



一.(每小题 6 分,共 12 分)求极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{2x^3}; \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}.$$

二. (每小题 6 分,共 24 分)求下列积分:

$$(1) \int \frac{dx}{2(2+x^{10})}; \quad (2) \int \cos(\ln x) dx; \quad (3) \int_1^e \frac{dx}{x(2+\ln^2 x)}; \quad (4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\sin t + \cos t} dt$$

三. (每小题 7 分, 共 21 分)

$$(1) \text{ 设 } z(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \text{ 求 } dz|_{(0,1)};$$

$$(2) \text{ 已知 } f(x, y, z) = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2}) \text{ 及点 } A(1, 0, 1), B(3, -2, -2), \text{ 求函数 } f(x, y, z) \text{ 在点 } A \text{ 处}$$

沿由  $A$  到  $B$  的方向导数, 并求此函数在点  $A$  处方向导数的最大值.

$$(3) \text{ 设函数 } z = z(x, y) \text{ 由方程 } x + y + z = e^z \text{ 给出, 求 } \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \text{ 及 } \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

四. (第一小题 4 分, 第二小题 6 分, 共 10 分)

$$(1) \text{ 给定空间三点: } A(1, 2, 0), B(-1, 3, 1), C(2, -1, 2), \text{ 求 } \triangle ABC \text{ 的面积 } S.$$

$$(2) \text{ 求经过直线 } L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{4} \text{ 且平行于直线 } L_2: x = y = \frac{z}{2} \text{ 的平面方程.}$$

$$\text{五. (7 分) 求函数 } f(x) = x^{\frac{1}{x}}, x > 0 \text{ 的极值.}$$

$$\text{六. (12 分) 设函数 } f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}, \text{ 求(1)此函数的单调区间与极值点; (2)此函数的凹凸}$$

区间与拐点; (3)此函数的渐近线.

七. (每小题 7 分, 共 14 分)

$$1. \text{ 求证不等式 } \sin x + \tan x > 2x, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2};$$

2. 设函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上二阶可导, 且  $f(a) = f(b) = 0, f''(x) \neq 0, x \in (a, b)$ .  
求证:  $f(x) \neq 0, x \in (a, b)$ .