Exercício - Métodos Randômicos Aplicado à Solução de Problemas em Geofísica

I- <u>Descrição do problema geofísico</u>

Este exercício tem por objetivo implementar um programa computacional para a interpretação de um levantamento magnetométrico hipotético, usando um método randômico. O problema é determinar a "Coordenada horizontal" (xq), a "Profundidade" (zq) e o "Momento de Dipolo Magnético"(mom) de um corpo em sub superfície, a partir dos dados de um levantamento magnetométrico feito ao longo de um perfil Sul- Norte na direção do campo geomagnéticos, conforme a figura 1. As medidas fora feitas a uma altura de 1m do solo (zp = -1m). O levantamento simula medidas feitas com um magnetômetro de precessão de prótons, que mede a intensidade do campo magnético. O exercício trata-se da solução de um típico problema inverso em geofísica.

Com o objetivo de diminuir a complexidade do problema, vamos considerar que o corpo é esférico, sua magnetização é induzida pelo campo da Terra, ou seja, a magnetização do corpo tem a mesma direção e sentido do campo geomagnético. Vamos considerar também que as características do Campo Geomagnético, no local, são conhecidas e permanecem constantes durante o levantamento.

Características do campo geomagnético no local do levantamento:

F= 23.500 nT

Inclinação= -34 °

Como o perfil foi feito na direção S-N magnética, a declinação magnética do campo da Terra não vai entrar na formulação do problema.

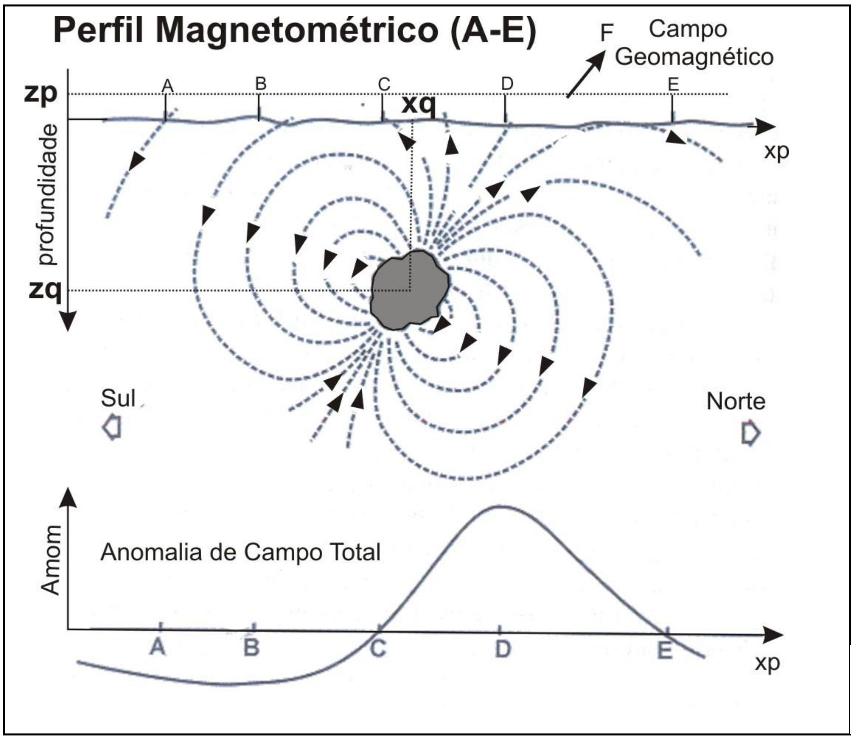

Figura1. Perfil Magnetométrico

II- Atividade proposta

II.1- O aluno receberá um arquivo texto, chamado "anomalia.txt". O arquivo tem 2 colunas e 101 linhas. A primeira coluna tem as coordenadas do perfil, em metros (xp). A segunda coluna tem a "Anomalias de Campo Total" (Anom) calculada em cada ponto, em nanoteslas. Esse deve ser o arquivo de entrada do programa a ser desenvolvido. A saída deste programa deve ser os parâmetros: xq, zq e mom.

$$Anom = |B_o| - |F|$$

Sendo:

Anom - Anomalia de Campo Total

Bo – Intensidade do campo observado (medido)

F – Intensidade do Campo Geomagnético (campo regional)

II.2- Exemplos:

Com o objetivo de facilitar a tarefa, será enviado um programa de modelagem direta do problema proposto, escrito em FORTRAN, de modo que a aluno poderá fazer a modelagem direta do problema e ter acesso ao "Funcional Geofísico"(subrotina dipole, ver anexo) e ao equacionamento da "Função Objeto". Este programa usa dois arquivos de entrada (anomalia.txt e input.txt) e gera um arquivo de saída (fit.txt), este último usado para visualizar a ajuste encontrado. O programa escreve na tela do computador o valor do Rrms (Residual root mean square), que é a função Objeto do problema, e que deve ser minimizado pelo programa de inversão.

