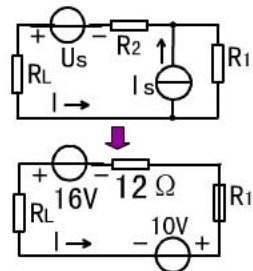
I_s 单独作用时

$$I'' = I_s R_1 / (R_1 + R_2 + R_L) = 0.5A$$

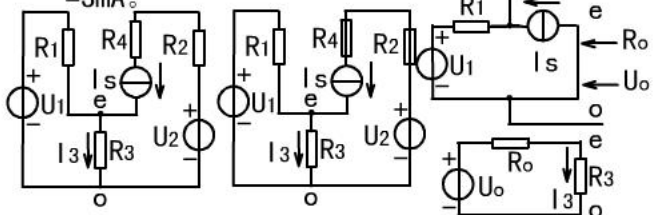
$$I = I' + I'' = 0.8A$$

利用电源等效变换计算

$$I = 16 / (12 + 8) = 0.8A$$



例19 用戴维南定理求 I_3 。电路如图, 已知 $U_1=1.5V$, $U_2=6V$, $R_1=1K$, $R_2=0.1K$, $R_3=0.01K$, $R_4=0.15K$, $I_s=3mA$ 。



解: 1. 利用电源性质化简

2. 利用戴维南定理计算

$$R_0 = R_{eo} = R_1 \quad U_0 = U_{eo} = R_1 I_s + U_1 = 4.5V$$

$$I_3 = U_0 / (R_0 + R_3) = 4.46A$$

例20 计算 I_1 、 I_2 、 I_3 。

解: 利用戴维南定理计算

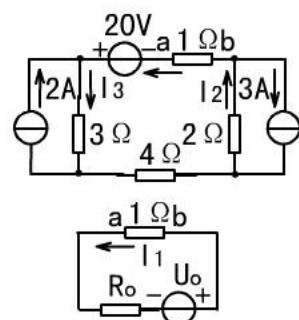
$$R_0 = R_{ab} = 9\Omega$$

$$U_0 = U_{ba} = -3 \times 2 - 3 \times 2 + 20 = 8V$$

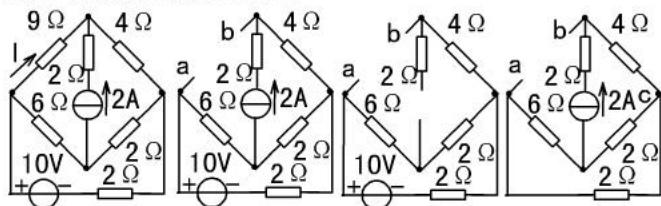
$$I_1 = U_0 / (R_0 + 1) = 0.8A$$

$$I_2 = 3 + 0.8 = 3.8A$$

$$I_3 = 2 + 0.8 = 2.8A$$



例21 用戴维南定理求I。



解: $R_o = R_{ab} = 4 + (6+2) // 2 = 5.6 \Omega$

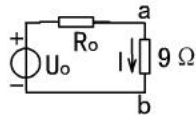
用叠加原理求 U_{ab}

$$U_{ab}' = 10 \times 8 / (2+8) = 8V$$

$$U_{ab}'' = U_{ac}'' + U_{cb}'' = -2 \times 2 \times 2 / (2+8) - 2 \times 4 = -8.8V$$

$$U_o = U_{ab} = U_{ab}' + U_{ab}'' = -0.8$$

$$I = U_o / (R_o + 9) = -0.055A$$



例22 电路如图, 已知N为线性有源二端网络, 当 $U_s = 10V$, $I = 1A$; 当 $U_s = 0V$, $I = 1.5A$, 求将N等效为电压源的电压 U_o 和内阻 R_o 。

解: 当 U_o 单独作用时, $I' = 1.5A$

当 $U_s = 10V$ 单独作用

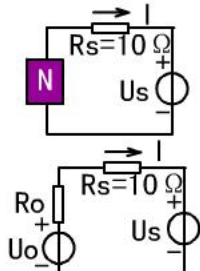
$$I'' = I - I' = 1 - 1.5 = -0.5A$$

$$U_s = -I''(R_o + R_s)$$

$$R_o = -U_s / I'' - R_s = 10 \Omega$$

在 U_o 单独作用时

$$U_o = I'(R_o + R_s) = 1.5 \times 2 \times 10 = 30V$$



例3 电路如图, S闭合前电路处于稳定状态, 求(1) S_1 闭合后 i_1 、 i_2 。(2) 待稳定后再闭合 S_2 后的 i_1 、 i_2 。已知 $U = 6V$, $L_1 = 0.01H$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $L_2 = 0.02H$ 。

