Herhalingsoefeningen: merkwaardige produkten

1) <u>Tweedemacht van een tweeterm:</u>

a) $(x+y)^2 =$

b) $(2x+y)^2 =$

c) $(3x+4y)^2 =$

d) $(x^2+3y)^2 =$

e) $(2a^3+3b^3)^2 =$

f) $(4abc+3a^2)^2 =$

g) $(x-y)^2 =$

h) $(3x-y)^2 =$

i) $(4ax-y)^2 =$

j) $(2ab-3c)^2 =$

k) $(3a^2-2b)^2 =$

l) $(2a^2b-3abc)^2 =$

m) $(a^2+\frac{1}{2})^2 =$

n) $(2a-\frac{1}{4})^2 =$

o) $(-2x^2-\frac{1}{3})^2 =$

p) $(-\frac{1}{4}a^2b+2ab)^2 =$

q) $(\frac{1}{2}ab+\frac{1}{3}a^2b^3)^2 =$

r) $\left(\dfrac{-x}{2} - \dfrac{x^2}{3}\right)^2 =$

s) $\left(\dfrac{ax}{2} + \dfrac{bx^2}{3}\right)^2 =$

2) <u>Tweeterm aanvullen tot een volkomen kwadraat:</u>

a) $x^2 - 2x \ldots\ldots =$

b) $9x^2 + 6x \ldots\ldots =$

c) $64x^2 + 6x \ldots\ldots =$

d) $16a^4 - 8a^2x^2 \ldots\ldots =$

e) $4x^4 - 20x^2y \ldots\ldots =$

f) $4(a-b)^2 - 36(a-b)c \ldots\ldots =$

g) $4(2a-b)^2 - 28(2a-b) \ldots\ldots =$

h) $9a^4 + 16b^6 \ldots\ldots =$

i) $a^2b^4 + 9a^4b^6 \ldots\ldots =$

j) $x^6 + 16x^2y^4 \ldots\ldots =$

k) $4(a-b)^2 + 81x^2 \ldots\ldots =$

3) <u>Produkt van toegevoegde tweetermen:</u>

a) $(a+1)(a-1) =$

b) $(x+y)(x-y) =$

c) $(2a+b)(2a-b) =$

d) $(4a+5)(4a-5) =$

e) $(2a+3b)(2a-3b) =$

f) $\left(\dfrac{a}{2} - \dfrac{b}{3}\right)\left(\dfrac{a}{2} + \dfrac{b}{3}\right) =$

g) $\left(\dfrac{1}{3}ab - 2c\right)\left(\dfrac{1}{3}ab + 2c\right) =$

h) $(a^2-1)(a^2+1) =$

i) $(a^2+b^2)(a^2-b^2) =$

j) $(a^2-3ab)(a^2+3ab) =$

k) $\left(3a^2b + \dfrac{1}{3}ab^2\right)\left(3a^2b - \dfrac{1}{3}ab^2\right) =$

l) $\left(\dfrac{3}{2}x^2y^4 - \dfrac{1}{2}xy\right)\left(\dfrac{3}{2}x^2y^4 + \dfrac{1}{2}xy\right) =$

m) $(-x-y)(-x+y) =$

n) $(a+b)(-a+b) =$

o) $(b+2)(2-b) =$

p) $(-a^2+3)(-a^2-3) =$

q) $(4-abc^2)(abc^2+4) =$

r) $\left(\dfrac{1}{4}a^2b - ac\right)\left(ac + \dfrac{1}{4}a^2b\right) =$

s) $\left(4a^4b - \dfrac{1}{5}ab^2\right)\left(-\dfrac{1}{5}ab^2 - 4a^4b\right) =$

