

珠海校区 2013 学年度第二学期 13 级《高等数学一》期末考试题 A

学院/专业_____学号_____姓名_____评分_____

阅卷教师签名: _____



警 示

《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一， 求如下极限（每小题 6 分，共 12 分）

1, $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

2, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{x^3}}$

二，求如下积分（每小题 7 分，共 28 分）

1, $\int \frac{2x^2+1}{x^2(1+x^2)} dx$

2, $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+2}}$

3, $\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$

4, $\int_1^e \frac{dx}{x(2+\ln^2 x)}$

三, (每小题 5 分, 共 10 分)

1, 已知点 $A(2, 2, 2), B(4, 4, 2), C(4, 2, 4)$, 求向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 的夹角。

2, 求经过直线 $L_1: \begin{cases} x+y=0, \\ x-y-z-2=0, \end{cases}$ 且平行于直线

$L_2: x=y=z$ 的平面的方程。

四, (6 分) 求函数 $f(x) = \int_0^{x^2} (2-t)e^{-t} dt$ 的极值。

五, (11 分) 设函数 $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$, (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点; (2) 求函数 $f(x)$ 的凸凹区间与拐点; (3) 求函数 $f(x)$ 的渐近线。

六, 完成如下各题 (每小题 7 分, 共 21 分)

1, 求函数 $z(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$ 在点 $P(1, 1)$ 处的全微分。



2 若隐函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ 确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。

3, 求函数 $u(x, y, z) = xyz$ 在点 $P(1, 3, -3)$ 沿空间曲线 $x = t^2$, $y = 3t^2$, $z = -3t^3$ 的切线方向的方向导数。

七，（每小题 6 分，共 12 分）

1，求证： $1+x\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\geq\sqrt{1+x^2}$ ， $x\in R$ 。

2，设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上二阶可导，且 $f(a)=f(b)=0$ ， $f'(a+0)f'(b-0)>0$ ，求证：在区间 (a, b) 中存在点 ξ, η ，满足 $f(\xi)=0$ ， $f''(\eta)=0$ 。