11.

电容、电感、
动态电路的方程和初始条件

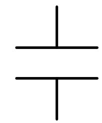
邹建龙

主要内容

- 电容
- 电容的串并联
- 电感
- 电感的串并联
- 电容、电感、电阻比较
- 动态电路的方程
- 动态电路的初始条件

电容——是什么？

电容就是两块导体（阴极和阳极）中间夹着一块绝缘体（介质）构成的电子元件。

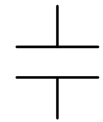


① 就构成原理而言，电容为间隔以不同介质下的两块金属板组成

② 电容是一种储存电荷或储存电场能量的元件

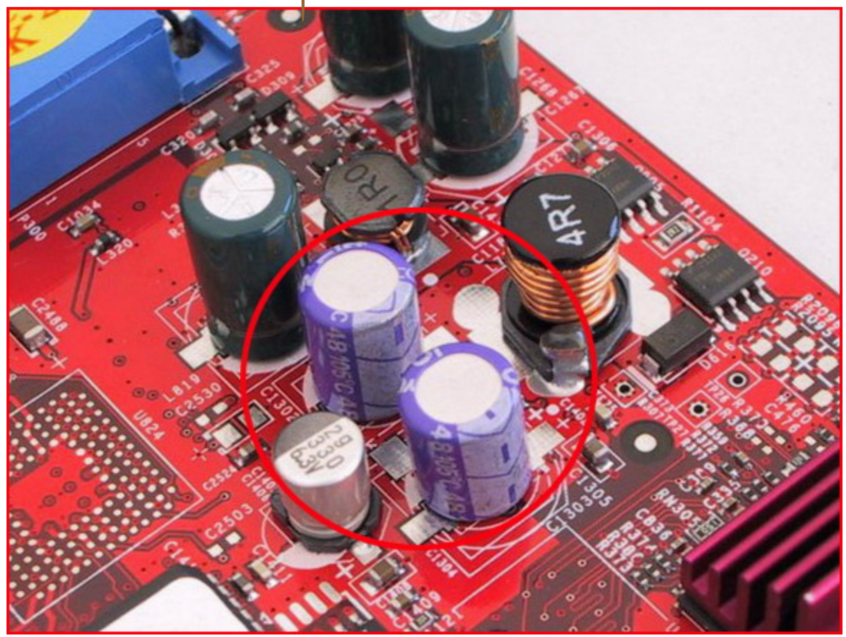
电容——是什么？

按照介质分：有机；无机；电解电容



瓷片电容

电解电容

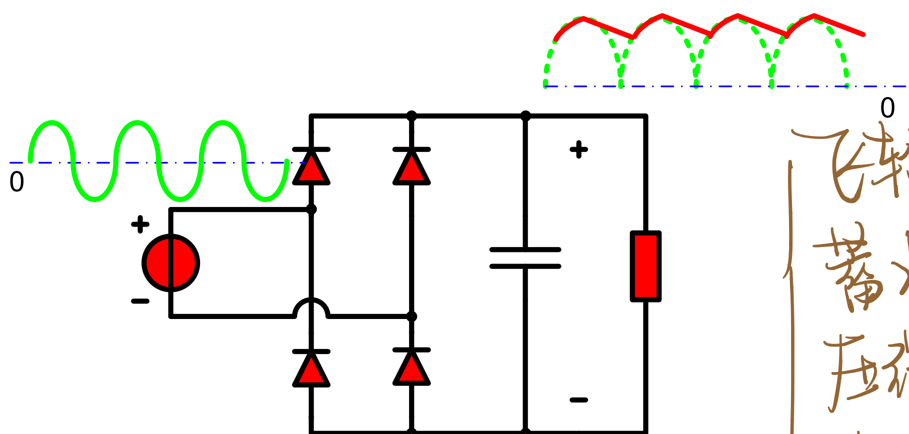


电容——有什么用？

电容的作用： （1）隔直流 （2）旁路 （3）滤波

（4）调谐 （5）控制电路（6）储能……

还有一些电容是寄生电容，会产生一些不利影响



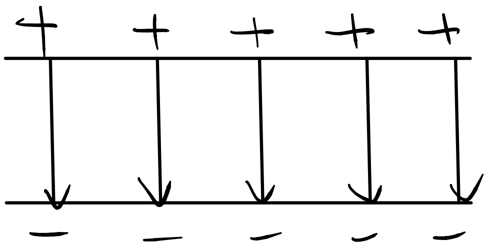
飞轮储能

蓄水储能

压缩空气储能

超级电容器

电容——特性



① $C=\frac{q}{u}$、C为比例系数，反映了储存电荷的能力（capacity）

