第四章 图像增强

image enhancement

(频域增强方法)

本资料中部分文字及图片来源于网络下载

图像增强--频域增强

- 频域滤波基础
- 一、低通滤波器法
- 二、高通滤波器法
- 三、带通和带阻滤波器法

频域滤波处理流程

频率域中的滤波增强包含如下步骤(傅立叶变换):

1. 由f(x,y)计算图像的DFT，即F(u,v)。
2. 用滤波器函数H(u,v)乘以F(u,v)。
3. 计算(2)中结果的反DFT。
4. 得到(3)中结果,即增强后的图像。

频域滤波处理流程

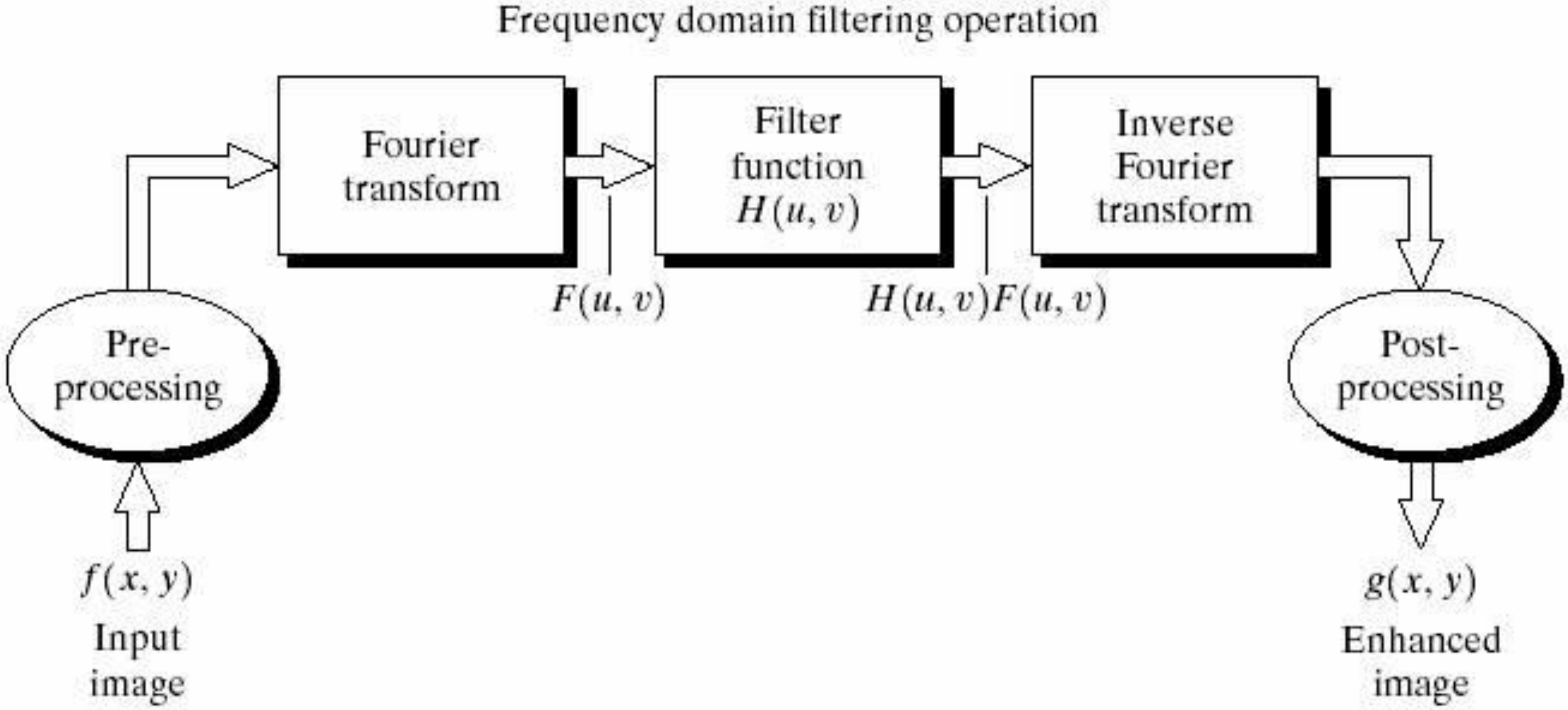


FIGURE 4.5 Basic steps for filtering in the frequency domain.

