珠海校区 2012 学年度第二学期 12 级《高等数学一》期末考试题 A

学院/专业____________________学号_____________姓名___________评分____

评卷教师签名：____________

警 示

《中山大学授予学士学位工作细则》第六条："考试作弊不授予学士学位。"

一，（每小题 8 分，共 32 分）

1，计算累次积分 $I=\int_0^1 dy\int_y^1 \frac{dx}{1+x^4}$ 。

2，设二阶线性非齐次方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 有三个特解 $y_1=x$， $y_2=e^x$， $y_3=e^{2x}$，求其通解。

3，判断数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ 是否收敛，若收敛，求其和。

4，判断广义积分 $\int_{2}^{+\infty}\frac{dx}{x\left(\ln x\right)^{p}}$ 的敛散性，并在收敛时，求其值。

二，（10 分）计算曲线积分 $I=\oint_{L^+}\left(e^y-x^3\right)dx+\left(xy^2+xe^y-\sin y^3\right)dy$，

其中 L^+ 为单位圆周 $x^2+y^2=1$，逆时针方向。

三，（10 分） 计算曲面积分 $I=\iint_{S^+}(2x^2z+x)dydz+(\cos y-2xyz)dzdx-xz^2dxdy$，

其中 S^+ 是曲面 $z=2-x^2-y^2$，$1\le z\le 2$，取上侧。

四，（每小题 8 分，共 16 分）

1， 求解初值问题：$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}=2(\ln x)y^2, \quad x>0, \\ y(1)=1 \text{。} \end{cases}$

2， 求二阶线性微分方程： $y''-2y'+y=1+e^{2x}$ 的通解。

五，（每小题 8 分，共 16 分）

1， 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛半径，收敛域及和函数。

2， 求函数 $f(x)=\ln x$ 在 $x_0=2$ 处的泰勒展开式，并求其收敛域。

六，（8 分）研究级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{b^n}{n}$， $b>0$，问何时绝对收敛，何时条件收敛，何时发散。

七，（8 分）设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$发散，记 $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$，求证：级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{S_n^2}$ 收敛。