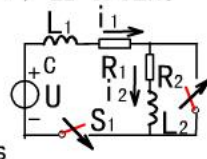
解: (1) S_1 闭合, S_2 未闭合

$$i_1 = i_2 = i_L \quad i_L(0+) = i_L(0-) = 0$$

$$i_L(\infty) = U / (R_1 + R_2) = 2 A$$

$$\tau = L/R = (0.01 + 0.02) / 3 = 0.01 s$$

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0+) - i_L(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} = 2 - 2e^{-100t} A$$



(2) S_1 闭合稳定后, S_2 闭合, i_1 为全响应

$$i_1(0+) = 2A \quad i_1(\infty) = U/R_1 = 3A \quad \tau = L_1/R_1 = 0.005s$$

$$i_1 = 3 + [2-3]e^{-200t} = 3 - e^{-200t} A$$

i_2 为零输入响应

$$i_2(0+) = 2A \quad i_2(\infty) = 0 \quad \tau = L_2/R_2 = 0.02s$$

$$i_2 = 0 + [2-0]e^{-50t} = 2e^{-50t} A$$

例3 电路如图, 换路前电路处于稳定状态。求 $t \geq 0$ 时的 i 和 i_L , 并画出曲线。

解: 求 i_L

$$i_L(0+) = i_L(0-) = -6/5A$$

$$i_L(\infty) = 6/5A$$

$$\tau = L/R = 3 / [1 + 2 \times 1 / (2+1)] = 9/5s$$

$$i_L = 6/5 + (-6/5 - 6/5)e^{-5t/9} = 6/5 - 12/5e^{-5t/9}A$$

求 i 方法一

根据KCL 节点b $\begin{cases} i = i_L + i_{bd} \end{cases}$ ($i_{bd} \neq i_L$)

根据KVL 回路abda $\begin{cases} i + 2i_{bd} - 3 = 0 \end{cases}$

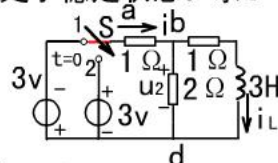
$$i = 9/5 - (8e^{-5t/9})/5 A$$

求 i 方法二

根据KVL 回路bcdcb $u_2 = i_L + u_L$

$$u_L = L di/dt = 4e^{-5t/9} V$$

$$i = 3 - u_2 = 3 - i_L - u_L = 9/5 - (8e^{-5t/9})/5 A$$



第二章 电路的暂态分析

例1 电路如图, S闭合前电路处于稳定状态, 求 $t \geq 0$ 时的 u_C 、 u_2 。已知 $U = 30V$, $C = 10\mu F$, $R_1 = 20k$, $R_2 = 10k$, $I_s = 3mA$ 。

解: 用三要素法求 u_C

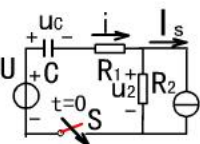
$$u_C(0+) = 0 \quad u_C(\infty) = U + R_2 I_s = 30 + 10 \times 3 = 60 V$$

$$\tau = C(R_1 + R_2) = 10 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^3 = 3/10 s$$

$$u_C(t) = 60(1 - e^{-10t/3}) V$$

$$i = C \frac{du_C}{dt} = 10 \times 10^{-6} \times 60 \times (10/3) e^{-10t/3} = 2e^{-10t/3} mA$$

$$u_2(t) = R_2(i - I_s) = 10 \times 10 \times (2e^{-10t/3} - 3) \times 10^{-3} = 20e^{-10t/3} - 30 V$$



用三要素法求 u_2

$$u_2(0+) = R_2(i(0+) - I_s) = 10 \times 10^{-3} \times (2 - 3) \times 10^{-3} = -10 V$$

$$u_2(\infty) = -R_2 \times I_s = -30 V$$

$$u_2 = -30 + (-10 + 30)e^{-10t/3} = -30 + 20e^{-10t/3} V$$

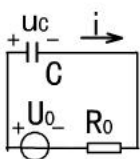
利用戴维南定理求 u_C

$$R_o = R_1 + R_2 = 30k \Omega \quad U_o = U + I_s R_2 = 60V$$

$$u_C(0+) = 0 \quad u_C(\infty) = U_o = 60 V$$

$$\tau = CR_o = 10 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^3 = 3/10s$$

$$u_C(t) = 60(1 - e^{-10t/3}) V$$



第三章 单相正弦稳态电路分析

例1: 电路如图所示, 已知 $u=100\sqrt{2}\sin 5000t$ V, $R=15\Omega$, $L=12\text{mH}$, $C=5\mu\text{F}$, 求 i 、 U_{RL} 、 U_C , 并作相量图。

解

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{5000 \times 5 \times 10^{-6}} = 40\Omega$$

$$X_L = \omega L = 5000 \times 12 \times 10^{-3} = 60\Omega$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 15 + j20 = 25\angle 53.2^\circ\Omega$$

$$\therefore \dot{U} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = 4\angle -53.2^\circ \text{ A}$$