傅立叶变换性质----卷积定理

卷积定理和相关定理都是研究两个函数的傅立叶变换之间的关系，这构成了空间域和频域之间的基本关系

对于两个二维连续函数**f(x,y)**和**g(x,y)**的卷积定义为

$$f(x,y)*g(x,y)=\iint_{-\infty} f(\alpha,\beta)g(x-\alpha,y-\beta)d\alpha d\beta$$

其二维卷积定理可由下面关系表示

设 $f(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)$ $\qquad g(x,y)\Leftrightarrow G(u,v)$

则

$$f(x,y)*g(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)\cdot G(u,v)$$
$$f(x,y)\cdot g(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)*G(u,v)$$

1 低通滤波器法

- 1）原理
- 2）理想低通滤波器
- 3）巴特沃思低通滤波器
- 4）指数低通滤波器
- 5）高斯低通滤波器（GLPF）

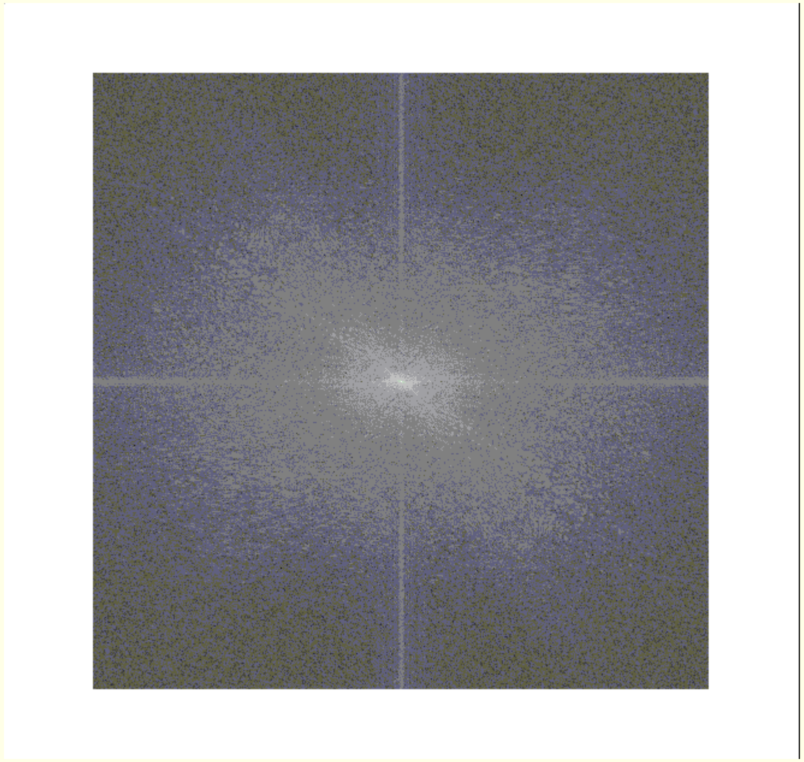
1 低通滤波器法

- 1）原理

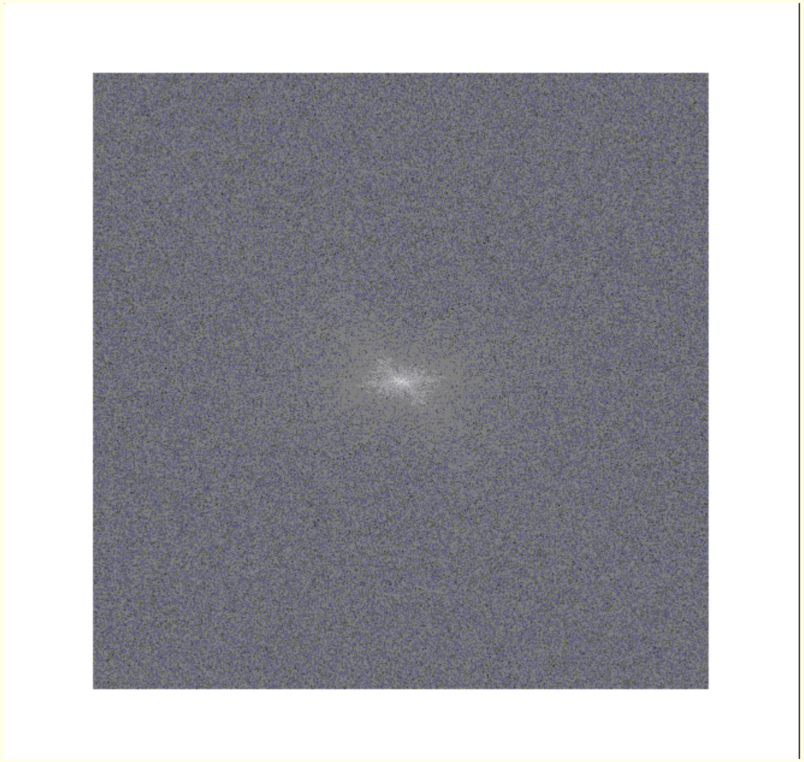
Lenna

加入高斯噪声的Lenna

1 低通滤波器法



Lenna的谱图像



有高斯噪声Lenna的谱图像

1 低通滤波器法

– 结论：图像的边缘和其他尖锐跳跃（如噪声）对傅立叶变换的高频分量有很大贡献；

– 方法：通过一个线性系统，频域上对一定范围高频分量进行衰减能够达到平滑化；

– 这种线性系统称为低通滤波器法。

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v)$$

$F(u,v)$是输入，$G(u,v)$是输出

$H(u,v)$是线性系统的传递函数

1 低通滤波器法

- 2）理想低通滤波器（ILPF）
  - 定义：以D_0为半径的圆内所有频率分量无损的通过，圆外的所有频率分量完全衰减。

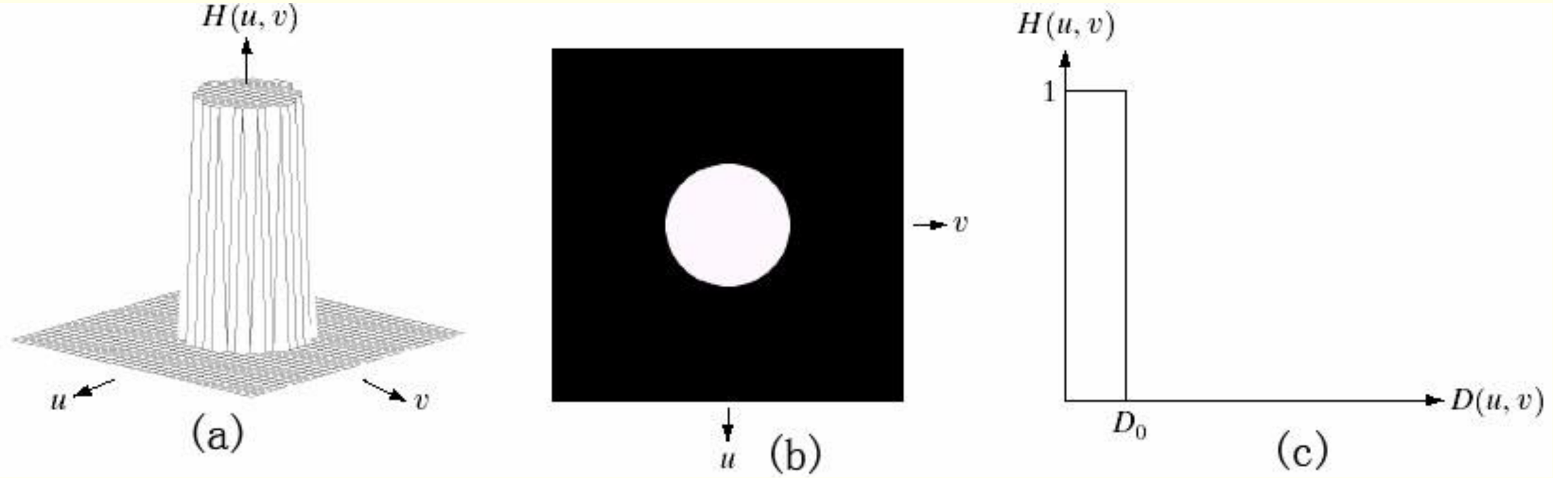
$$H(u,v)=\begin{cases}1 & D(u,v)\le D_0\\ 0 & D(u,v)>D_0\end{cases}$$