t) $\left(5a^4b + \dfrac{1}{3}c^3\right)\left(-\dfrac{1}{3}c^3 + 5a^4b\right) =$

4) <u>Derdemacht van een tweeterm:</u>

a) $(5a+2b)^3 =$

b) $(4a^2b-3a)^3 =$

c) $(x+y)^3 =$

d) $(3x+4y)^3 =$

e) $(x^2+3y)^3 =$

f) $(2a^2+3b)^3 =$

g) $(4abc+3a^2)^3 =$

h) $(x-y)^3 =$

i) $(3x-y)^3 =$

j) $(4ax-y)^3 =$

k) $(2ab-3c)^3 =$

l) $(3a^2-2b)^3 =$

m) $(2a^2b-3abc)^3 =$

n) $(4x^2yz-3xy^2z)^3 =$

o) $(-5a^3b^2c^3-2ac)^3 =$

p) $(2a-\frac{1}{3})^3 =$

q) $(2a-\frac{1}{4})^3 =$

r) $(-2x^2-\frac{1}{3})^3 =$

s) $(\frac{1}{2}ab+\frac{1}{3}a^2b^3)^3 =$

t) $\left(-\dfrac{x}{2}-\dfrac{x^2}{3}\right)^3 =$

u) $\left(\dfrac{ax}{2}+\dfrac{bx^2}{3}\right)^3 =$

v) $(0,2x-5y)^3 =$

w) $(0,2a+0,1b)^3 =$

x) $(0,1x+0,1y)^3 =$

5) <u>Bereken:</u>

a) $(x-1)(x+1)(x^2+1) =$

b) $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) =$

c) $(ab+c)(ab-c)(a^2b^2+c^2) =$

d) $(2xy+1)(4x^2y^2+1)(2xy-1) =$

e) $5(a^2-b^2)(a^2+b^2) + 5(a^2+b^2)^2 =$

f) $(-\frac{1}{2}x-2)^2 - 5x(\frac{1}{3}x-3)(\frac{1}{3}x+3) =$

g) $(a^3+2)(a^3-2) + (a^2-4)^3 + 4(a-2)^2 =$

h) $(3a + \frac{1}{2})(-3a + \frac{1}{2}) - (2a-3)^2 =$

i) $-2(2a+3b)^2 + (2a-5b)(5b+2a) =$

j) $3(a+1)(a-1)(a+2) - (a-3)^3 =$

Herhalingsoefeningen: merkwaardige produkten, oplossingen

1) <u>Tweedemacht van een tweeterm:</u>

a) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
b) $(2x+y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$
c) $(3x+4y)^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2$
d) $(x^2+3y)^2 = x^4 + 6x^2y + 9y^2$
e) $(2a^3+3b^3)^2 = 4a^6 + 12a^3b^3 + 9b^6$
f) $(4abc+3a^2)^2 = 16a^2b^2c^2 + 24a^3bc + 9a^4$
g) $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
h) $(3x-y)^2 = 9x^2 - 6xy + y^2$
i) $(4ax-y)^2 = 16a^2x^2 - 8axy + y^2$
j) $(2ab-3c)^2 = 4a^2b^2 - 12abc + 9c^2$
k) $(3a^2-2b)^2 = 9a^4 - 12a^2b + 4b^2$
l) $(2a^2b-3abc)^2 = 4a^4b^2 - 12a^3b^2c + 9a^2b^2c^2$
m) $(a^2+\frac{1}{2})^2 = a^4 + a^2 + \frac{1}{4}$
n) $(2a-\frac{1}{4})^2 = 4a^2 - a + \frac{1}{16}$
o) $(-2x^2-\frac{1}{3})^2 = 4x^4 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{9}$
p) $(-\frac{1}{4}a^2b+2ab)^2 = \frac{1}{16}a^4b^2 - a^3b^2 + 4a^2b^2$
q) $(\frac{1}{2}ab+\frac{1}{3}a^2b^3)^2 = \frac{1}{4}a^2b^2 + \frac{1}{3}a^3b^4 + \frac{1}{9}a^4b^6$
r) $\left(\dfrac{-x}{2} - \dfrac{x^2}{3}\right)^2 = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^4}{9}$
s) $\left(\dfrac{ax}{2} + \dfrac{bx^2}{3}\right)^2 = \dfrac{a^2x^2}{4} + \dfrac{abx^3}{3} + \dfrac{b^2x^4}{9}$

2) <u>Tweeterm aanvullen tot een volkomen kwadraat:</u>

a) $x^2 - 2x + \mathbf{1} = \mathbf{(x - 1)^2}$
b) $9x^2 + 6x + \mathbf{1} = \mathbf{(3x + 1)^2}$
c) $64x^2 + 6x + \dfrac{9}{64} = \mathbf{(8x + \dfrac{3}{8})^2}$
d) $16a^4 - 8a^2x^2 + \mathbf{x^4} = \mathbf{(4a^2 - x^2)^2}$
e) $4x^4 - 20x^2y + \mathbf{25y^2} = \mathbf{(2x^2 - 5y)^2}$
f) $4(a-b)^2 - 36(a-b)c + \mathbf{81c^2} = \mathbf{(2(a-b) - 9c)^2}$
g) $4(2a-b)^2 - 28(2a-b) + \mathbf{49} = \mathbf{(2(2a-b) - 7)^2}$
h) $9a^4 + 16b^6 + \mathbf{24a^2b^3} = \mathbf{(3a^2 + 4b^3)^2}$
i) $a^2b^4 + 9a^4b^6 + \mathbf{6a^3b^5} = \mathbf{(ab^2 + 3a^2b^3)^2}$
j) $x^6 + 16x^2y^4 + \mathbf{8x^4y^2} = \mathbf{(x^3 + 4xy^2)^2}$
k) $4(a-b)^2 + 81x^2 + \mathbf{36(a-b)x} = \mathbf{(2(a-b) + 9x)^2}$

