



珠海校区 2013 学年度第三学期 13 级《高等数学一》期末考试题 A

学院/专业\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_评分\_\_\_\_\_

评卷教师签名: \_\_\_\_\_



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一, (每小题 8 分, 共 32 分)

1, 计算累次积分  $I = \int_0^1 dy \int_y^1 \sin x^2 dx$  。

2, 设二阶线性非齐次方程  $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$  有三个特解

$y_1 = e^x$ ,  $y_2 = e^{2x}$ ,  $y_3 = e^{3x}$ , 求其通解。

3, 判断数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$  是否收敛, 若收敛, 求其和。

4, 判断广义积分  $\int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$  是否收敛, 若收敛, 求其值。

二, (10 分) 选取自然数  $n$  的值, 使第二型曲线积分

$$I = \int_A^B (x^4 + 4xy^n)dx + (6x^{n-1}y^2 - 5y^4)dy \quad \text{在全平面与路径无关, 再求}$$

当  $A$  为  $(0, 0)$ ,  $B$  为  $(1, 1)$  时如上曲线积分的值。

三, (10 分) 计算  $I = \iint_{S^+} (x^3z + x)dydz + (\cos y - x^2yz)dzdx - x^2z^2dxdy$ , 其

中  $S^+$  是曲面  $z = 2 - x^2 - y^2$ ,  $1 \leq z \leq 2$ , 取上侧。

四, (每小題 8 分, 共 16 分)

1, 求解初值問題: 
$$\begin{cases} (2xy-1)dx + x^2dy = 0, \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

2, 求線性微分方程:  $y'' - 4y' + 3y = 1 + e^{2x}$  的通解。

五, (每小題 8 分, 共 16 分)

1, 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$  的收敛半径, 收敛域及和函数。

2, 求函数  $f(x) = \frac{1}{3+x}$  在  $x_0 = 1$  处的泰勒展开式, 并求其收敛域。

六, (每小題 8 分, 共 16 分)

1, 判別數項級數  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$  是絕對收斂還是條件收斂。

2, 設  $a_n > 1, (n=1, 2, \dots)$ , 數列  $\{a_n\}$  單調遞增且有界, 求證: 級數

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{a_n}{a_{n+1}}\right) \frac{1}{\sqrt{a_{n+1}}} \quad \text{收斂。}$$