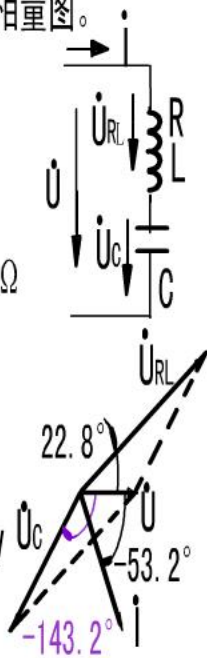
$$\dot{U}_{RL} = Z_{RL}\dot{i} = (R + jX_L)\dot{i} = 247\angle 22.8^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = -jX_C\dot{i} = 160\angle -143.2^\circ \text{ V}$$

$$i = 4\sqrt{2}\sin(5000t - 53.2^\circ) \text{ A}$$

$$U_{RL} = 247\sqrt{2}\sin(5000t + 22.8^\circ) \text{ V}$$

$$U_C = 160\sqrt{2}\sin(5000t - 143.2^\circ) \text{ V}$$



例4: 电路如图, 已知电源电压为 $30\angle 0^\circ$ V, $f=2.5\text{kHz}$, 流过线圈的电流为 $20\angle -65^\circ$ mA, 求线圈的 R 及 L 。

解 由已知得: $\dot{U} = 30\angle 0^\circ$ V
 $\dot{i} = 20\angle -65^\circ$ mA



$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{i}} = \frac{30 \times 10^3}{20 \angle -65^\circ} = 1500\angle 65^\circ = 634 + j1359\Omega$$

$$R = 634\Omega \quad X_L = 1359\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{1359}{2 \times 3.14 \times 2.5 \times 10^3} = 86.6\text{mH}$$

例5: 用RLC串联电路规律分析下列各等式。如不能成立, 请改正。

(1) $i = \frac{U}{|Z|}$

解

(1) $I = \frac{U}{|Z|}$

(2) $U = U_R + U_L + U_C$

(2) $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$

(3) $|Z| = |Z_1| + |Z_2| + |Z_3|$

(3) $Z = Z_1 + Z_2 + Z_3$

(4) $I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{R + X_L + X_C}$

(4) $I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{|R + j(X_L - X_C)|}$

例6: 已知RLC并联电路中 $R=10\Omega$, $H=48\text{mH}$, $C=397\mu\text{F}$ 。电源电压 $U=120\text{V}$, $f=50\text{Hz}$, 求电流 \dot{i}_R 、 \dot{i}_L 、 \dot{i}_C 及 \dot{i} 。

解 $\dot{U} = 120\angle 0^\circ$ V $X_L = 2\pi fL = 15\Omega$ $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = 8\Omega$

$$\dot{i}_L = \frac{\dot{U}}{jX_L} = -j8 = 8\angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\dot{i}_C = \frac{\dot{U}}{-jX_C} = j15 = 15\angle 90^\circ \text{ A} \quad \dot{i}_R = \frac{\dot{U}}{R} = 12 \text{ A}$$

$$\dot{i} = \dot{i}_R + \dot{i}_L + \dot{i}_C = 12 + j7 = 13.9\angle 30.3^\circ \text{ A}$$

$$i = 13.9\sqrt{2}\sin(\omega t + 30.3^\circ) \text{ A}$$

由计算结果可知: $I_L < I_C$ 电路呈容性。 $I < I_C$ 说明正弦交流电路的总电流可能小于支路电流。

例2: 电路如图所示, 已知 $Z = R + jX_L$, $R_1 = 10\Omega$, $f=50\text{Hz}$, $U=36\text{V}$, $U_{R1}=20\text{V}$, $U_Z=22.4\text{V}$, 求 R 和 L 。

解

$$\text{设参考相量 } \dot{i} = \frac{\dot{U}_{R1}}{R_1} \angle 0^\circ = \frac{20}{10} = 2\angle 0^\circ \text{ A}$$

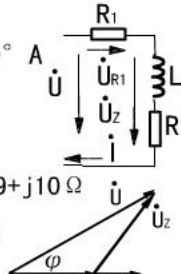
$$\text{根据余弦定理 } \cos\varphi = \frac{U^2 + U_{R1}^2 - U_Z^2}{2UU_{R1}}$$

$$= 0.829 \quad \varphi = 34^\circ$$

$$\text{电路总阻抗 } Z = \frac{\dot{U}}{\dot{i}} = \frac{36\angle 34^\circ}{2\angle 0^\circ} = 14.9 + j10\Omega$$

$$R = 14.9 - R_1 = 14.9 - 10 = 4.9\Omega \quad X_L = 10\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = 31.8\text{mH}$$



例3: 电路如图, 已知 $u_1 = \sqrt{2}\sin 6280t$ V, $C=0.01\mu\text{F}$, 欲使输出 u_2 相位超前 u_1 60° , 问应配多大电阻? 此时 U_2 为多少?

