

18 恒定磁场

-磁位、磁压、磁路

邹建龙

主要内容

- 磁位的引入
- 磁位与磁压
- 恒定磁场磁位满足的拉普拉斯方程和分界面衔接条件
- 磁位的计算
- 磁路及其计算

磁位的引入

磁位类似电场中的电位

磁标势 A 复杂抽象



在无自由电流的区域 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = 0$ 引入磁标势为标量

联想以前静电场可依据

对于恒定电流、磁标势

$\nabla \times \mathbf{E} = 0$ 和 $\nabla \times (-\nabla \varphi) = 0$ 定义电位 φ 满足 $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$ 的定义范围为电流外部区域

现在恒定磁场无自由电流区域可以依据

$\nabla \times \mathbf{H} = 0$ 和 $\nabla \times (-\nabla \varphi_m) = 0$ 定义磁位 φ_m 满足 $\mathbf{H} = -\nabla \varphi_m$

↓
m = magnetic

照猫画虎

磁位与磁压

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi$$

电位可以表示为电场强度的线积分 $\varphi_A = \int_A^{\text{参考点}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ 单位是伏特

$$\mathbf{H} = -\nabla \varphi_m$$

与静电场类似，恒定磁场的磁位可以表示为磁场强度的线积分

$$\varphi_{mA} = \int_A^{\text{参考点}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \text{ 单位是安培}$$

两点之间的电位差称为电压 $U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ 单位是伏特

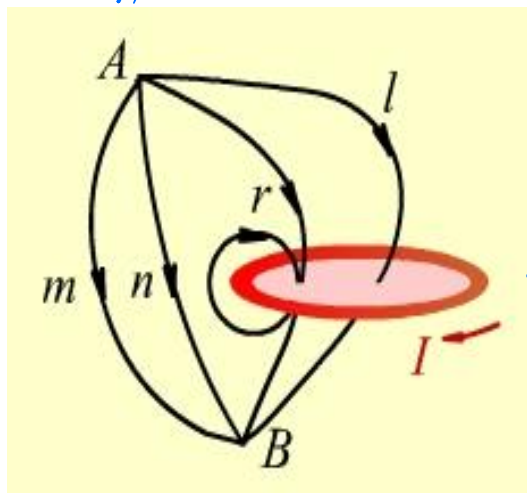
两点之间的磁位差称为磁压 $U_{mAB} = \int_A^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ 单位是安培

磁压

磁压与电压类似，但也有不同，因为磁压具有多值性

$$\varphi'_{mA} = \int_{A \rightarrow B} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}, \quad \varphi''_{mA} = \int_{A \rightarrow m \rightarrow B} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$$

以B为参考点. $\varphi_{mB} = 0$



$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \oint_{A \rightarrow B \rightarrow m \rightarrow A} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$$

环路积分为0

$$= \int_{A \rightarrow B} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_{B \rightarrow m \rightarrow A} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$$

↓
环路积分与路径有关

$$= \varphi'_{mA} - \varphi''_{mA} = I$$

如果多次穿越磁屏蔽面，则

$$\varphi'_{mA} = \varphi''_{mA} + kI$$

磁位 φ_m 与积分路径
的关系

为实现磁位单值性，通常规定积分路径不得穿过磁屏障面。

磁位与磁压

磁位、磁矢位与电位的比较

位 函 数	电位 φ	磁位 φ_m	磁矢位 \mathbf{A}
有无场源	有源或无源	无源	有源或无源
引入依据	$\nabla \times \mathbf{E} = 0$	$\nabla \times \mathbf{H} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
位与场关系	$\mathbf{E} = -\nabla \varphi$	$\mathbf{H} = -\nabla \varphi_m$	$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$
	$\varphi = \int_A^{\text{参考点}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$	$\varphi_m = \int_A^{\text{参考点}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$	$\oint_l \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$
偏微分方程	$\nabla^2 \varphi = -\rho / \varepsilon$	$\nabla^2 \varphi_m = 0$	$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$

恒定磁场磁位满足的拉普拉斯方程和分界面衔接条件

静电场满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2 \varphi = 0$$

与磁关系完全相同。

推导过程也是完全相同。

恒定磁场与静电场类似，同样满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2 \varphi_m = 0$$

