

Taller X

Germán Camilo Rodríguez Perilla¹
gecrodriguezpe@unal.edu.co



Universidad Nacional de Colombia
Econometría Financiera
Colombia
31 Agosto 2021

¹Estudiante pregrado Universidad Nacional de Colombia

Índice

1. Considere una posición de inversión de \$ 100,000 en activo A y \$ 100,000 en B. Asuma que las volatilidades diarias de ambos activos son del 1 % y que el coeficiente de correlación entre los retornos es igual a 0.3. Cuál es el VaR a 5 días con un nivel de confianza del 99 % de este portafolio? Exprese su respuesta en términos monetarios. 1
2. Calcule el VaR a 1 día con un nivel de confianza del 99 % para una inversión en activo A si su distribución es $t(\nu)$ con $\nu = 6$ grados de libertad. 1
3. Qué ocurre con el VaR de una inversión cuando hay un incremento en la volatilidad? Cuándo el nivel de confianza se disminuye pasando del 99 % a 95 %? y ¿cuando el horizonte de calculo para el VaR incrementa? Explique su respuesta 2
 - 3.1. ¿Qué ocurre con el VaR de una inversión cuando hay un incremento en la volatilidad? 2
 - 3.2. ¿Cuándo el nivel de confianza se disminuye pasando del 99 % a 95 %? 2
 - 3.3. ¿Cuando el horizonte de calculo para el VaR incrementa? 2

1. Considere una posición de inversión de \$ 100,000 en activo A y \$ 100,000 en B. Asuma que las volatilidades diarias de ambos activos son del 1% y que el coeficiente de correlación entre los retornos es igual a 0.3.Cuál es el VaR a 5 días con un nivel de confianza del 99% de este portafolio? Exprese su respuesta en términos monetarios.

El valor en riesgo, \mathbf{VaR}^2 , se define como la *máxima pérdida* que se espera a determinado *nivel de confianza* y a un *horizonte previsto*. Una definición alternativa de VaR, sería definirlo como la mínima pérdida que uno espera a determinado nivel de confianza y horizonte previsto.

El *valor en riesgo* de un portafolio se puede definir mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} VaR_{p,t}^{1-\alpha} &= \mu_{p,t} + z_{\alpha} \sigma_{p,t} \\ &= \omega_{1,t} \mu_1 + \omega_{2,t} \mu_2 + z_{\alpha} \sqrt{\omega_{1,t}^2 \sigma_1^2 + \omega_{2,t}^2 \sigma_2^2 + 2\omega_{1,t} \omega_{2,t} \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2} \end{aligned}$$

Ahora bien, si se asume que se cumple la *hipótesis de mercados eficientes*, entonces, se tiene que la media de los retornos de los dos activos debe ser cero, por lo que, tanto para el *activo A* como para el *activo B*, se tiene que $\mu_1 = \mu_2 = 0$.

Dado lo anterior, el VaR para el portafolio conformado por el *activo A* y el *activo B*, para un nivel de confianza del 99% y un horizonte previsto de 5 días, junto a un *coeficiente de correlación en los retornos de los activos* de 0.3, y asumiendo una distribución normal en los retornos, es:

$$\begin{aligned} VaR_{p,t}^{0,99} &= -2,326 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} 0,01^2 + \frac{1}{2} 0,01^2 + 2 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,01 \cdot 0,01} \\ &= -1,88\% \end{aligned}$$

Para encontrar el *VaR* a 5 días:

$$\begin{aligned} VaR_{p,5}^{0,99} &= VaR_{p,1}^{0,99} \cdot \sqrt{5} \\ &= -1,88 \sqrt{5} \\ &= -4,2\% \end{aligned}$$

Dado que el interés está en expresar el *VaR* en términos monetarios, se tiene que:

$$\begin{aligned} VaR &= \text{Inversión inicial} \cdot VaR_{p,5}^{0,99} \\ &= \$200000 \cdot -4,2\% \\ &= \$ - 8400 \end{aligned}$$

Lo cual quiere decir que dada la inversión inicial de \$ 200,000, el *VaR* en 5 días es de \$ 8400.

2. Calcule el VaR a 1 día con un nivel de confianza del 99% para una inversión en activo A si su distribución es $t(\nu)$ con $\nu = 6$ grados de libertad.

Ahora, se calculará un *VaR* para un activo A cuyos retornos ya no se comportan normales sino, por el contrario, se comportan siguiendo una *distribución t* con $\nu = 6$ grados de libertad. Para ello, se utiliza la fórmula del VaR para una *distribución t*³:

²Value at Risk por sus siglas en inglés

³Acá, también se asumirá que la media de los retornos del activo A son cero, satisfaciendo la *hipótesis de mercados eficientes*

$$\begin{aligned}
VaR_{t+1}^{0,99} &= \mu - t_{\alpha}^{\nu} \sqrt{\frac{\nu-2}{\nu}} \sigma \\
&= 0 - 3,1427 \cdot \sqrt{\frac{6-2}{6}} 0,01 \\
&= -2,57 \%
\end{aligned}$$

Monetariamente, el VaR para este activo cuyos retornos siguen una distribución t , se puede ver como:

$$\begin{aligned}
VaR &= \text{Inversión inicial} \cdot VaR_{t+1}^{0,99} \\
&= \$100000 \cdot -2,57 \% \\
&= -\$2566
\end{aligned}$$

Lo cual quiere decir que dada la inversión inicial, el VaR en 1 día es de \$ 2566 asumiendo una distribución t para los retornos del *activo A*.

3. Qué ocurre con el VaR de una inversión cuando hay un incremento en la volatilidad? Cuándo el nivel de confianza se disminuye pasando del 99 % a 95 %? y ¿cuando el horizonte de calculo para el VaR incrementa? Explique su respuesta

3.1. ¿Qué ocurre con el VaR de una inversión cuando hay un incremento en la volatilidad?

El VaR aumenta de manera directa ante aumentos en la volatilidad de un activo. Lo anterior, se deba a que la volatilidad de un activo es una medida de riesgo de éste y teniendo en cuenta que el VaR es la máxima pérdida que se puede esperar dado un nivel de confianza y un horizonte previsto, se puede esperar que a mayor nivel de riesgo, dado por el mayor nivel de volatilidad en el activo, mayor será el nivel de máxima pérdida y por ende mayor será el VaR .

3.2. ¿Cuándo el nivel de confianza se disminuye pasando del 99 % a 95 %?

La relación entre el valor en riesgo, dado su fórmula, es inversa al nivel de confianza. El nivel de confianza se utiliza para definir un intervalo de confianza que se puede emplear para calcular la probabilidad de pérdida asociada a un horizonte previsto. Para un intervalo del 99 %, la probabilidad de incurrir en pérdidas dentro del horizonte previsto es del 1 %, mientras que para un intervalo del 95 %, la probabilidad de incurrir en pérdidas dentro del horizonte previsto es del 5 %. Así, cuando disminuye el nivel de confianza, aumenta la probabilidad de incurrir en pérdidas e incrementa el valor en riesgo.

3.3. ¿Cuando el horizonte de calculo para el VaR incrementa?

A mayor horizonte temporal, mayor será el VaR . Esto se debe a que, a mayor horizonte previsto, mayor será la cantidad de situaciones imprevista e incertidumbre a la que se enfrenta un agente que invierta en el activo/portafolio, y por ende, se enfrenta a una mayor exposición de riesgo de los diferentes tipos de riesgos financieros, como lo son riesgo de mercado, riesgo de liquidez y demás. Dada la definición de VaR , un mayor riesgo implica un mayor máxima perdida y por un ende un mayor VaR .