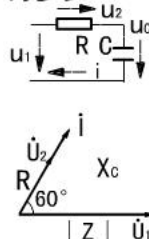
解 用相量图法求解

作相量图, \dot{U}_1 、 \dot{U}_2 、 \dot{U}_C 满足电压三角形。

根据电压三角形几何关系 $U_2 = U_1 \cos 60^\circ = 0.5\text{V}$

根据阻抗三角形几何关系 $R = X_C \cot 60^\circ$

$$R = \frac{\cot 60^\circ}{\omega C} = 9193.5\Omega$$



用相量式法求解

$$\frac{\dot{U}_1}{Z} = \frac{\dot{U}_2}{R} \quad \frac{1\angle 0^\circ}{R - jX_C} = \frac{U_2\angle 60^\circ}{R}$$

$$\text{复角关系: } \tan^{-1} \frac{X_C}{R} = 60^\circ \quad R = \frac{X_C}{\tan 60^\circ} = 9193.5\Omega$$

$$\text{模关系: } \frac{1}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{U_2}{R} \quad U_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = 0.5\text{V}$$

例7: 已知 $I_1 = I_2 = 10\text{A}$, $U=100\text{V}$, u 与 i 同相, 求 I , R , X_L , X_C 。

解 相量式法

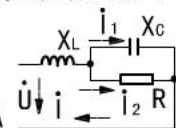
$$\therefore I_1 = I_2 \therefore X_C = R,$$

$$\text{由电流三角形得 } I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 10\sqrt{2} \text{ A}$$

$$Z = jX_L + \frac{-jRR}{R - jR} = jX_L + \frac{-jR(1+j)}{2} = jX_L + \frac{R}{2} - j\frac{R}{2}$$

$$\therefore u \text{ 与 } i \text{ 同相 } \therefore \varphi = 0, X_L = \frac{R}{2}$$

$$Z = \frac{R}{2} = \frac{U}{I} = \frac{100}{10\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}\Omega \quad X_L = 5\sqrt{2}\Omega \quad R = X_C = 10\sqrt{2}\Omega$$



相量图法

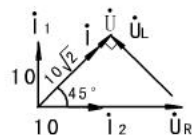
设 $\dot{U}_R = \dot{U} \angle 0^\circ$, 作相量图。

由相量的几何关系可知

$$I = 10\sqrt{2} \text{ A} \quad U = U_L = 100\text{V}$$

$$U_R = \sqrt{U_L^2 + U^2} = 100\sqrt{2} \text{ V}$$

$$X_L = \frac{U_L}{I} = 5\sqrt{2}\Omega \quad X_C = R = \frac{U_R}{I} = 10\sqrt{2}\Omega$$



例8: 如图所示, 已知电压表读数 $U_1=U_2=100V$, 电流表读数 $I_1=I_2=I_3=5A$, 输入端电压 U_{AC} 与电流 I_1 同相位, 求电路的参数和电压表读数 V 。

解 作相量图, 设 $\dot{U}_2=100\angle 0^\circ$
 根据几何图形可知
 $jX_L=\dot{U}_2/\dot{I}_3=100/(-j5)=j20\Omega$
 $R_2-jX_{C2}=\dot{U}_2/\dot{I}_2=100/5\angle 30^\circ$
 $=20\angle -30^\circ=17.3-j10\Omega$
 $R_1-jX_{C1}=\dot{U}_1/\dot{I}_1=100\angle -60^\circ/5\angle -30^\circ$
 $=20\angle -30^\circ=17.3-j10\Omega$
 $\therefore U_1=U_2 \quad U_{AC}=2U_1\cos 30^\circ=173.2V$

例9: 电路如图, 已知 $R_1=R_2=R_3=10\Omega$, $X_{L1}=20\Omega$, $X_{L2}=X_{C3}=10\Omega$, $\dot{U}=220\angle 0^\circ V$, $\dot{I}_1=7.78\angle -45^\circ$, $\dot{I}_2=5.5\angle -90^\circ$, $\dot{I}_3=5.5\angle 0^\circ$ 。计算电路的 P 、 Q 和 S 。

解 方法一:
 $P_1=I_1^2 R_1=7.78^2 \times 10=605.3W$
 $P_2=I_2^2 R_2=5.5^2 \times 10=302.5W$
 $P_3=I_3^2 R_3=302.5W$
 $Q_1=I_1^2 X_{L1}=1210.6Var$
 $Q_2=I_2^2 X_{L2}=302.5Var \quad Q_3=-I_3^2 X_{C3}=-302.5Var$
 $P=P_1+P_2+P_3=1210W \quad Q=Q_1+Q_2+Q_3=1210.6Var$
 $S=\sqrt{P^2+Q^2}=1712VA$