与静电场类似，恒定磁场的分界面衔接条件为

$$\varphi_{m1} = \varphi_{m2}$$

$$\mu_1 \frac{\partial \varphi_{m1}}{\partial n} = \mu_2 \frac{\partial \varphi_{m2}}{\partial n}$$

静电场: $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$

但磁场的分界面 \rightarrow 根据适用范围，不能有

自由电流，即 $K=0$

磁位计算例题 求长直载流导线周围的磁位。

解 单根载流导线，取柱坐标

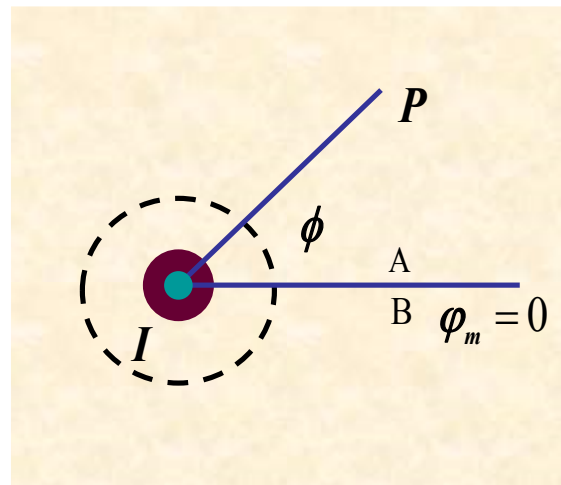
$$\nabla^2 \varphi_m = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial \phi^2} = 0$$

$$\varphi_m = a\phi + b \quad \varphi_m|_{\phi=0} = 0$$

$$\varphi_m|_{\phi=2\pi} = \oint_{B \rightarrow A} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = -I$$

$$\rightarrow a = -\frac{I}{2\pi}, b = 0 \rightarrow \varphi_m = -\frac{I}{2\pi} \phi$$

$$\mathbf{H} = -\nabla \varphi_m = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi_m}{\partial \phi} \mathbf{e}_\phi = \frac{I}{2\pi\rho} \mathbf{e}_\phi$$

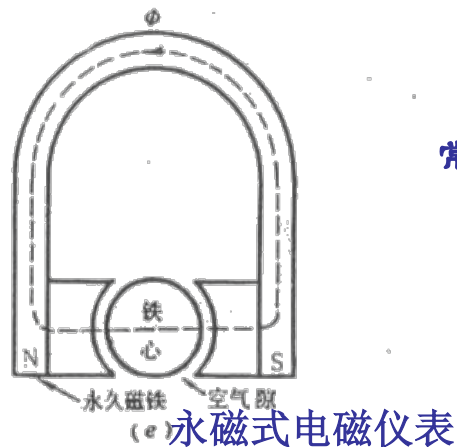
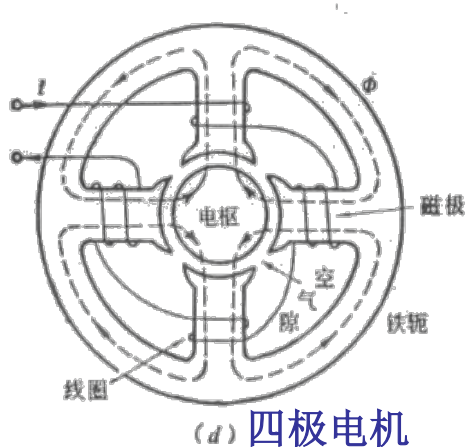
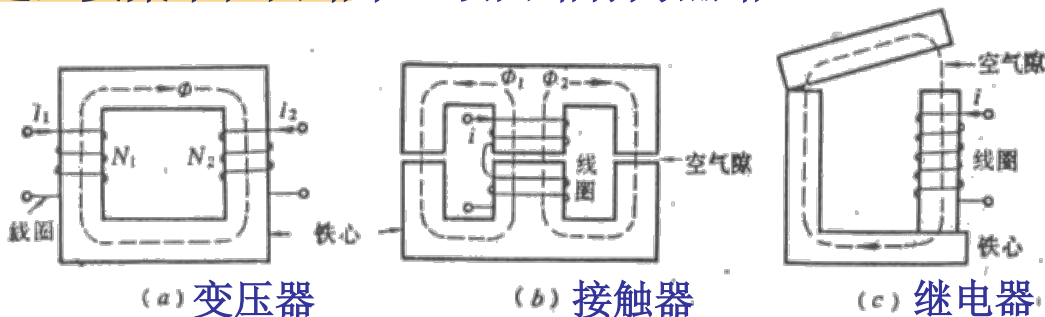


