Solución Examen 2
Econometría Financiera.

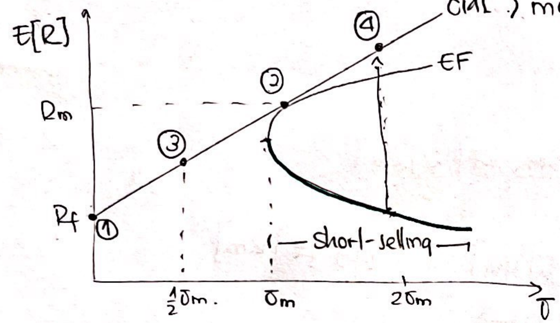
① $E[R_i] = R_f + [E[R_m - R_f]]\,\beta_i$

$= R_f\,[1-\beta_i] + E[R_m]\,\beta_i$

$= R_f\,(1-a) + E[R_m]\,a$ con $a = \beta_i$ donde a = % invertido en el portfolio de mercado. (ie, R_m).

②

Contiene todos los portafolios que combinan R_f + R_m de manera óptima.



① Todo en R_f.

② Todo en portafolio mercado

③ ½ R_f + ½ port-f. mercado

④ Presta $1000 e invierte todo en el mercado.

②: La elección óptima se da en la intersección de la frontera eficiente de activos riesgosos con la CML. La intersección es conocida como "tangency portfolio" y representa la combinación optima de R_f + R_m que además es eficiente y se conoce como portafolio de mercado.

③ La combinación no es lo mas eficiente (ya que no es el tangency portfolio) aunque es optima al estar sobre la CML.

④. Dado que los inversionistas siempre eligen una combinación de R_f + portafolio de mercado, esta inversión se ubica sobre la CML y se proyecta desde la EF hasta la CML.
Este inversionista al hacer short-selling duplica el riesgo de mercado asumido con su estrategia.

2.2 Calculando β:

① $\beta_1 = \dfrac{cov(R_f, R_m)}{Var(R_m)} = \dfrac{0}{Var(R_m)} = 0$

③ $\beta_3 = \dfrac{cov\left(\frac{R_m + R_f}{2}, R_m\right)}{Var(R_m)} = \dfrac{1}{2}$

② $\beta_2 = \dfrac{cov(R_m, R_m)}{Var(R_m)} = \dfrac{Var(R_m)}{Var(R_m)} = 1.$

④ $\beta_4 = \dfrac{cov(2R_m - R_f, R_m)}{Var(R_m)} = 2.$

$$\beta_3 = \frac{E\left[\left(\frac{Rm}{2} + \frac{Rf}{2}\right)Rm\right] - E\left[\frac{Rm+Rf}{2}\right]E[Rm]}{Var(Rm)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}E(Rm^2) + \frac{1}{2}E[Rf, Rm] - \left(\frac{1}{2}E[Rm] + \frac{1}{2}E[Rf]\right)E[Rm]}{Var(Rm)}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\left[E(Rm^2) + E[Rf, Rm] - E(Rm)^2 - E[Rf]E[Rm]\right]}{Var(Rm)}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\left[\overbrace{E(Rm^2) - E(Rm)^2}^{Var(Rm)} + \cancel{Rf\,E[Rm]} - \cancel{Rf\,E[Rm]}\right]}{Var(Rm)}$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{Var(Rm)}{Var(Rm)} = \frac{1}{2}$$

$$\beta_4 = \frac{E[(2Rm - Rf)Rm] - E[2Rm - Rf]E[Rm]}{Var(Rm)}$$

$$= \frac{2E[Rm^2] - E[Rf\,Rm] - 2E[Rm]^2 + E[Rf]E[Rm]}{Var(Rm)}$$

$$= \frac{2\,E(Rm^2) - E(Rm)^2 - \cancel{Rf\,E[Rm]} + \cancel{Rf\,E(Rm)}}{Var(Rm)}$$

$$= 2\,\frac{Var(Rm)}{Var(Rm)} = 2.$$

Resumen:

	$E(R_i)$	β	% en portafolio mercado
a	Rf	0	0
b	Rm	1	1
c	$\frac{Rf+Rm}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
d	$2Rm - Rf$	2	2

a) $E[R_i] = Rf + 0[E(Rm) - Rf]$

$E[R_i] = Rf$.

b) $E[R_i] = Rf + 1[E(Rm) - Rf]$

$= E[Rm]$

c) $E[R_i] = Rf + \frac{1}{2}[E(Rm) - Rf]$

$= \frac{Rf + E(Rm)}{2}$

d) $E[R_i] = Rf + 2[E(Rm) - Rf]$

$= 2E[Rm] - Rf$

2.3)

	$E[R_i]$	Retornos
a	$R_f = 5\%$	$1.000.000 \times (0.05) =$
b	$R_m = 10\%$	$1.000.000 \times (0.1) =$
c	$\frac{R_f + R_m}{2} = 7.5\%$	$1.000.000 \times (0.075) =$
d	$2R_m - R_f = 15\%$	$1.000.000 \times (0.15) =$

2.4) El modelo CAPM no es un modelo dinámico por lo que con esta información no sabemos cual será el más rico en el futuro. Lo que sabemos es que es más probable que aquellos que asuman un mayor riesgo pueden obtener un mayor retorno.

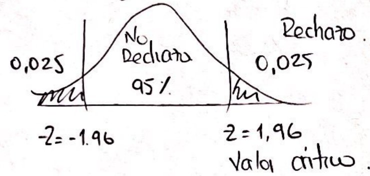
3) $R_j - R_f = \alpha_0 + \beta R_m + \epsilon_j$ (Prueba modelo a través alpha Jensen test)

$H_0: \alpha_0 = 0$

$H_1: \alpha_0 \neq 0$

$$t = \frac{\alpha_0 - \alpha^*}{se(\alpha_0)} = \frac{0.01 - 0}{(0.01)} = 1.$$

Nivel significancia 5%



$t < t_{crítico}$.

Al 95% de confianza no se Rechaza H_0 ya que el estadístico t no supera el valor crítico.

Conclusión: Existe evidencia estadísticamente significativa a favor del modelo CAPM. Sin embargo, β no resulta significativo.

b) Hacer test usando portafolios en lugar de activos individuales

- Usar una especificación del modelo usando más factores de riesgo.
- Usar $R_j - R_f = \alpha_0 + \beta(R_m - R_f) + \epsilon_j$
- Hacer test en corte transversal.

4) No estoy de acuerdo, ya que el modelo CAPM no es dinámico por lo que no se puede esperar que se cumpla para cada periodo en el futuro. con la misma β risk. Esto no constituye evidencia en contra del model

5) a) Con todas los obs:

	Estimado	Std. Error	t	pv
α	−0,02	0,01	−1.45	0.14
β	0,91	0,01	63,31	0

Ecuación Regresión $(R_p - R_f)_t = \alpha + \beta(R_m - R_f)_t + \epsilon_t \qquad \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$.

$t = 1, \ldots, 4012$ # obs: 4012.

donde $Rp_t = 0{,}25\, Rm_t + 0{,}25\, WMK_t + 0.2\, UIS_t + 0.2\, ORB_t + 0.1\, MAT_t$

b) Fama-French:

	Coef	Std. Error	t	pv
α	−0,02	0.016	−1.76	0.07
smb.	0.36	0.028	12.74	0
hml	0.17	0.029	6.03	0
Rm	0.96	0.015	63.53	0

Adj $R^2 = 0{,}52$.