方法二: 直接计算 $\varphi=45^\circ$

$$P=I_1 U \cos 45^\circ=1210W \quad Q=I_1 U \sin 45^\circ=1210.6Var$$

$$S=I_1 U=1712VA$$

方法三: 用复功率计算功率。

$$\dot{S}=\dot{U}\dot{I}^*=220\angle 0^\circ \times 7.78\angle 45^\circ=1712\angle 45^\circ$$

$$=1210+j1210$$

$$P=1210W \quad Q=1210.6Var \quad S=1712VA$$

例10: 电路如图, 已知 $R_1=R_2=X_{L1}=X_{L2}=100\Omega$, 两并联电路为容性, $U_{AB}=100\sqrt{2}V$, $P_{AB}=100W$, $\cos \varphi_{AB}=1/2$ 。求: (1) Z ; (2) U ; (3)电路的 $\cos \varphi$ 、 P 、 Q 和 S 。

(1) 设 $\dot{U}_{AB}=100\sqrt{2}\angle 0^\circ V$

$$Z_2=R_2+jX_{L2}=100\sqrt{2}\angle 45^\circ \Omega$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_{AB}}{Z_2}=1\angle -45^\circ A$$

$$I_1=\frac{P_{AB}}{U_{AB} \cos \varphi_{AB}}=1A \quad \dot{I}_1=1\angle 45^\circ A$$

$$\dot{I}_Z=\dot{I}_1-\dot{I}_2=1\angle 45^\circ - 1\angle -45^\circ = \sqrt{2}\angle 90^\circ A$$

$$Z=\frac{\dot{U}_{AB}}{\dot{I}_Z}=\frac{100\sqrt{2}}{j\sqrt{2}}=-j100\Omega$$

(2) $\dot{U}=\dot{I}_1 R_1+j\dot{I}_1 X_{L1}+\dot{U}_{AB}=200\angle 45^\circ V$

(3) $\varphi=45^\circ - 45^\circ=0^\circ$

$$S=P=IU=1 \times 200=200W \quad Q=0Var$$

例11: 电路如图, 已知 $I_1=I_2=1A$, $f=50Hz$, $U=100V$, 电路的功率 $P=866W$ 。试求 R 、 L 和 C 。

解 设 $\dot{U}=100\angle 0^\circ V$, 作相量图
 $I=\frac{P}{U \cos \varphi}=\frac{866}{100 \cos 30^\circ}=10A$
 $\dot{I}=10\angle 30^\circ \quad \dot{I}_1=j10$
 $\dot{I}_2=10\angle -30^\circ A$
 $X_C=\frac{U}{I_1}=10\Omega \quad C=\frac{1}{X_C 2\pi f}=318\mu F$
 $\dot{I}_2=10\angle 30^\circ=8.66+j5A$
 $R=8.66\Omega \quad X_L=5\Omega \quad L=\frac{X_L}{2\pi f}=15.9mH$

例12: 电路如图, 已知 $I_3=20A$, $I_2=30A$, $U_1=100\sqrt{2}V$, $U=220V$, 电路的功率 $P=1000W$ 。试求 R 、 X_1 、 X_2 、 X_3 的值。

解 $R=P/I_1^2=10\Omega$
 $U_1^2=(I_1 X_1)^2+(I_1 R)^2$
 $X_1=\sqrt{U_1^2-(I_1 R)^2}/I_1=10\Omega$
 $[U_2+(I_1 X_1)]^2+(I_1 R)^2=U^2$
 $U_2=96V$
 $X_2=\frac{U_2}{I_2}=\frac{96\angle 0^\circ}{-j30}=j3.2\Omega$
 $X_3=\frac{U_2}{I_3}=\frac{96\angle 0^\circ}{j20}=-j4.8\Omega$

例13: 电路如图, $U=220V$, $f=50Hz$, S 断开时 $\cos \varphi=0.5$, $P=2kW$, S 合上后, $\cos \varphi'=0.866$ (感性), 求 R 、 L 和 C 。

解 S 断开时 $I_L=\frac{P}{U \cos \varphi}=18.2A$
 设 $\dot{U}=220\angle 0^\circ V \quad \dot{I}_L=18.2\angle -60^\circ A$
 $Z_{RL}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}_L}=12.08\angle 60^\circ=6.04+j10.47\Omega$
 $R=6.04\Omega, X_L=10.47\Omega \quad L=\frac{X_L}{2\pi f}=0.033H$
 S 合上后, $\cos \varphi'=0.866 \quad \varphi'=30^\circ$
 $C=\frac{P}{2\pi f U^2}(\tan \varphi - \tan \varphi')=152\mu F$

例14: 电路如图, $u_1=10\sqrt{2} \sin \omega t V$, $R_1=R_2=50\Omega$, 当 LC 对 u_1 频率产生谐振时, AB 两端电压 U_{AB} 为多少? 如果再串联一个电压源 $U_2=10V$, 此时 U_{AB} 为多少?