3) Produkt van toegevoegde tweetermen:

a) $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$

b) $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

c) $(2a+b)(2a-b) = 4a^2 - b^2$

d) $(4a+5)(4a-5) = 16a^2 - 25$

e) $(2a+3b)(2a-3b) = 4a^2 - 9b^2$

f) $\left(\dfrac{a}{2} - \dfrac{b}{3}\right)\left(\dfrac{a}{2} + \dfrac{b}{3}\right) = \dfrac{a^2}{4} - \dfrac{b^2}{9}$

g) $\left(\dfrac{1}{3}ab - 2c\right)\left(\dfrac{1}{3}ab + 2c\right) = \dfrac{1}{9}a^2b^2 - 4c^2$

h) $(a^2-1)(a^2+1) = a^4 - 1$

i) $(a^2+b^2)(a^2-b^2) = a^4 - b^4$

j) $(a^2-3ab)(a^2+3ab) = a^4 - 9a^2b^2$

k) $\left(3a^2b + \dfrac{1}{3}ab^2\right)\left(3a^2b - \dfrac{1}{3}ab^2\right) = 9a^4b^2 - \dfrac{1}{9}a^2b^4$

l) $\left(\dfrac{3}{2}x^2y^4 - \dfrac{1}{2}xy\right)\left(\dfrac{3}{2}x^2y^4 + \dfrac{1}{2}xy\right) = \dfrac{9}{4}x^4y^8 - \dfrac{1}{4}x^2y^2$

m) $(-x-y)(-x+y) = x^2 - y^2$

n) $(a+b)(-a+b) = -a^2 + b^2$

o) $(b+2)(2-b) = 4 - b^2$

p) $(-a^2+3)(-a^2-3) = a^4 - 9$

q) $(4-abc^2)(abc^2+4) = 16 - a^2b^2c^4$

r) $\left(\dfrac{1}{4}a^2b - ac\right)\left(ac + \dfrac{1}{4}a^2b\right) = \dfrac{1}{16}a^4b^2 - a^2c^2$

s) $\left(4a^4b - \dfrac{1}{5}ab^2\right)\left(-\dfrac{1}{5}ab^2 - 4a^4b\right) = \dfrac{1}{25}a^2b^4 - 16a^8b^2$

t) $\left(5a^4b + \dfrac{1}{3}c^3\right)\left(-\dfrac{1}{3}c^3 + 5a^4b\right) = 25a^8b^2 - \dfrac{1}{9}c^6$

4) Derdemacht van een tweeterm:

a) $(5a+2b)^3 = 125a^3 + 150a^2b + 60ab^2 + 8b^3$

b) $(4a^2b-3a)^3 = 64a^6b^3 - 144a^5b^2 + 108a^4b - 27a^3$

c) $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

d) $(3x+4y)^3 = 27x^3 + 108x^2y + 144xy^2 + 64y^3$

e) $(x^2+3y)^3 = x^6 + 9x^4y + 27x^2y^2 + 27y^3$

f) $(2a^2+3b)^3 = 8a^6 + 36a^4b + 54a^2b^2 + 27b^3$

g) $(4abc+3a^2)^3 = 64a^3b^3c^3 + 144a^4b^2c^2 + 108a^5bc + 27a^6$

h) $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

i) $(3x-y)^3 = 27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$

j) $(4ax-y)^3 = 64a^3x^3 - 48a^2x^2y + 12axy^2 - y^3$

k) $(2ab-3c)^3 = 8a^3b^3 - 36a^2b^2c + 54abc^2 - 27c^3$

l) $(3a^2-2b)^3 = 27a^6 - 54a^4b + 36a^2b^2 - 8b^3$

m) $(2a^2b-3abc)^3 = 8a^6b^3 - 36a^5b^3c + 54a^4b^3c^2 - 27a^3b^3c^3$

n) $(4x^2yz-3xy^2z)^3 = 64x^6y^3z^3 - 144x^5y^4z^3 + 108x^4y^5z^3 - 27x^3y^6z^3$

o) $(-5a^3b^2c^3-2ac)^3 = -125a^9b^6c^9 - 150a^7b^4c^7 - 60a^5b^2c^5 - 8a^3c^3$

p) $(2a-\tfrac{1}{3})^3 = 8a^3 - 4a^2 + \dfrac{2}{3}a - \dfrac{1}{27}$

q) $(2a-\frac{1}{4})^3 = 8a^3 - 3a^2 + \frac{3}{8}a - \frac{1}{64}$

r) $(-2x^2-\frac{1}{3})^3 = -8x^6 - 4x^4 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{27}$