② $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du}{dt}$、电流是其两端电压的微分

③ $u=\int du=\int_{t_0}^{t}\frac{1}{C}i\,dt+\underline{u(t_0)}$、$u(t_0)$ 反映C为记忆元件

④ $p=\frac{dw}{dt}=\frac{dw}{dq}\cdot\frac{dq}{dt}=ui$

$\therefore\ w=\int_{t_0}^{t}p\,dt=\int_{t_0}^{t}ui\,dt=\int_{t_0}^{t}Cu\,du=\frac{1}{2}C(u^2(t)-u^2(t_0))$

电容——特性

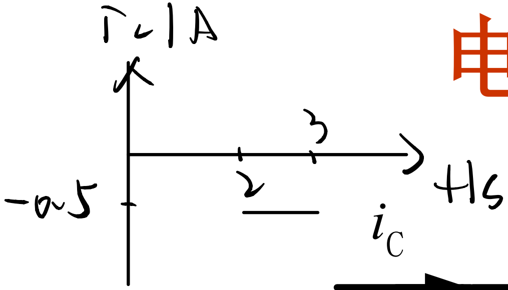
- 电量与电压的关系 $q=Cu$

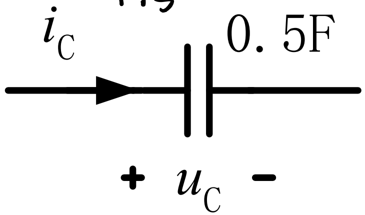
- 电流与电压的微分关系 $i=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$

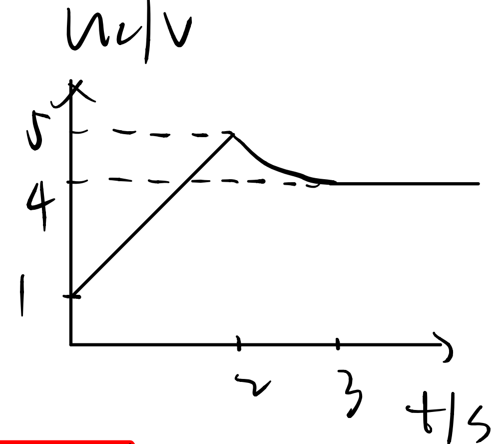
- 电流与电压的积分关系 $u(t)=u(t_0)+\dfrac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\xi)d\xi$

