Soru 1 Sonlu farkların kuvvetlerinin denklem katsayıları ile pascal üçgeni arasında ilişki var mıdır?

Sonlu farklar bir fonksiyonun belirli bir noktasındaki türevini hesaplamak için kullanılan bir yöntemdir. Bu tür bir fark, bir fonksiyonun değerlerindeki küçük değişimleri temsil eder. Genellikle h küçük bir değer olarak alınır. $\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$ şeklinde ifade edilir. Fonksiyonun kuvvetlerinin katsayıları, genellikle bir fonksiyonun Taylor serisi veya Maclaurin serisi kullanılarak bulunur. Taylor serisi, bir fonksiyonu bir noktada bir dizi terimle açmak için kullanılır.

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)h^2}{2!} + \frac{f'''(x)}{3!}h^3 + \dots$$

Burada $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ gibi terimler, sırasıyla fonksiyonun birinci, ikinci ve üçüncü türevini temsil eder. Birinci dereceden Taylor serisi yeterlidir ve katsayılar şu şekilde bulunur.

$\Delta f(x) = f(x+h) - f(x) \approx f'(x)h$, fonksiyonun kuvvetlerinin katsayısı fonksiyonun 1. türevidir. Sonuç olarak fonksiyonun kuvvetlerinin katsayılarını bulmak için Taylor serisi kullanılır ve bu, fonksiyonun türevlerini içerir. Bu türevlerin değerleri fonksiyonun belirli noktalardaki davranışını temsil eder.

Pascal üçgeni, binom katsayılarını ve polinomların genişlemesini kolayca hesaplamak için kullanılır. Üçgenin her satırındaki sayılar, üstteki 2 sayının toplamını temsil eder. Şu şekilde oluşturulur:

- Üçgenin ilk sırası 1 içerir
- Üçgenin her bir sonraki satırı, o satırdaki elemanların oluşturulmasında üstteki 2 elemanın toplamını içerir. Her satırın 2 kenarı 1'dir.
- Her bir eleman birinci sıradan başlayarak sırayla dizilmiş olan binom katsayılarını içerir.

Bu üçgen, $C(n,k)$ ifadesiyle gösterilen binom katsayılarını elde etmek için kullanılır. Her bir eleman şu formülle hesaplanır.

$$C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Sonuç olarak evet, sonlu farklar ve Pascal üçgeni arasında ilişki vardır. Pascal üçgeni, kombinasyon katsayılarını içeren üçgensel bir yapıdır. Sonlu farklar ise bir fonksiyonun türevlerini hesaplamak için kullanılan yöntemdir.

Sonlu farklar kullanılarak bir fonksiyonun türevi yaklaşık bir şekilde hesaplanabilir. Bu hesaplama sırasında kullanılan sonlu fark formülü, Pascal üçgenindeki kombinasyon katsayıları ile ilişkilidir. Özellikle, bir fonksiyonun n. dereceden türevinden gelen katsayılar, Pascal üçgenindeki n. sıradaki sayılar ile ilgilidir.

02220224088
İlkem ÇELİK.

SORU 2: Newton ileri / geri sonlu fark denklemleri nedir? Nasıl türetilir?

İleri yönlü sonlu farklar: x bağımsız değişkeninin eşit aralıklarındaki değerlerine karşılık düşen bağımlı değişken y'nin değerleri aşağıda verilen şekildeki gibi y_0, y_1, y_2, y_n ise bunların ileri yöndeki sonlu farkları

$$\Delta y_0 = y_1 - y_0 = f(x_0+h) - f(x_0)$$

$$\Delta y_n = y_{n+1} - y_n = f(x_n+h) - f(x_n)$$

İleri sonlu farklar denklemi şu şekilde ifade edilebilir:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

bu denklem, bir fonksiyonun türevidir ve h adım büyüklüğündeki ileri farkı kullanarak türevi yaklaşık olarak hesaplar.

Adımlar

1- İleri sonlu fark, $f(x+h) - f(x)$ olarak ifade edilir.

2- Türev ise $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

3- Sonlu fark kullanarak türev tanımını: türev tanımındaki limiti bir adım olan h ile yaklaştıralım:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Son denklem ileri sonlu farklar denklemini ifade eder ve h adım büyüklüğünde ileri farkı kullanarak fonksiyonun türevini hesaplar.

Geri yönlü sonlu farklar

$$\Delta y_0 = y_0 - y_{-1} = f(x_0) - f(x_0 - h)$$

$\vdots$

$$\Delta y_{-n} = y_{-n} - y_{-(n+1)} = f(x_{-n}) - f(x_{-n} - h)$$

$f(x) - f(x-h)$ olarak ifade edilebilir.

Fonksiyonun türevi $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$

Türev tanımında h adımını kullandığımızda:

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad \Big\} \text{ Geri yönlü sonlu farklar denklemi}$$

0222 0022 4038

İlkem GENÇ