其中$D(u,v)=\sqrt{u^2+v^2}$

  - D_0又称为截止频率。

注意D_0的物理意义

1 低通滤波器法



H(u,v)

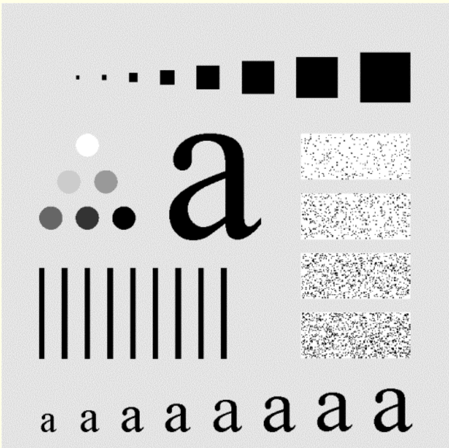
1 低通滤波器法

如何确定D_0?

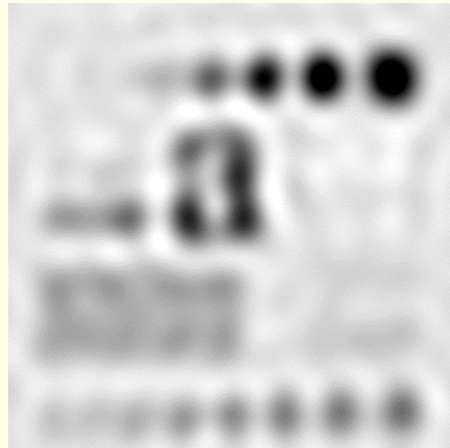
– 信号能量E_T：将u,v=0，1，N-1的每一点（u,v）的能量相加起来得到傅立叶信号能量E_T。

$$E_T = \sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1} E(u,v) = \sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}\left[R^2(u,v)+I^2(u,v)\right]$$

Fig 4.22

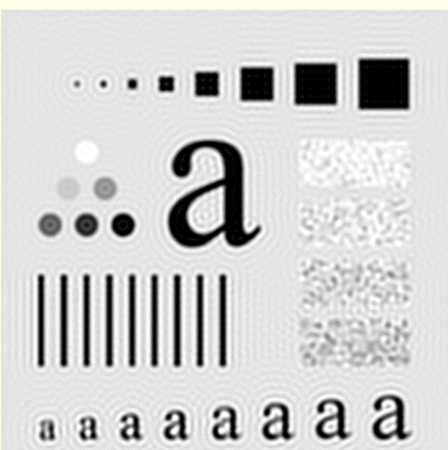


原图

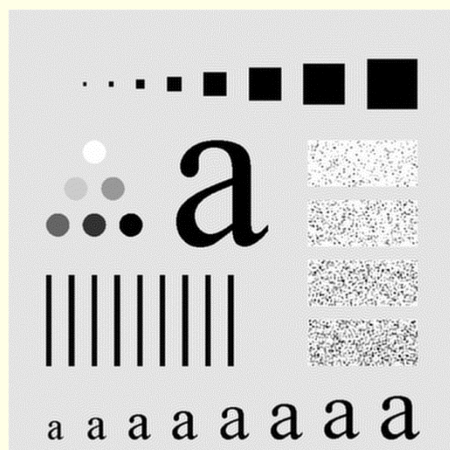


$D_0=10$

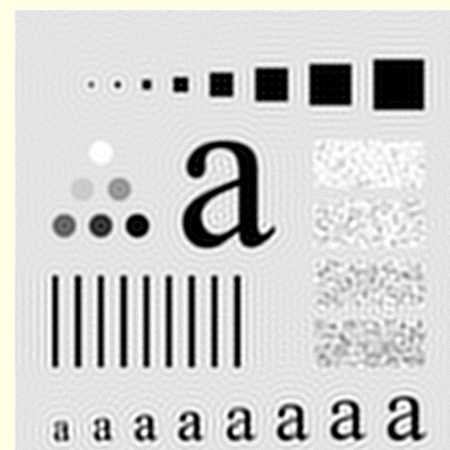
$D_0=30$



$D_0=60$



$D_0=160$



$D_0=460$

1 低通滤波器法

- 问题：
  - （1）模糊
  - 对于半径为5，包含了全部90%的能量。但严重的模糊表明了图片的大部分边缘信息包含在滤波器滤去的10%能量之中。随着滤波器半径增加，模糊的程度就减少。
  - 模糊产生的原理：根据卷积定理