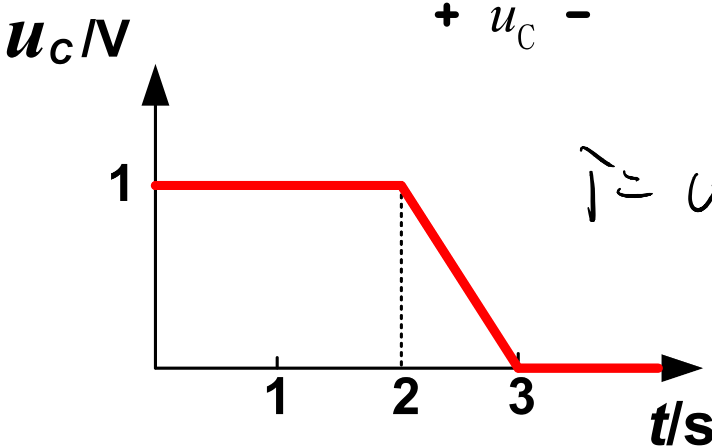
- 电容上的储能 $W(t)=\dfrac{1}{2}C[u(t)]^2$

电容特性——例题

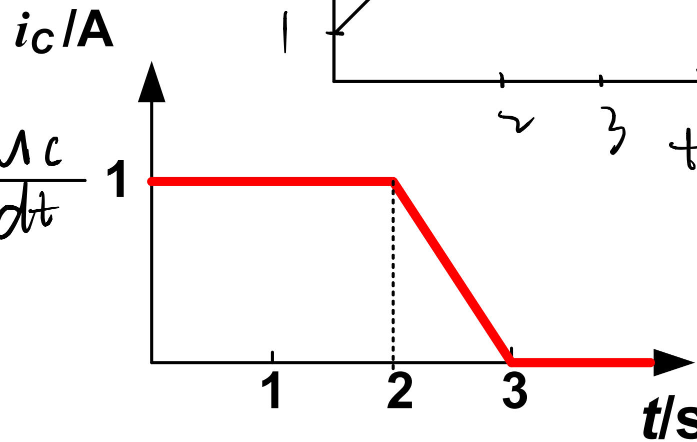








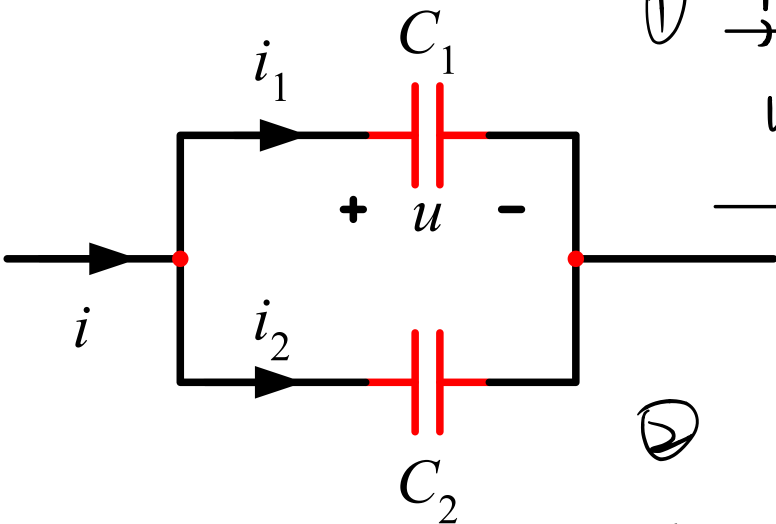
$$i = C\frac{du_C}{dt}$$



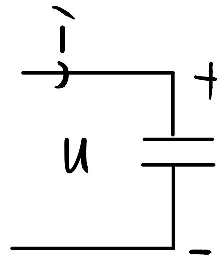
对于左图， 绘制相应的电容电流波形；

对于右图，电容初始电压为1V， 绘制相应的电容电压波形

电容——串联和并联



①



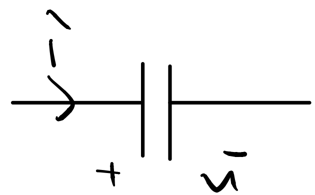
$$i = i_1 + i_2$$

$$= C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt}$$

$$= (C_1 + C_2)\frac{du}{dt}$$

$$\therefore C_{eq} = C_1 + C_2$$

②

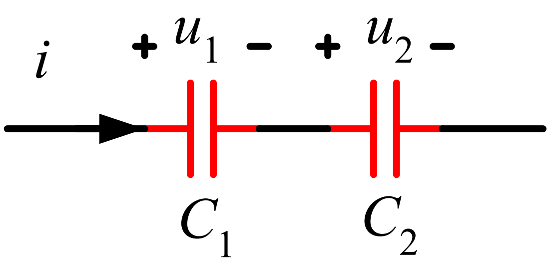


$$u = u_1 + u_2$$

$$= \frac{1}{C_1}\int i\,dt + \frac{1}{C_2}\int i\,dt$$

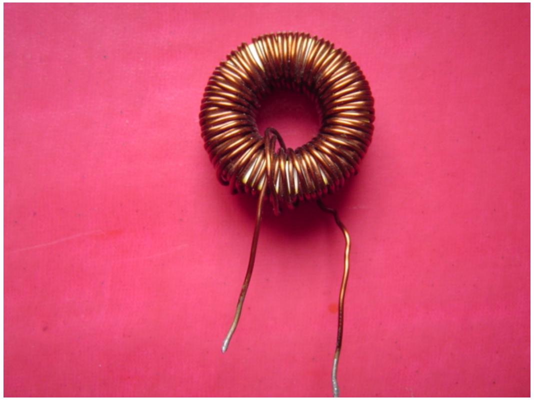