$$Rrms = \sqrt{\frac{\sum(Anom_o - Anom_c)^2}{N}}$$

Sendo:

Rrms -- Residual root mean square

$Anom_o$ Anomalia observada(obtida no levantamento)

$Anom_c$ Anomalia calculada(calculada pelo modelo direto)

N – número de dados do levantamento

Arquivos de entrada:

1E – anomalia.txt === Descrito no item II-1

2E- input.txt === arquivo texto com uma coluna contendo os valores de xq, zq e mom

Arquivo de saída:

1S - Fit.txt === O arquivo tem 3 colunas e 101 linhas. A primeira coluna tem as coordenadas do perfil, em metros (xp). A segunda tem os valores das anomalias calculadas através dos parâmetros do arquivo input.txt. A terceira coluna é igual à segunda coluna do arquivo anomalia.txt

Será enviado também um script, em octave (grafica2.m), que faz a plotagem do arquivo fit.txt, permitindo visualizar o ajuste.

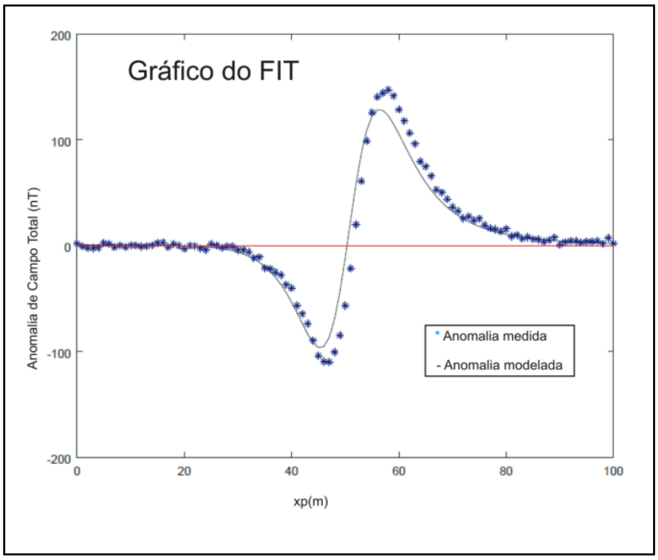

Figura 2. Gráfico típico do ajuste (FIT).

II.3- Instruções para usar o programa de modelagem (modelagem.f90)

i- Crie uma pasta no sistema operacional do se PC com os seguintes arquivos: modelagem.f90, fit.txt e graficar2.m

ii- rode o programa 'modelagem.f90. Será gerado o arquivo 'fit.txt' f90', anote o valor do Rrms mostrado na tela e os parâmetros do arquivo input.

iii- rode o script 'graficar2.m' no octave ou no MATLAB. Será mostrado um gráfico semelhante a fig 2.

iv – mude os valores dos parâmetros no arquivo input.txt e volte ao item ii

v- repita os itens ii, iii e iv até que o ajuste fique aceitável e o Rrms fique suficientemente pequeno.

III – **<u>Apresentação dos resultados</u>**

Devem ser apresentados os seguintes itens:

1- Os valores dos 3 parâmetros estinados: xq, zq e mom

2- O gráfico do ajuste final

3 – O valor do Rrms final

4- O programa fonte

Anexo – <u>Formulação do funcional geofísico</u>

Campo gerada por um dipolo magnético ou uma esfera uniformemente magnetizada.

Vamos apresentar a dedução da expressão matemática das três componentes do vetor indução magnética (Bx,By e Bz), geradas por um dipolo magnético. Com o objetivo de aproximar o problema da realidade física, vamos considerar que dipolo magnético seja uma esfera uniformemente magnetizada.

A expressão do potencial escalar magnético:

$$\psi = \frac{\mu_0 . \vec{P} . \vec{r}}{4\pi r^3} \qquad (1)$$

Sabemos que o vetor B pode ser calculado como segue:

$$\vec{B} = -grad\psi \qquad (2)$$

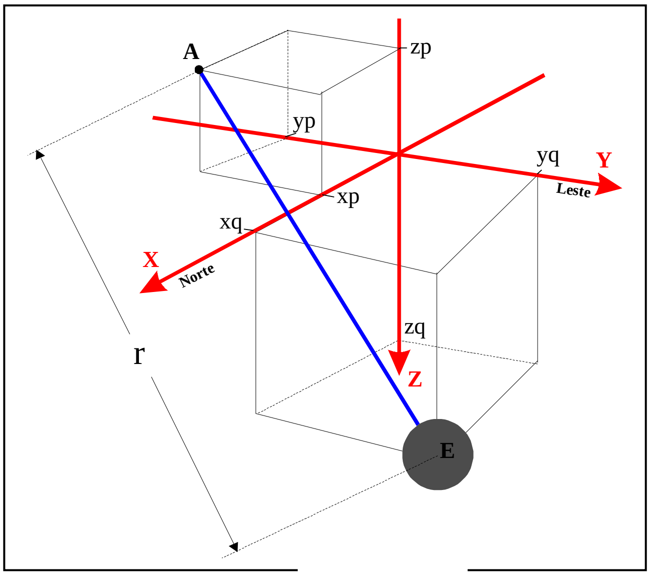

Figura 1

Vamos definir as seguintes variáveis, num referencial cartesiano, onde x é horizontal, na direção do Norte Geográfico; y é horizontal, na direção Leste; e z é vertical com sentido para baixo.

mi = inclinação da magnetização

md = declinação da magnetização

m = magnetização da esfera

a = raio da esfera magnetizada

P = momento de dipolo magnético da esfera magnetizada

$$\left.\begin{array}{l} mx = \\ my = \\ mz = \end{array}\right\} \quad \cos\operatorname{sen} os \quad diretores \quad da \quad magnetização \quad e \quad do \quad momento \quad de \quad dipolo$$

$$\left.\begin{array}{l} xp = \\ yp = \\ zp = \end{array}\right\} \quad coordenadas \quad do \quad ponto \quad de \quad observação \ (A)$$

$$\left.\begin{array}{l} xq = \\ yq = \\ zq = \end{array}\right\} \quad coordenadas \quad do \quad centro \quad do \quad dipólo \ (E)$$

r = vetor com módulo igual a distância entre os pontos E e A , e com sentido E$\rightarrow$ A, conforme figura 1.

$$\vec{r} = (xp - xq)\vec{i} + (yp - yq)\vec{j} + (zp - zq)\vec{k}$$
$$r = [(xp - xq)^2 + (yp - yq)^2 + (zp - zq)^2]^{1/2}$$

Observação: como os vetores m e P têm mesma direção e sentido, seus cossenos diretores são iguais.

1- Cálculo do momento de dipolo magnético P

$$P = \frac{4.\pi.a^3}{3} m$$

2- Cálculo do potencial escalar do dipolo

$$\vec{P} = Px.\vec{i} + Py.\vec{j} + Pz.\vec{k}$$

$$\vec{P} = P.mx.\vec{i} + P.my.\vec{j} + P.mz.\vec{k}$$

$$\vec{P}.\vec{r} = P\underbrace{\left[mx.(xp - xq) + my.(yp - yq) + mz.(zp - zq)\right]}_{dot}$$

$$\vec{P}.\vec{r} = P\underbrace{\left[mx.(xp - xq) + my.(yp - yq) + mz.(zp - zq)\right]}_{dot}$$

$$\psi = \frac{\mu_0 .P\overbrace{\left[mx.(xp - xq) + my.(yp - yq) + mz.(zp - zq)\right]}^{dot}}{4\pi r^3}$$

$Sendo:$

$$Cm = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

$$\psi = \frac{Cm.P\overbrace{\left[mx.(xp - xq) + my.(yp - yq) + mz.(zp - zq)\right]}^{dot}}{r^3}$$

3- Cálculo da componente Bx

$$B = -grad\psi = -\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\vec{k}\right)$$

$$Bx = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

$$Bx = -\frac{Cm.P.mx.r^3 - Cm.P\overbrace{\left[mx.(xp - xq) + my.(yp - yq) + mz.(zp - zq)\right]}^{dot}.\tfrac{3}{2}\overbrace{[(xp - xq)^2 + (yp - yq)^2 + (zp - zq)^2]^{1/2}}^{r}.2(xp - x}{r^6}$$

$$Bx = -\frac{Cm.P.mx.r^2 - Cm.P.dot.3(xp - xq)}{r^5}$$

$$Bx = -\frac{Cm.P[mx.r^2 - 3.dot.(xp - xq)]}{r^5}$$

$$Bx = \frac{Cm.P[3.dot.(xp - xq) - mx.r^2]}{r^5}$$

O mesmo procedimento usado acima pode ser usado para determinar as componentes By e Bz, Teremos então:

$$Bx = \frac{Cm.P[3.dot.(xp - xq) - mx.r^2]}{r^5}$$

$$By = \frac{Cm.P[3.dot.(yp - yq) - my.r^2]}{r^5}$$

$$Bz = \frac{Cm.P[3.dot.(zp - zq) - mz.r^2]}{r^5}$$

As expressões acima e a terminologia utilizada são as mesmas usadas nas rotinas em FORTRAN apresentadas por Blakely (1995).

Bibliografia Citada.

Blakely, Richard J. " Potencial Theory in Gravity & Magnetic Applications" . Cambridge University Press (1995) páginas 374 e 381