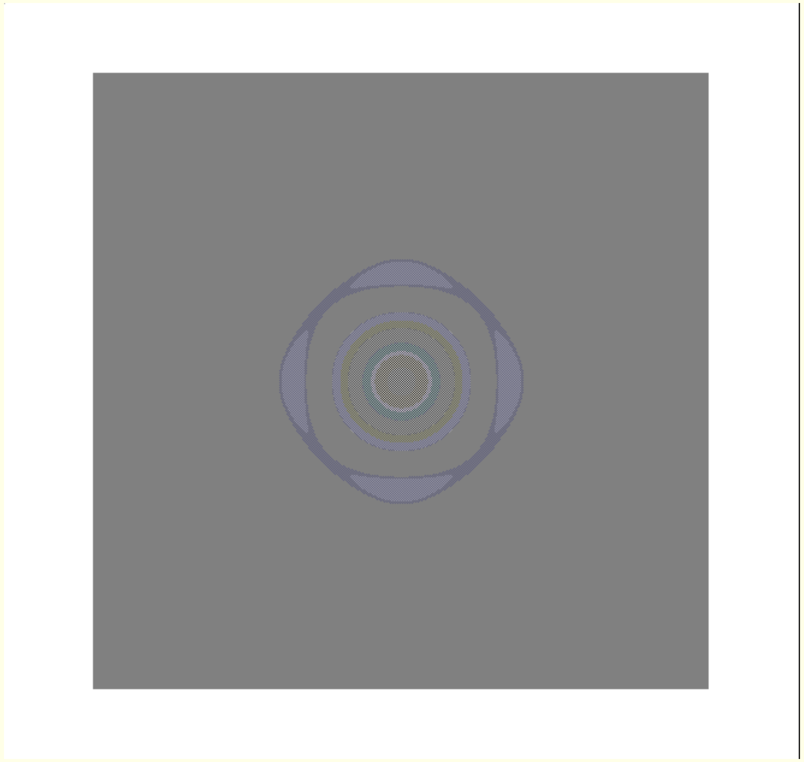
$$G(u,v)=H(u,v)F(u,v)$$

$$g(x,y)=h(x,y)*f(x,y)$$

  - ILPF的空域图像

1 低通滤波器法

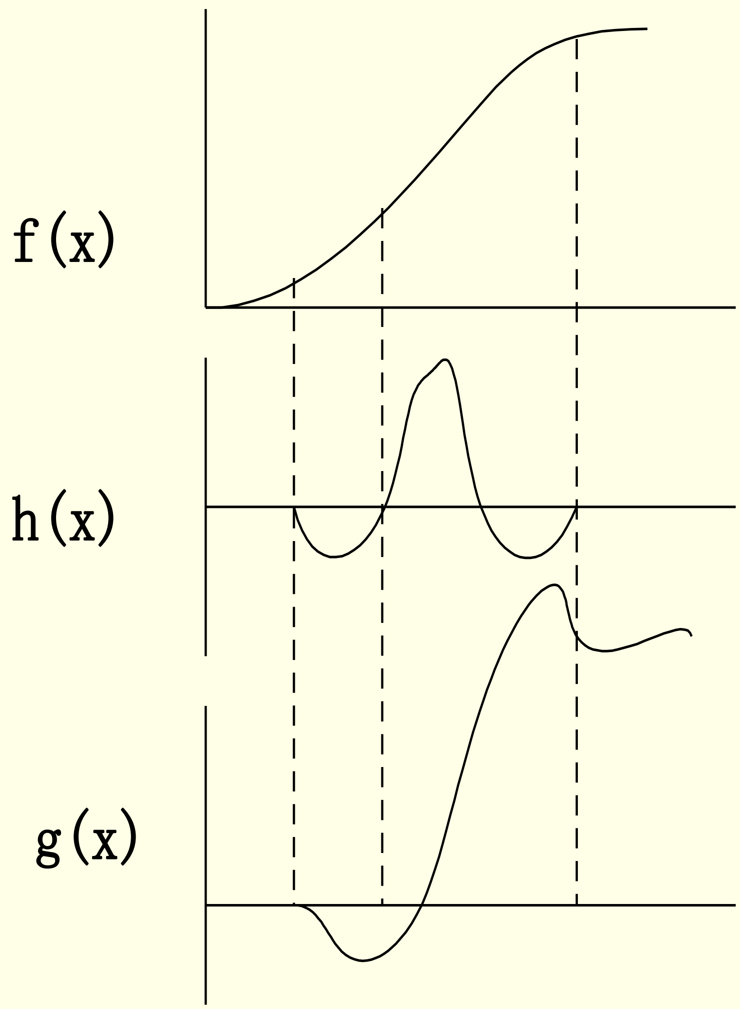
– 频域上的滤波相当于空域上的卷积。即相当复杂图像中每个象素点简单复制过程。因此导致图像的模糊。当D增加时环半径也增加，模糊程度减弱。