$$= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\int i\,dt$$

$$\therefore C_{eq} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



电感——是什么？

电感是用导线绕制而成的电磁感应元件。



电感——有什么用？

电感的工作原理是电磁感应定律，其作用主要有：

（1）阻流　通直流阻交流

（2）变压

（3）滤波

（4）振荡

（5）传递信号

（6）能量转换

电感——特性

电感与电容为对偶元件，可直接通过对偶进行记忆

$$\begin{cases} i — u \\ c — L \end{cases}$$

① $q = cu \longrightarrow \psi = Li$

② $i = c\dfrac{du}{dt} \longrightarrow u = L\dfrac{di}{dt}$

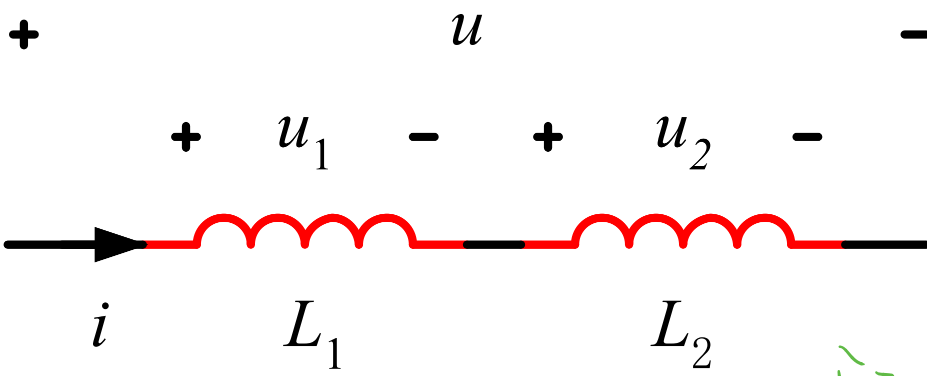
③ $w = \dfrac{1}{2}cu^2 \longrightarrow w = \dfrac{1}{2}Li^2$

④ $u = u_0 + \int_{t_0}^{t}\dfrac{1}{C}i\,dt \longrightarrow i = i_0 + \int_{t_0}^{t}\dfrac{1}{L}u\,dt$

