AD - SOYAD : İREM GEDİK NUMARA : 02220224088

HESSİAN MATRİSİ

Bir fonksiyonun "Hessian matrisi" $f(x, y, z \ldots)$ tüm 2. kısmi türevleri bir matriste düzenler; bu farklı eşler tarafından $H(f)$, H_f şeklinde yazılabilir.

$$H_f = \begin{bmatrix} \frac{d^2 f}{dx^2} & \frac{d^2 f}{dx dy} & \frac{d^2 f}{dx dz} & \cdots \\ \frac{d^2 f}{dy dz} & & & \\ \vdots & & & \end{bmatrix}$$

Dikkat edilmesi gereken nokta :

- Skaler - değerli fonksiyonlar içindir
- Girdileri fonksiyonlar olan bir matristir.

Yani $(x_0, y_0, \ldots)$ noktasında hesaplamak içindir.

$$H_f(x_0, y_0, \ldots) = \begin{bmatrix} \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0, y_0, \ldots) & \frac{d^2 f}{dx dy}(x_0, y_0) \\ \frac{d^2 f}{dy dx}(x_0, y_0) & \frac{d^2 f}{dy^2}(x_0, y_0) \end{bmatrix}$$

Bu H_f nesnesini "matris - değerli" bir fonksiyon olarak nitelendirebiliriz.

Örnek : $f(x, y) = x^3 - 2xy - y^6$'nın $(1, 2)$ noktasındaki Hessian'ını hesaplayınız.

$$f_x(x, y) = \frac{d}{dx}(x^3 - 2xy - y^6) = 3x^2 - 2y$$

$$f_y(x, y) = \frac{d}{dy}(x^3 - 2xy - y^6) = -2x - 6y^5$$

$$f_{xx}(x, y) = \frac{d}{dx}(3x^2 - 2y) = 6x \qquad f_{yx}(x, y) = \frac{d}{dx}(-2x - 6y^5) = -2$$

$$f_{xy}(x, y) = \frac{d}{dy}(3x^2 - 2y) = -2 \qquad f_{yy}(x, y) = \frac{d}{dy}(-2x - 6y^5) = -30y^4$$

Hessian matrisi 2×2 matristir ve girdileri şunlardır:

$$H_f(x, y) = \begin{bmatrix} f_{xx}(x, y) & f_{xy}(x, y) \\ f_{yx}(x, y) & f_{yy}(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6x & -2 \\ -2 & -30y^4 \end{bmatrix}$$

Bunu $(x, y) = (1, 2)$ noktasında hesaplarsak

$$H_f(1, 2) = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & -480 \end{bmatrix}$$ elde ederiz.