



珠海校区 2012 学年度第一学期 12 级《高等数学一》期末考试题 A

学院/专业_____学号_____姓名_____评分_____

阅卷教师签名: _____



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一， 完成如下各题（每小题 7 分，共 21 分）

1， 设函数 $y = \ln \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}$ ， 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

2， 求函数 $z(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$ 在点 $P(1, 1)$ 处的全微分。

3, 求函数 $u(x, y, z) = xy^2z$ 在点 $P(1, -1, 2)$ 处方向导数增加最快的方向, 并求沿该方向的方向导数。

二, 求如下极限 (每小题 6 分, 共 12 分)

1, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

2, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

三， 完成如下各题（每小题 7 分，共 28 分）

1, $\int \frac{dx}{x(1+x^2)}$

2, $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x(\sin x + \cos^6 x) dx$

3, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x dx$

4, 求由曲线 $y = |\ln x|$ 与直线 $x = e^{-1}$, $x = e$ 及 x 轴所围平面图形的面积。

四, (第 1 小题 4 分, 第二小题 6 分, 共 10 分)

1, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=5$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, 求 $|\vec{a} \times \vec{b}|$ 。

2, 求通过直线 $l_1: \begin{cases} 2x+3y+3z=0 \\ x+2z-4=0 \end{cases}$ 且与直线

$l_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ 平行的平面的方程。

五, (6 分) 若隐函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $x + y + z = xyz$ 确定, 求

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

六, (11 分) 设函数 $f(x) = \frac{(x-3)^2}{4(x-1)}$, (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点; (2) 求函数 $f(x)$ 的凸凹区间与拐点; (3) 求函数 $f(x)$ 的渐近线。

七，（每小题 6 分，共 12 分）

1，证明：当 $x > 1$ 时成立不等式 $(1+x)\ln x > 2(x-1)$ 。

2，设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上可导，令
$$F(x) = x^2 \int_x^1 f(t) dt, \quad 0 \leq x \leq 1,$$
 求证：在区间 $(0,1)$ 内至少存在一点 ξ 满足 $F''(\xi) = 0$ 。