电感——特性

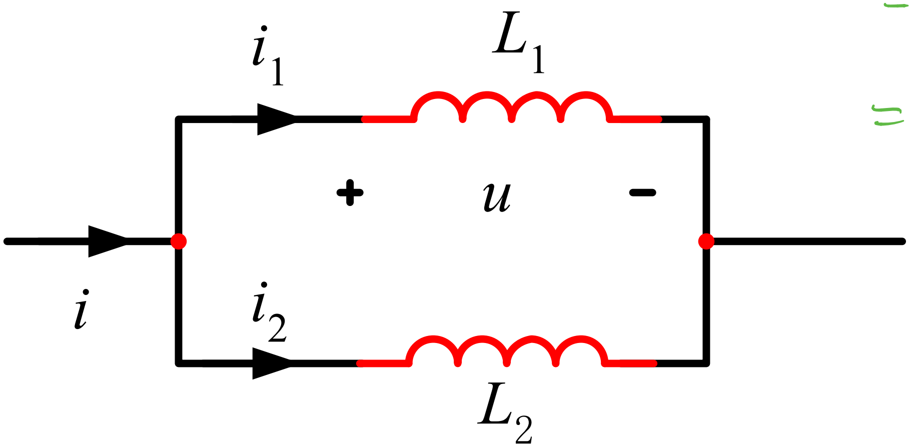
- 磁链与电流的关系 $\psi = Li$
- 电流与电压的微分关系 $u = \dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$
- 电流与电压的积分关系 $i(t) = i(t_0) + \dfrac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u(\xi)d\xi$
- 电感上的储能 $W(t) = \dfrac{1}{2}L[i(t)]^2$

电感——串联和并联



$$u = u_1 + u_2$$
$$= L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt}$$
$$= (L_1 + L_2) \frac{di}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$



$$i = i_1 + i_2$$
$$= \frac{1}{L_1}\int u\,dt + \frac{1}{L_2}\int u\,dt$$
$$= \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\int u\,dt$$

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

电容、电感、电阻的比较

	动态？	储能？	耗能？	串并联
电阻	✗	✗	✓	基准
电容	✓	电 ✓	✗	与电阻反
电感	✓	磁 ✓	✗	与电阻同

动态电路的方程

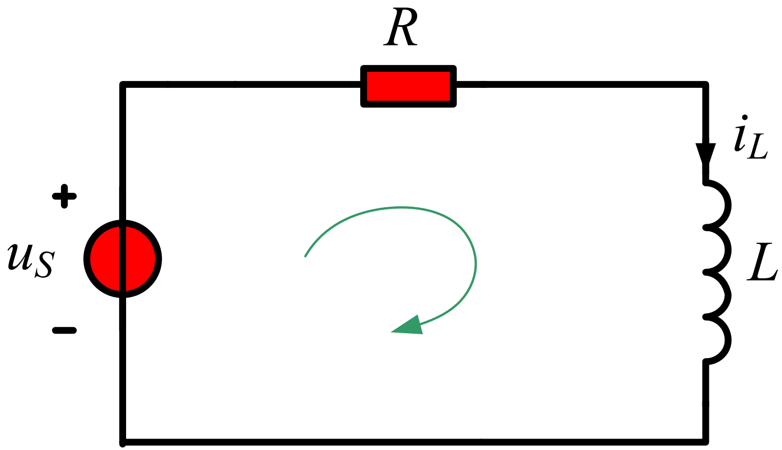
动态电路的方程形式是微分方程或积分方程，

一般采用微分方程

动态电路：含L、C元件

动态电路方程的列写依据：**KCL、KVL和电容电感的电压电流关系**

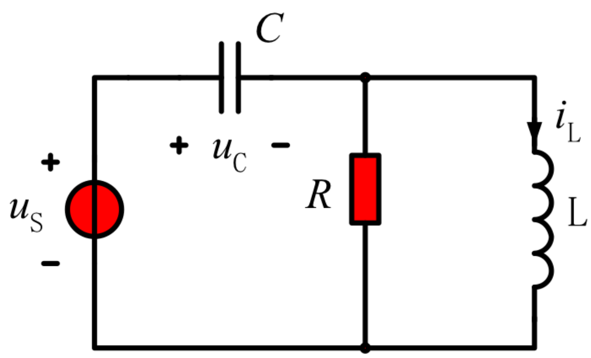
动态电路的方程——例题1



KCL + KVL + VCR

$$-u_s + Ri_L + L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = 0$$

动态电路的方程——例题2



最终形式：只含一个变量的二阶微分方程

一般默认u_S为常数

解：

由KCL：$i_C = i_R + i_L$

由KVL：$u_S = u_C + u_L$

其中：$i_C = C\frac{du_C}{dt}$、$u_R = u_L = L\frac{di_L}{dt}$、$i_R = \frac{u_R}{R}$

用i_C表示i_L，使方程中不出现u_L与i_L，只剩u_C

整理得：$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{du_C}{dt} + u_C = u_S$

