

Germán Camilo Rodríguez

1) Inversión tuvo un retorno simple durante 4 años del 36%

Sea $R_t(4) = 36\%$ durante 4 años

$$(1 + R_t(4)) = (1 + R_t)(1 + R_{t-1})(1 + R_{t-2})(1 + R_{t-3})$$

Ahora bien, se quiere calcular un retorno anual promedio por lo que se puede asumir que:

$$R_t = R_{t-1} = R_{t-2} = R_{t-3}$$

$$\text{De ahí que } (1 + R_t(4)) = (1 + R_t)^4$$

$$\therefore R_t = \sqrt[4]{1 + R_t(4)} - 1$$

$$R_t = 0.0799 \approx 0.08$$

Por tanto, no se puede concluir que el retorno anual fue del 9% dado que el cálculo anterior mostró que el retorno anual promedio fue aproximadamente 8%

2) Haciendo la conversión de log retorno mensual a retorno simple mensual se tiene que

$$r_t = \log(1 + R_t) = 4.46\%$$

$$\therefore e^{r_t} = 1 + R_t$$

$$R_t = e^{r_t} - 1$$

$$R_t = e^{0.0446} - 1 = 0.0456 = 4.56\%$$

$$\therefore R_t = 4.56\% \quad \square$$

3) si el retorno continuo de un activo es en promedio igual a cero:

$$E[r_t] = E[\log(1 + R_t)] = 0$$

Y su varianza sería:

$$\text{Var}(r_t) = E[(r_t - E[r_t])^2]$$

$$\text{Var}(r_t) = E[r_t^2] \quad (2^{\text{do}} \text{ momento del retorno continuo})$$

$$\text{Var}(r_t) = E[(\log(1 + R_t))^2]$$

$$\therefore \text{Var}(r_t) = E[r_t^2] = E[(\log(1 + R_t))^2] \quad \text{Es decir, la Varianza es igual al segundo momento del}$$

4) Considere los siguientes log-retornos diarios:

$$r_1 = -0.14$$

$$r_2 = -0.15$$

$$r_3 = 0.46$$

$$r_4 = -0.02$$

$$r_5 = 0.09$$

El valor esperado muestral de los log-retornos diarios está dado por:

$$E[r_t] = \frac{-0.14 - 0.15 + 0.46 - 0.02 + 0.09}{5} = 0.048$$

La desviación estándar muestral promedio está dada por:

$$sd = \sqrt{E[(r_t - E[r_t])^2]}$$

$$sd = \sqrt{\frac{(-0.14 - 0.048)^2 + (-0.15 - 0.048)^2 + (0.46 - 0.048)^2 + (-0.02 - 0.048)^2 + (0.09 - 0.048)^2}{4}} \rightarrow$$

$$sd = 0.25033 \quad \square$$

Nota: Los cálculos los hice tanto en calculadora como python

↳ se divide por 4 y no por 5 para que esa desviación estándar muestral sea un estimador insesgado de una desviación estándar poblacional

5) Si un activo tiene log-retornos mensuales

$$r_1 = 4.46\%$$

$$r_2 = -7.34\%$$

$$r_3 = 10.77\%$$

$$r_t(3) = r_1 + r_2 + r_3$$

$$= 4.46\% - 7.34\% + 10.77\%$$

$$= 7.89\% \quad (\text{sería el log-retorno trimestral}) \quad \square$$