

Facultad de Ciencias Económicas

Econometría Financiera

Tarea 10

Vanessa Martínez Herrera

1. Considere una posición de inversión de \$100,000 en activo A y \$100,000 en B. Asuma que las volatilidades diarias de ambos activos son del 1% y que el coeficiente de correlación entre los retornos es igual a 0.3. ¿Cuál es el VaR a 5 días con un nivel de confianza del 99% de este portafolio? Expresé su respuesta en términos monetarios.

En primer lugar, el retorno del portafolio se expresa como:

$$R_{p,t} = \sum_{j=1}^J w_{j,t} R_{j,t}$$

Donde $R_{p,t}$ representa el retorno del portafolio e el periodo t, $w_{j,t}$ es la ponderación del activo j en el periodo t; y finalmente, $R_{j,t}$ es el retorno del activo individual en ese periodo t.

Para este caso donde el portafolio está compuesto por dos activos, el valor esperado estará expresado por:

$$E(R_{p,t}) = \mu_{p,t} = w_{1,t}\mu_1 + w_{2,t}\mu_2$$

Y la varianza del portafolio está expresada como:

$$var(R_{p,t}) = \sigma_{p,t}^2 = w_{1,t}^2\sigma_1^2 + w_{2,t}^2\sigma_2^2 + 2w_{1,t}w_{2,t}\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

La ecuación del valor en riesgo de un portafolio, para un nivel alfa de significancia, está dada por la suma de la media y la varianza, esta ultima multiplicada por un parámetro z_α :

$$\begin{aligned} VaR_{p,t}^{1-\alpha} &= \mu_{p,t} + z_\alpha\sigma_{p,t} \\ &= \omega_{1,t}\mu_1 + \omega_{2,t}\mu_2 + z_\alpha\sqrt{\omega_{1,t}^2\sigma_1^2 + \omega_{2,t}^2\sigma_2^2 + 2\omega_{1,t}\omega_{2,t}\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} \end{aligned}$$

Si se asume $\mu_1 = \mu_2 = 0$ tenemos:

$$VaR_{p,t}^{1-\alpha} = z_\alpha\sqrt{\omega_{1,t}^2\sigma_1^2 + \omega_{2,t}^2\sigma_2^2 + 2\omega_{1,t}\omega_{2,t}\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}$$

Para un valor alfa de 1%, y asumiendo que los retornos siguen una distribución normal tenemos que:

$$Var_{p,t}^{0,99} = -2,33\sqrt{\frac{1}{2}0,01^2 + \frac{1}{2}0,01^2 + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,01 \cdot 0,01}$$

$$\begin{aligned} Var_{p,t}^{0,99} &= -2,33\sqrt{\frac{1}{4}0,0001 + \frac{1}{4}0,0001 + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,0001} \\ &= -1,88\% \end{aligned}$$

Donde el valor z_α de -2.33 hace referencia al valor del cuantil en la distribución normal, a un nivel de significancia alfa del 1 %

El cálculo anterior hace referencia al valor en riesgo a 1 día, para obtener el VaR a 5 días, utilizamos la regla de la raíz de k:

$$\begin{aligned}Var_{p,5}^{0,99} &= Var_{p,1}^{0,99} \cdot \sqrt{5} \\&= -1,88 \sqrt{5} \\&= -4,2 \%\end{aligned}$$

Monetizando el VaR a 5 días:

$$\begin{aligned}\text{Valor en riesgo} &= \text{Inversión en momento } t \cdot Var_{p,5}^{0,99} \\&= \$200,000 \cdot -4,2 \% \\&= \$ - 8,400\end{aligned}$$

El resultado anterior expresa que, dada la inversión inicial de \$200,000, el valor en riesgo (VaR) o máxima pérdida esperada en 5 días es de \$8,400, dado un nivel de confianza del 99 %

2. Calcule el VaR a 1 día con un nivel de confianza del 99 % para una inversión en activo A si su distribución es $t(v)$ con $v = 6$ grados de libertad.

La ecuación del VaR para un activo se expresa como:

$$VaR_{t+1}^{0,99} = \mu - z_\alpha \sigma$$

Asumiendo $\mu = 0$, y reemplazando el valor crítico z_α para una t con 6 grados de libertad se tiene que:

$$\begin{aligned}VaR_{t+1}^{0,99} &= \mu - z_\alpha \sigma \\&= 0 - 3,1427 \cdot 1 \% \\&= 3,14 \%\end{aligned}$$

Monetizando el resultado anterior:

$$\begin{aligned}\text{Valor en riesgo} &= \text{Inversión en momento } t \cdot VaR_{t+1}^{0,99} \\&= \$100,000 \cdot 3,14 \% \\&= \$3,143\end{aligned}$$

Esto significa que dada la inversión inicial de \$100,000 el valor en riesgo, o la máxima pérdida esperada, con un nivel de confianza del 99 % en 1 día es de \$3,143.

3. Explique sus respuestas:

¿Qué ocurre con el VaR de una inversión cuando hay un incremento en la volatilidad?

Dado que la volatilidad de un activo se usa como medida del nivel de riesgo, y como el valor en riesgo VaR es la máxima pérdida que se puede esperar, según un nivel de confianza y un determinado período de tiempo, a mayor nivel de riesgo, mayor es el nivel de máxima pérdida que se asume en una inversión. En otras palabras, el valor en riesgo incrementa ante aumentos en la volatilidad de un activo.

¿Qué ocurre con el VaR de una inversión cuándo el nivel de confianza se disminuye pasando del 99 % al 95 %?

La relación entre el valor en riesgo y el nivel de confianza es inversa, ya que esta última medida es inversa al nivel alfa de significancia. Cuando asumimos un intervalo de confianza podemos definir la probabilidad de pérdida asociada a un horizonte temporal. Para el caso donde tenemos un intervalo del 99 %, la probabilidad de incurrir en pérdidas dentro del periodo t es del 1 %, por ejemplo. Por lo tanto, cuando disminuye el nivel de confianza, aumenta la probabilidad de incurrir en pérdidas e incrementa el valor en riesgo.

¿Qué ocurre con el VaR de una inversión cuando el horizonte de cálculo para el VaR incrementa?

La relación entre el horizonte y el riesgo es directamente proporcional, es decir que a mayor horizonte de tiempo, mayor valor en riesgo. Esto sucede porque entre más lejano sea el horizonte calculado, mayor será la incertidumbre que se asume; y esta última se traduce en un mayor valor en riesgo.