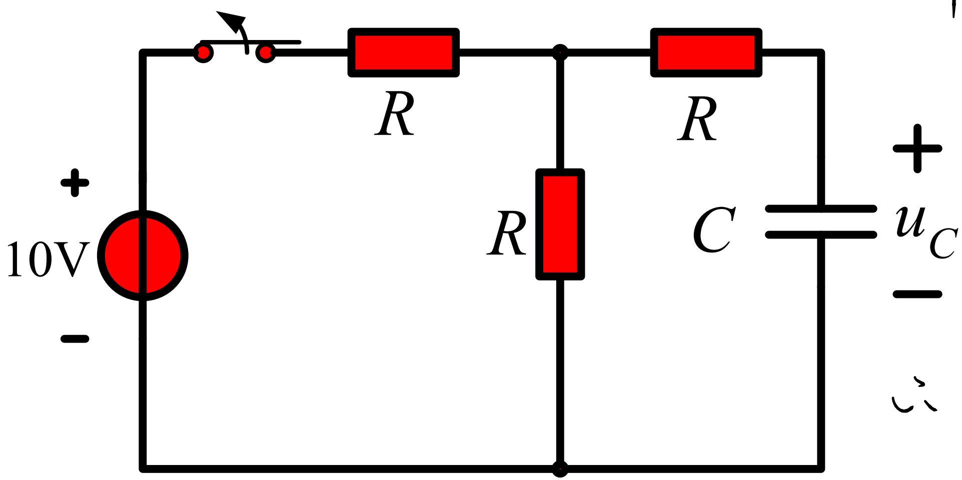
动态电路的初始条件

电容电压不能突变（开关前后相等）

在换路前后电容电流与电感电压为有限值的前提下，电容与电感电流不能发生突变

电感电流不能突变（开关前后相等）

动态电路的初始条件——例题1



解：稳态时，含C的支路相当于断路

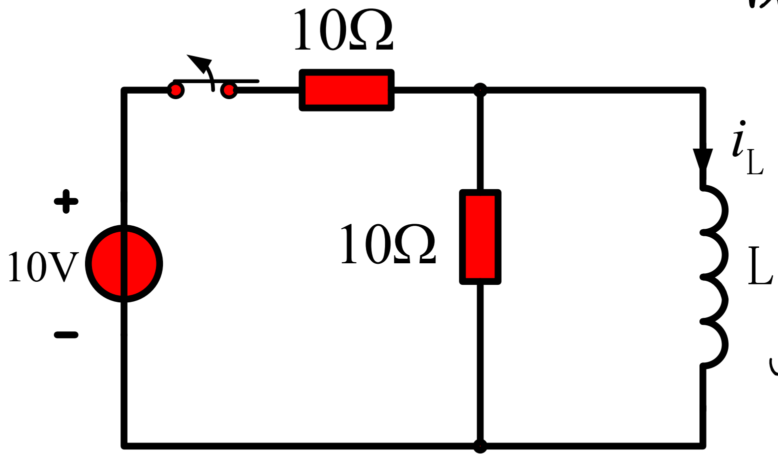
$u_C = u_R = 5V$

∴ $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 5V$

电路原已达稳态，t=0 开关断开，求 $u_c(0_+)$

答案： $u_c(0_+)=5V$

动态电路的初始条件——例题2



闭合稳态时电感支路相当于短路.

