

# 中山大学本科生期末考试

考试科目：《高等数学（一）》（A 卷）

学年学期：2014 学年第 2 学期

姓 名：\_\_\_\_\_

学 院/系：数计学院

学 号：\_\_\_\_\_

考试方式：闭卷

学 院：\_\_\_\_\_

考试时长：120 分钟

年级专业：\_\_\_\_\_

## 警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

-----以下为试题区域，共七道大题，总分 100 分，考生请在答题纸上作答-----

### 一、求如下极限（共 2 小题，每小题6分，共12分）

1,  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right);$

2,  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}.$

### 二、求如下积分（共 4 小题，每小题7分，共28分）

1,  $\int \frac{x^2}{1+x} dx;$

2,  $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$

3,  $\int_1^e x (\ln x)^2 dx ;$

4,  $\int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx.$

### 三、(共 10 分)

已知平面  $\pi: y+2z-2=0$  与直线  $L: \begin{cases} 2x-y-2=0 \\ 3y-2z+2=0 \end{cases}$ ,

- (1) 问直线  $L$  和平面  $\pi$  是否平行?
- (2) 如直线  $L$  与平面  $\pi$  平行, 则求直线  $L$  与平面  $\pi$  的距离, 如不平行, 则求直线  $L$  与平面  $\pi$  的交点。
- (3) 求经过直线  $L$  且与平面  $\pi$  垂直的平面方程。

### 四、(共6分)

求函数  $F(x) = \int_0^x t(t-1)dt$  在区间  $[-1, 2]$  上的最大值和最小值。

### 五、(共11分)

设函数  $f(x) = \frac{x^3}{2(1+x)^2}$ , (1) 求函数  $f(x)$  的单调区间与极值点; (2) 求函数  $f(x)$  的凸凹区间与拐点; (3) 求函数  $f(x)$  的渐近线。

### 六、完成如下各题 (共 3 小题, 每小题7分, 共21分)

- 1, 求函数  $z(x, y) = e^{xy} \ln(x^2 + y^2)$  在点  $P(1, 1)$  处的全微分。
- 2, 若隐函数  $z = z(x, y)$  由方程  $z^3 - 3xyz = 1$  确定, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。
- 3, 求函数  $u = xy^2 + yz^3 + 3$  在点  $A(2, -1, 1)$  处的梯度及其在点  $A$  处沿向量  $l = (1, 2, 2)$  的方向导数。

七、完成如下各题（共 2 小题，每小题6分，共12分）

1, 求证:  $e^x - 1 > (1+x)\ln(1+x), \quad x > 0$  。

2, 设函数  $f(x)$  在闭区间  $[0, 1]$  连续, 且  $\int_0^1 f(x)dx = 0$ , 求证: 存在点  $\xi \in (0, 1)$ , 满足  $f(\xi) + f(1-\xi) = 0$  。