$\phi=0$ 规定为参考磁位。

磁路

磁路的基本概念

利用铁磁材料制成一定形状的回路（可包括气隙），其上绕有线圈，使磁通主要集中在回路中，该回路称为磁路。



常见的磁路

磁路

- 磁路是由磁场形成的通路，磁力线类似电流线，流入=流出
- 磁路与电路是对偶的，因此关于电路的定律等可直接推广到磁路

电路	磁路
电压 (U)	磁压 U_m
电流 I	磁通 Φ
电压源 U_s	磁势 F_m
电导率 γ	磁导率 μ
电阻 $R = \frac{l}{\gamma S}$	磁阻 $R_m = \frac{l}{\mu S}$
KCL	K磁通L
KVL	K磁压L

磁路



电路

$I - \Phi$ 分别为通量

磁路

- 磁力线（电流）在流动的时候，会遇到阻力，用**磁阻**来反映阻力大小

$$R_m = \frac{l}{\mu S}$$

- 可见铁心阻力非常小，而空气阻力非常大

磁力线基本集中在铁磁材料中。

- 磁阻满足欧姆定律

$$V = RI$$

$$U_m = R_m \Phi$$

U_m (磁压，与电压对偶) = R_m (磁阻，与电阻对偶) Φ (磁通量，与电流对偶)

磁路

- 磁路基尔霍夫磁通量定律：任意结点，磁通量代数和等于零

$$\sum (+\text{或者}-) \Phi_k = 0 \text{ (正负号取决于流入还是流出)}$$

- 磁路基尔霍夫磁压定律：任意回路，磁压代数和等于零

$$\sum (+\text{或者}-) U_{mk} = 0 \text{ (正负号取决于升压还是降压)}$$

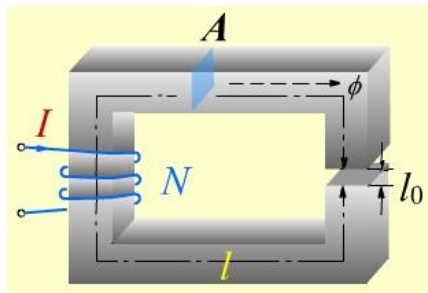
磁路的单位是安培。

- 磁场的产生是靠电流，因此磁压源（称为磁势）等于 NI , N 为匝数， I 为电流

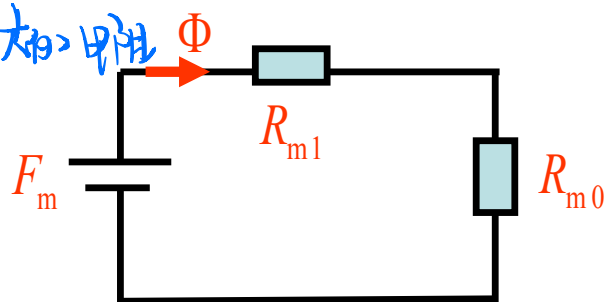
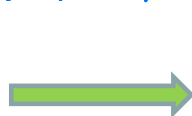
磁势就是磁压，只是从电源角度讲

磁路计算实例-1

已知磁路 $l=20\text{cm}$ ，截面积 $A=1\text{cm}^2$ ， $\mu_r=100$ ， $l_0=0.2\text{mm}$ ， $N=1000$ ，
若要在磁路中产生 $\Phi=0.4\pi\times 10^{-4}\text{Wb}$ ，问电流 $I=?$ 并求气隙的磁压 U_{m0} 。



气隙 → 阻值大 电阻



$$R_{m1} = \frac{l}{\mu A} = \frac{5}{\pi} \times 10^6 \text{ 1/H}, \quad R_{m0} = \frac{l_0}{\mu_0 A} = \frac{5}{\pi} \times 10^6 \text{ 1/H}$$