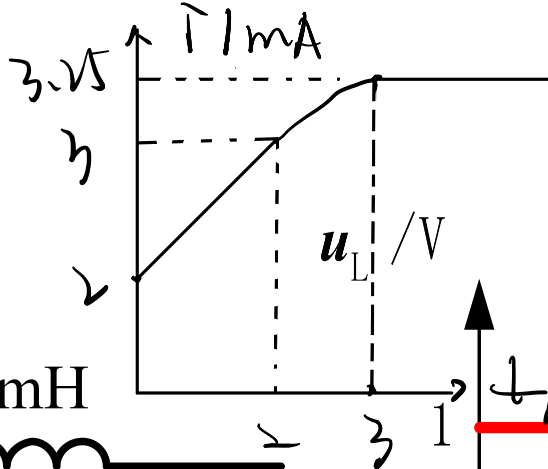
$i_L(0^-)=\frac{10}{10}=1A$

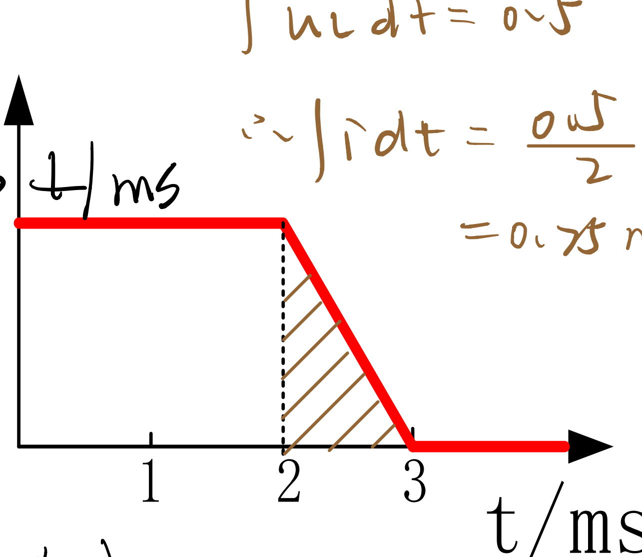
$\therefore i_L(0^+)=i_L(0^-)=1A$

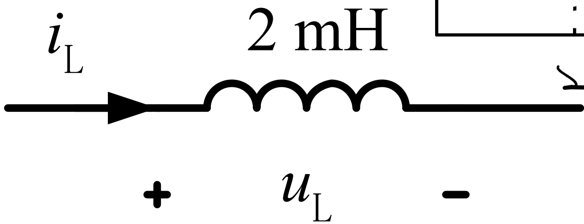
电路原已达稳态，t=0 开关断开，求 $i_L(0_+)$

答案： $i_L(0_+)=1A$

作业-1







2~3 ms.