s) $(\frac{1}{2}ab+\frac{1}{3}a^2b^3)^3 = \frac{1}{8}a^3b^3 + \frac{1}{4}a^4b^5 + \frac{1}{6}a^5b^7 + \frac{1}{27}a^6b^9$

t) $\left(-\dfrac{x}{2}-\dfrac{x^2}{3}\right)^3 = -\dfrac{x^3}{8}-\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{x^5}{6}-\dfrac{x^6}{27}$

u) $\left(\dfrac{ax}{2}+\dfrac{bx^2}{3}\right)^3 = \dfrac{a^3x^3}{8}+\dfrac{a^2bx^4}{4}+\dfrac{ab^2x^5}{6}+\dfrac{b^3x^6}{27}$

v) $(0{,}2x-5y)^3 = 0{,}008x^3 - 0{,}6x^2y + 15xy^2 - 125y^3$

w) $(0{,}2a+0{,}1b)^3 = 0{,}008a^3 + 0{,}012a^2b + 0{,}006ab^2 + 0{,}001b^3$

x) $(0{,}1x+0{,}1y)^3 = 0.001x^3 + 0{,}003x^2y + 0{,}003xy^2 + 0{,}001y^3$

5) <u>Bereken:</u>

a) $(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^2 - 1)(x^2+1)$
$$= x^4 - 1$$

b) $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = (a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$
$$= (a^4-b^4)(a^4+b^4)$$
$$= a^8 - b^8$$

c) $(ab+c)(ab-c)(a^2b^2+c^2) = (a^2b^2-c^2)(a^2b^2+c^2)$
$$= a^4b^4 - c^4$$

d) $(2xy+1)(4x^2y^2+1)(2xy-1) = (2xy-1)(2xy+1)(4x^2y^2+1)$
$$= (4x^2y^2 - 1)(4x^2y^2+1)$$
$$= 16x^4y^4 - 1$$

e) $5(a^2-b^2)(a^2+b^2) + 5(a^2+b^2)^2 = 5(a^4 - b^4) + 5(a^4 + 2a^2b^2 + b^4)$
$$= 5a^4 - 5b^4 + 5a^4 + 10a^2b^2 + 5b^4$$
$$= 10a^4 + 10a^2b^2$$

f) $(-\frac{1}{2}x-2)^2 - 5x(\frac{1}{3}x-3)(\frac{1}{3}x+3) = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 - 5x\left(\frac{1}{9}x^2 - 9\right)$
$$= \frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 - \frac{5}{9}x^3 + 45x$$
$$= -\frac{5}{9}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + 47x + 4$$

g) $(a^3+2)(a^3-2) + (a^2-4)^3 + 4(a-2)^2 = a^6 - 4 + a^6 - 12a^4 + 48a^2 - 64 + 4(a^2 - 4a + 4)$
$$= a^6 - 4 + a^6 - 12a^4 + 48a^2 - 64 + 4a^2 - 16a + 16$$
$$= 2a^6 - 12a^4 + 52a^2 - 16a - 52$$

h) $(3a + \frac{1}{2})(-3a + \frac{1}{2}) - (2a-3)^2 = \frac{1}{4} - 9a^2 - \left(4a^2 - 12a + 9\right)$
$$= \frac{1}{4} - 9a^2 - 4a^2 + 12a - 9$$
$$= -13a^2 + 12a - \frac{35}{4}$$

i) $-2(2a+3b)^2 + (2a-5b)(5b+2a) = -2(4a^2 + 12ab + 9b^2) + (4a^2 - 25b^2)$
$$= -8a^2 - 24ab - 18b^2 + 4a^2 - 25b^2$$
$$= -4a^2 - 24ab - 43b^2$$

j) $3(a+1)(a-1)(a+2) - (a-3)^3 = 3(a^2 - 1)(a + 2) - (a^3 - 9a^2 + 27a - 27)$
$$= 3(a^3 + 2a^2 - a - 2) - a^3 + 9a^2 - 27a + 27$$
$$= 3a^3 + 6a^2 - 3a - 6 - a^3 + 9a^2 - 27a + 27$$
$$= 2a^3 + 15a^2 - 30a + 21$$