串联

磁势

$$F_m = (R_{m0} + R_{m1})\Phi = 400\text{A} \quad I = F_m / N = 0.4\text{A}$$

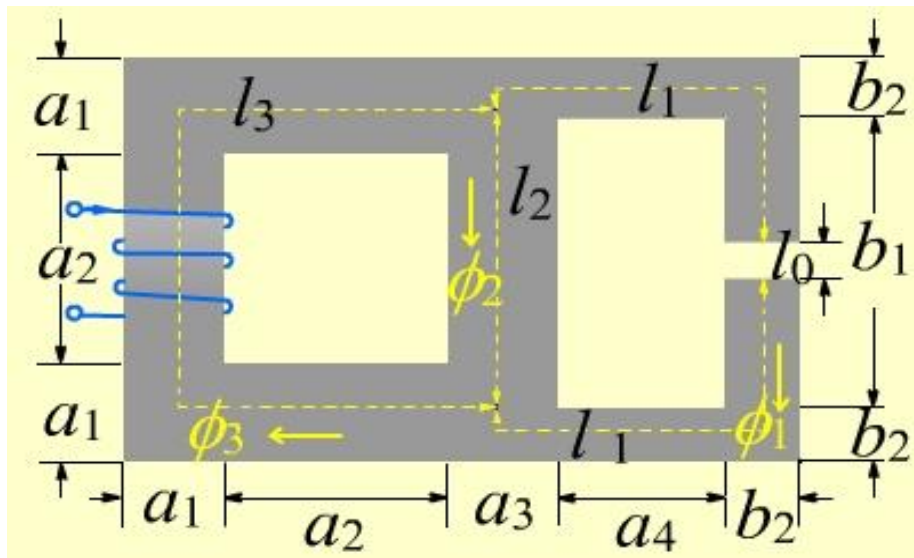
气隙磁压

$$U_{m0} = R_{m0}\Phi = 200\text{A}$$

气隙磁阻比大头、1 因为阻力大

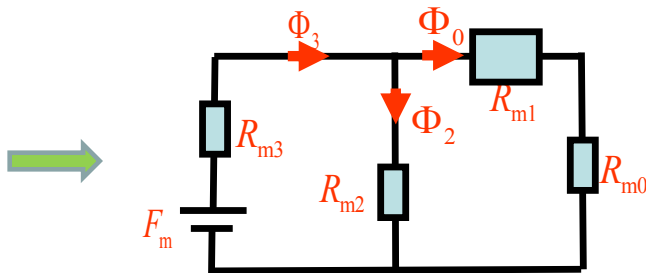
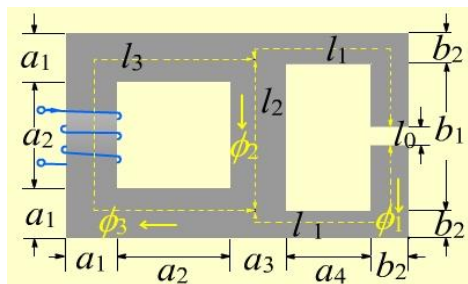
磁路计算实例-2

已知气隙中的磁通为 Φ_0 ，线圈匝数为 N ，铁芯材料磁导率为 μ ，大截面和小截面的截面积分别为 S_2 和 S_1 ，试求电流 I 。



磁路计算实例-2

已知气隙中的磁通为 Φ_0 ，线圈匝数为 N ，铁芯材料磁导率为 μ ，截面积分别为 S_2 和 S_1 ，试求电流 I 。



$$\Phi_3 = \Phi_2 + \Phi_0$$

$$F_m = NI = R_{m3}\Phi_3 + R_{m2}\Phi_2$$

$$F_m = R_{m3}\Phi_3 + R_{m1}\Phi_0 + R_{m0}\Phi_0$$

三个方程联立求解可得电流

$$R_{m0} = l_0 / (\mu S_1)$$

$$R_{m1} = 2l_1 / (\mu S_1)$$

$$R_{m2} = l_2 / (\mu S_2)$$

$$R_{m3} = l_3 / (\mu S_2)$$

作业十六

1. 简要描述电位、磁矢位和磁位的异同
2. 教材3-5-1
3. 教材3-5-2
4. 教材3-9-1
5. 教材3-9-2