1 低通滤波器法

- （2）振铃
- ILPF空域上冲激响应卷积产生两个现象：
- 一是边缘渐变部分的对比度；
- 二是边缘部分加边（ringing）。
- 其原因是冲激响应函数的多个过零点。

1 低通滤波器法



1 低通滤波器法

- 3）巴特沃思低通滤波器（BLPF）

  n阶巴特沃思（Butterworth）滤波器

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{D_0}\right)^{2n}}$$

$n=1$，1阶巴特沃思滤波器

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\frac{\left(u^2+v^2\right)}{D_0{}^2}}$$

1 低通滤波器法--巴特沃思

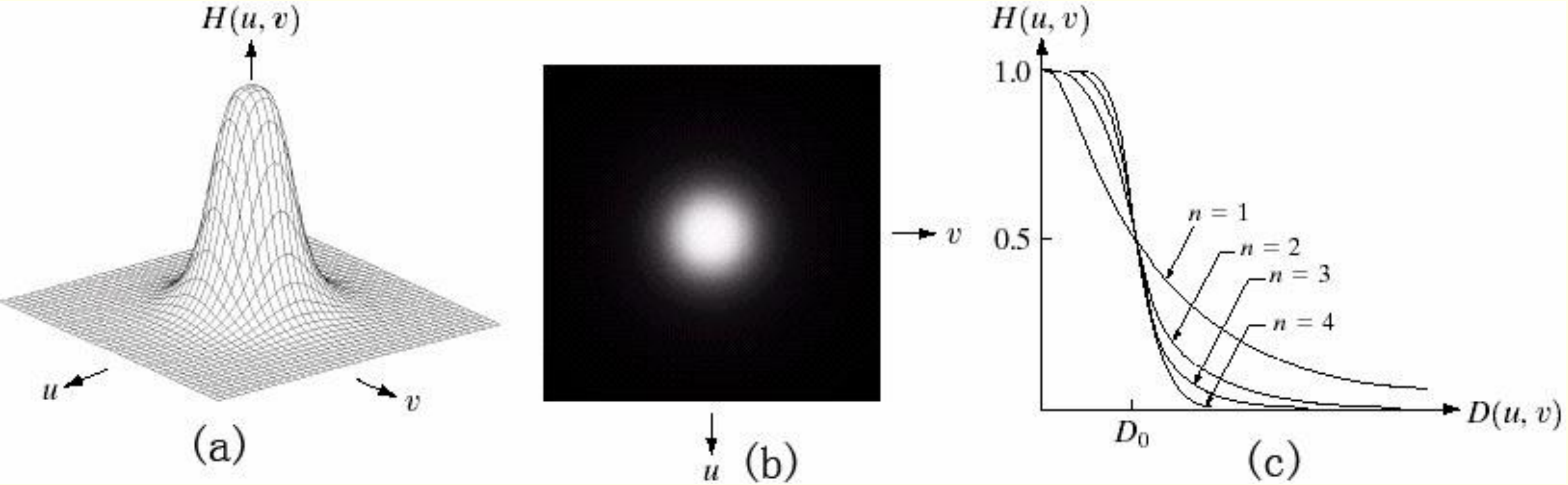
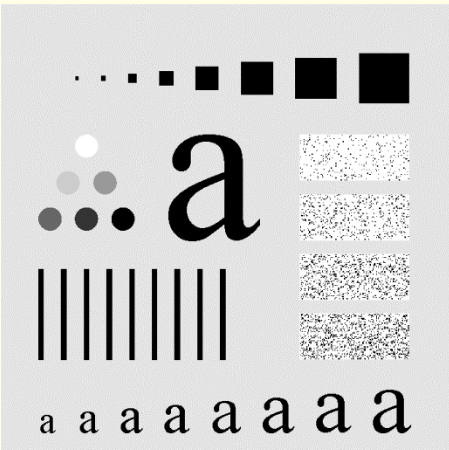
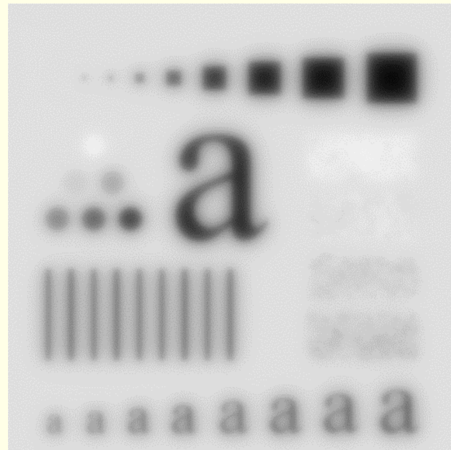