解 $X_{AB}=0$, AB 两点相当于短路, $U_{AB}=0V$ 。
 串联 U_2 后, 由叠加原理可知:
 u_1 单独作用时, $U_{AB}'=0V$
 U_2 单独作用时, $U_{AB}''=5V$
 $U_{AB}=U_{AB}'+U_{AB}''=5V$

例15: 电路如图, $U=100V$, $I=1A$, $f=25Hz$, $P=100W$, $P_1=50W$, $Q_1=50Var$, 求 U_1 、 U_2 和 f_0 。

解 $P_2=P-P_1=100-50=50W$
 $r_1=r_2=\frac{P_1}{I^2}=50\Omega \quad X_1=\frac{Q_1}{I^2}=50\Omega$
 $U_{r1}+U_{r2}=100=U$ 电路发生串联谐振
 $X_2=-X_1=-50\Omega$
 $L=\frac{X_L}{2\pi f}=0.318H \quad C=\frac{1}{2\pi f X_C}=127\mu F$
 $U_1=U_2=I\sqrt{(r_1^2+X_1^2)}=50\sqrt{2}V \quad f_0=f=25Hz$

例16: 已知电阻器 $R=200\ \Omega$ 与电容器 $C=10\ \mu\text{F}$ 及 $L=500\text{mH}$ 的电感线圈串联的实验电路。在电源电压 U 一定的条件下, 调整其频率 f , 使 $f=71\text{Hz}$ 时, 电流 I 最大。此时测出 $U=10\text{V}$, $I=30.2\text{mA}$, $U_R=6.04\text{V}$, $U_C=3.96\text{V}$, $U_L=6.77\text{V}$ 。试确定电感线圈上的电阻 R_L (电容器视为理想元件) 及电路谐振频率 f_0 。

解 $f_0=71\text{Hz}=1/(2\pi\sqrt{LC})$

$$R_L = \frac{U_0}{I_0} - R = \frac{10}{0.0302} - 200 = 131\ \Omega$$

例17: 已知电容器与电感线圈并联实验电路 $C=10\ \mu\text{F}$, $L=500\text{mH}$ 及 $R_L=131\ \Omega$ 。测得数据如下。试计算三种情况下的电路的有功功率和功率因数。

$C(\mu\text{F})$	$f(\text{Hz})$	$U(\text{V})$	$I(\text{mA})$	$I_L(\text{mA})$	$I_C(\text{mA})$
未接	200	10	15	15	
$1\ \mu\text{F}$	200	10	4.8	15	13.9
$10\ \mu\text{F}$	200	10	113	15	128.2

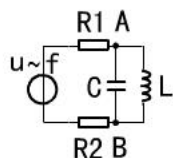
解 三种情况下电路的有功功率相同 $P=I^2R=0.295\text{mW}$

$$\text{未接电容器时: } \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{0.295}{10 \times 15} = 0.615$$

$$C=1\ \mu\text{F} \text{ 时: } \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{0.295}{10 \times 4.8} = 0.615$$

$$C=10\ \mu\text{F} \text{ 时: } \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{0.295}{10 \times 113} = 0.0261$$

例18: 电路如图所示, 电源内阻和电感线圈的电阻均忽略不计。交流电源 u 的频率为 f , 现调节 L 或 C 使之谐振于 f , 这时 AB 两端电压 U_{AB} 等于多少?



解 $U_{AB}=U$

例3: 已知对称三相四线制的电源 $U_L=380\text{V}$, 负载为星形联接, 每相负载的复阻抗为 $Z=19+j11\ \Omega$ 。求: 各相负载的相电流。

解 方法一: 由于是对称负载, 可先不考虑相位关系求出电流有效值, 再根据参考相量, 确定各相电流。

$$U_p = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = 220\text{V} \quad Z = 22\angle 30^\circ\ \Omega \quad I_p = \frac{U_p}{|Z|} = 10\text{A}$$

$$\text{设 } \dot{I}_a = 10\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_b = 10\angle -120^\circ\ \text{A} \quad \dot{I}_c = 10\angle 120^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0\text{A}$$

方法二: 先设定参考相量, 通过相量式计算。

$$\text{设 } \dot{U}_a = 220\angle 0^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{22\angle 30^\circ} = 10\angle -30^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z} = \frac{220\angle -120^\circ}{22\angle 30^\circ} = 10\angle -150^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z} = \frac{220\angle 120^\circ}{22\angle 30^\circ} = 10\angle 90^\circ\ \text{A} \quad \dot{I}_0 = 0$$