$\int u_L\, dt = 0.5$

$\therefore \int i\, dt = \frac{0.5}{2}$

$= 0.25$ mA

$u_L = L\frac{di_L}{dt}$

① 1~2ms 时 $\frac{di_L}{dt}$ 不变，为直线

电感电流初始值为2A，绘制电感电流的波形

② 2~3ms 时 $\frac{du_L}{dt}$ 不变，即 $\frac{d^2 i_L}{dt^2}$ 不变，为二次曲线

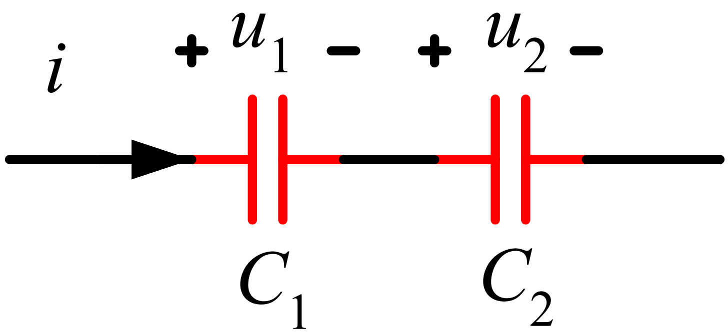
③ 算出斜率，转折点对应的电流值

作业-2

解：

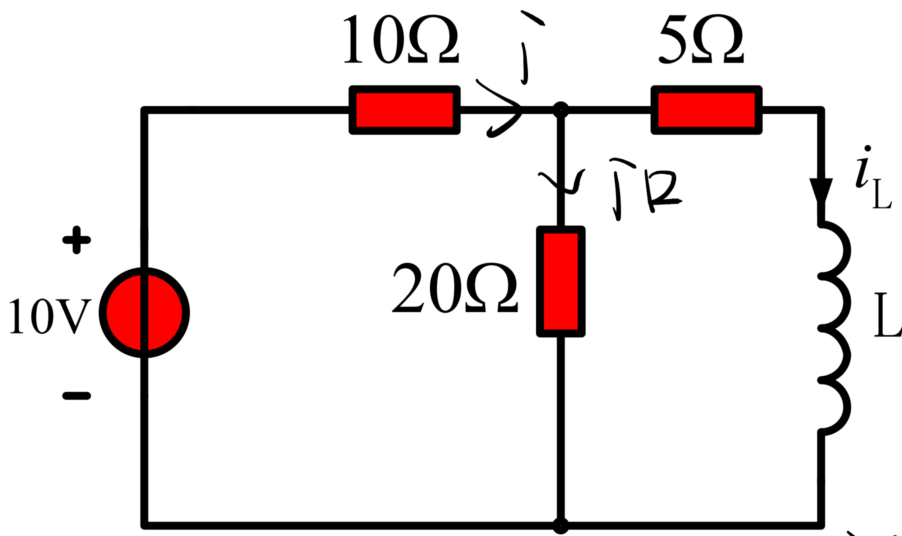
$u = u_1 + u_2 = -1V$

$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 0.33F$



C_1=1F， 初始电压为1V；C2=0.5F，初始电压为-2V，求等效电容及其电压初始值

作业-3



解：

$i = i_R + i_L$

$20 i_R = 5 i_L + L\dfrac{di_L}{dt}$

$10 = 10 i + 20 i_R$

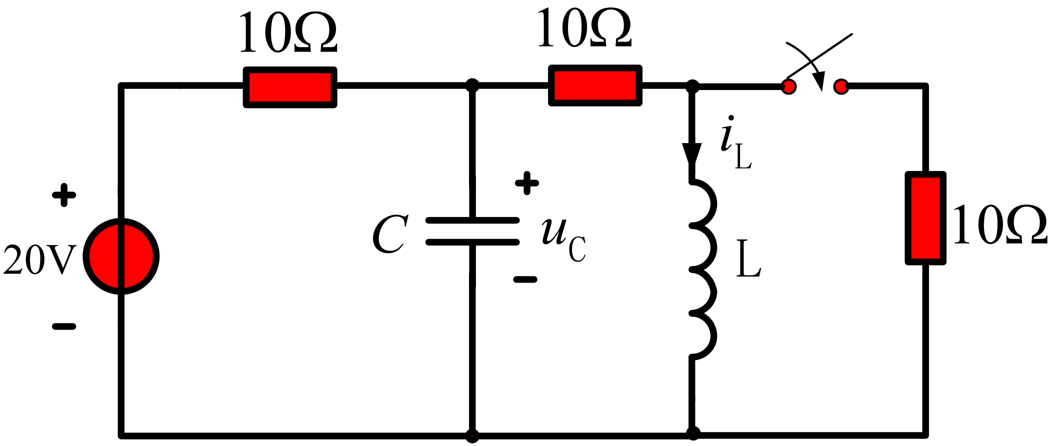
整理得

$3L\dfrac{di_L}{dt} + 35 i_L = 20$

列写关于i_L的微分方程

作业-4

蔡易駸整理



电路原已达稳态，t=0开关闭合，求$u_c(0_+)$、 $i_L(0_+)$

解： $i_L(0^-)=\frac{20}{10+10}=1A$ $\therefore i_L(0_+)=i_L(0^-)=1A$

$u_c(0^-)=10i_L(0^-)=10V$ $u_c(0_+)=u_c(0^-)=10V$