例4: 有一台三相异步电动机星形联接在线电压 $U_{AB}=380\angle 0^\circ\ \text{V}$ 的三相对称电源上, 电动机每相绕组的电阻 $R=40\ \Omega$, 感抗 $X_L=30\ \Omega$ 求每相绕组的电流、功率因数, 并作相量图。

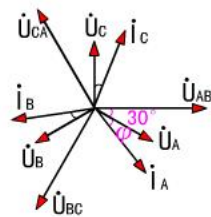
解 根据题意, 有 $\dot{U}_a = 220\angle -30^\circ\ \text{V}$, $Z = 40 + j30 = 50\angle 36.87^\circ\ \Omega$

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z} = 4.4\angle -66.87^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_b = 4.4\angle -186.87^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_c = 4.4\angle 53.13^\circ\ \text{A}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{|Z|} = \frac{40}{50} = 0.8$$



例2: 如图所示, A相电灯全部关掉, B向电灯全部接通, C相只有一个灯泡接通。由于某种原因中线断开。计算这时加在B相负载和C相负载两端的电压是多少? 设电源电压是380V, 每盏灯泡功率100W, 额定电压是220V。

解 灯泡电阻 $R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{100} = 484\ \Omega$

B相负载 $R_b = 121\ \Omega$

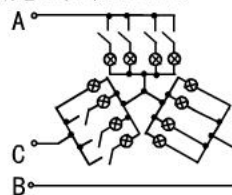
C相负载 $R_c = 484\ \Omega$

因中线断开, BC为单回路,

$$I = U_L \div (R_b + R_c) = 0.627\text{A}$$

$$U_b = IR_b = 0.627 \times 121 = 76\text{V}$$

$$U_c = IR_c = 0.627 \times 484 = 304\text{V}$$



例6: 图中线电压 $U_L=220\text{V}$, 频率 $f=50\text{Hz}$ 。负载均对称, $P_Z=4.84\ \text{kW}$, $\cos\varphi_Z=0.8$, 求各负载相电流和总线电流, 并画相量图。

解

$$\Delta \text{ 负载: } U_{\Delta P} = U_{\Delta L} = 220\text{V}$$

$$I_{\Delta P} = \frac{P_Z}{U_{\Delta P} \cos\varphi_Z} = \frac{4.84 \times 10^3}{220 \times 0.8} = 27.5\text{A}$$

$$\varphi_Z = 36.8^\circ \quad I_{\Delta L} = \sqrt{3} \times 27.5 = 47.63\text{A}$$

$$Y \text{ 负载: } U_{YP} = U_{YL} \div \sqrt{3} = 127\text{V}$$

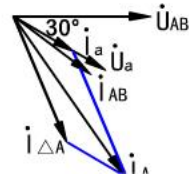
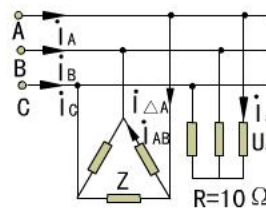
$$I_{YL} = I_{YP} = U_{YP} \div R = 127 \div 10 = 12.7\text{A}$$

$$\text{设 } \dot{U}_{AB} = 220\angle 0^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{I}_{AB} = 27.5\angle -36.8^\circ\ \text{A} \quad \dot{I}_{\Delta A} = 47.63\angle -66.8^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{U}_a = 127\angle -30^\circ\ \text{V} \quad \dot{I}_a = 12.7\angle -30^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{\Delta A} + \dot{I}_a = 47.6\angle -66.8^\circ + 12.7\angle -30^\circ = 58.28\angle -59.8^\circ\ \text{A}$$

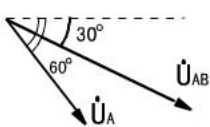


第四章 三相电路

例1: 当三相绕组联成星形时, 设线电压 $U_{AB}=380\sqrt{2}\sin(\omega t-30^\circ)\ \text{V}$, 试写出相电压 U_A 的三角函数式并画出相量图。

$$\text{解 } u_A = 380\sqrt{\frac{2}{3}} \sin(\omega t - 30^\circ - 30^\circ)\ \text{V}$$

$$= 220\sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ)\ \text{V}$$



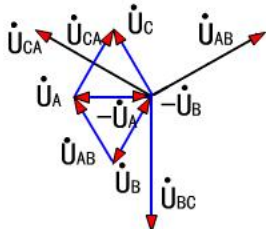
例2: 有一台三相发电机, 其绕组Y联接后测得: 相电压 $U_A=U_B=U_C=U_p=220\text{V}$, 线电压 $U_{AB}=U_{CA}=220\text{V}$, $U_{BC}=380$ 。试分析原因。

解 正常时的相量图

实际中, U_{BC} 、 U_B 、 U_C 正常, U_A 不正常。

上述分析可知:

A相绕组的头、尾接反了。



方法二：用相量式计算

设 $\dot{U}_{AB}=220\angle 0^\circ \text{ V}$

Δ 负载: $U_{\Delta P}=220\text{V}$ $\varphi_z=36.8^\circ$

$$I_{\Delta P}=\frac{P_z}{U_{\Delta P}\cos\varphi_z}=27.5\text{A}$$

$$\dot{I}_{AB}=27.5\angle -36.8^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{\Delta A}=\sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ =47.63\angle -66.8^\circ \text{ A}$$

Y 负载:

$$\dot{U}_a=\dot{U}_{AB}\div\sqrt{3}\angle -30^\circ =127\angle -30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_a=\frac{\dot{U}_a}{R}=\frac{127\angle -30^\circ}{10}=12.7\angle -30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A=\dot{I}_{\Delta A}+\dot{I}_a=47.63\angle -66.8^\circ +12.7\angle -30^\circ =58.29\angle -59.2^\circ$$

例7: 图中线电压 $U_L=380\text{V}$, 频率 $f=50\text{Hz}$ 。负载均对称, $Z_{\Delta}=-j76$ 、 $Z_Y=10\sqrt{3}+j10\Omega$ 。求 I_a 、 I_{AB} 、 $I_{\Delta A}$ 和 I_A , 画出相量图。

解

方法一：用有效值计算

Δ 负载: $U_{\Delta P}=U_L=380\text{V}$

$$I_{\Delta P}=\frac{U_{\Delta P}}{|Z_{\Delta}|}=\frac{380}{76}=5\text{A}$$

$$I_{\Delta L}=\sqrt{3}\times 5=5\sqrt{3}\text{A}$$

Y 负载: $U_{YP}=220\text{V}$, $Z_Y=20\angle 30^\circ \Omega$

$$I_{YL}=I_{YP}=\frac{U_{YP}}{|Z_Y|}=\frac{220}{20}=11\text{A}$$

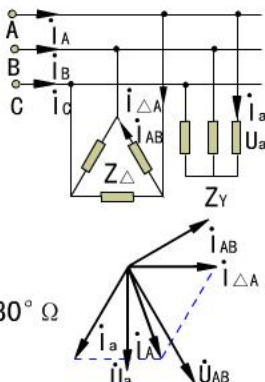
设 $\dot{I}_{\Delta A}=5\sqrt{3}\angle 0^\circ \text{ A}$

$$\dot{I}_{AB}=5\angle 30^\circ \text{ A} \quad \dot{U}_{AB}=380\angle -60^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_a=220\angle -90^\circ \text{ V} \quad \dot{I}_a=11\angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A=\dot{I}_{\Delta A}+\dot{I}_a=5\sqrt{3}\angle 0^\circ +11\angle -120^\circ$$

$$=3\sqrt{36}-j5.5=10.04\angle -71.65^\circ \text{ A}$$



方法二：用相量式计算 设 $\dot{U}_a=220\angle 0^\circ \text{ V}$

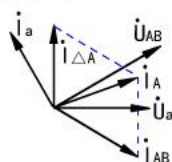
$$\Delta: \dot{U}_{AB}=380\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{AB}=\frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{\Delta}}=5\angle 120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{\Delta A}=\sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ =5\sqrt{3}\angle 90^\circ \text{ A}$$

$$Y: \dot{I}_a=11\angle -30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A=\dot{I}_{\Delta A}+\dot{I}_a=5.5\sqrt{3}+j3.16=10.04\angle 18.35^\circ \text{ A}$$



例8: 有一三相异步电动机, 每相绕组的 $R=29\Omega$, $X_l=21.8\Omega$ 。当Y形时, 接到 $U_L=380\text{V}$ 的三相电源上; 当联成 Δ 形时, 则接于 $U_L=220\text{V}$ 的三相电源上。求这两种接法下电动机的 I_P 、 I_L 及电路的 P 、 Q 、 S 。

解

Y形联接

$$U_P=380/\sqrt{3}=220\text{V}$$

$$I_P=U_P/|Z|=\frac{220}{\sqrt{29^2+21.8^2}}=6.1\text{A}$$

$$I_L=I_P=6.1\text{A}$$

$$P=3U_P I_P \cos\varphi=3.2\text{kW}$$

$$Q=3U_P I_P \sin\varphi=2.4\text{kvar}$$

$$S=3U_P I_P=4\text{kVA}$$

Δ 联接

$$U_P=220\text{V}$$

$$I_P=U_P/|Z|=6.1\text{A}$$

$$I_L=\sqrt{3}I_P=10.5\text{A}$$

$$P=3U_P I_P \cos\varphi=3.2\text{kW}$$

$$Q=3U_P I_P \sin\varphi=2.4\text{kvar}$$

$$S=3U_P I_P=4\text{kVA}$$