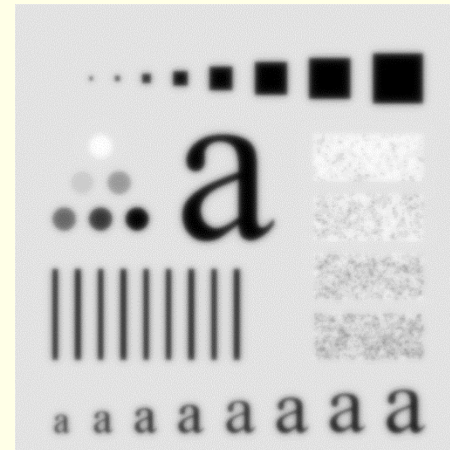
Fig 4.45



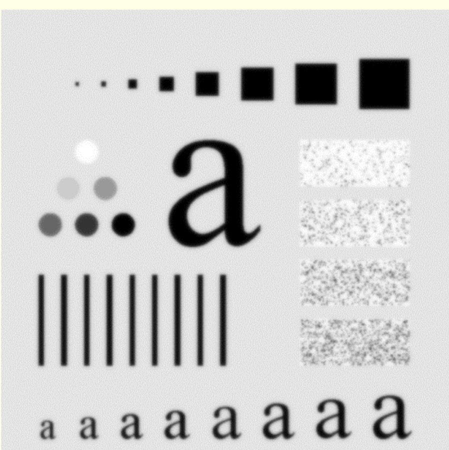
原图



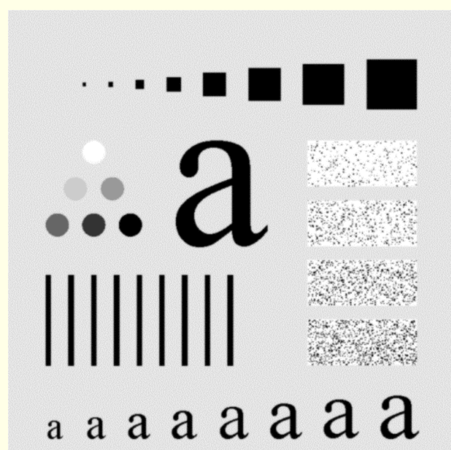
$D_0=10$



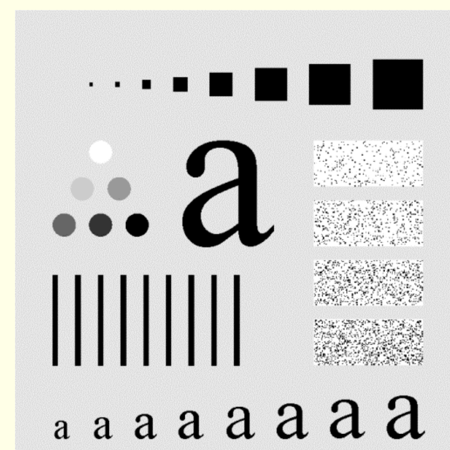
$D_0=30$



$D_0=60$

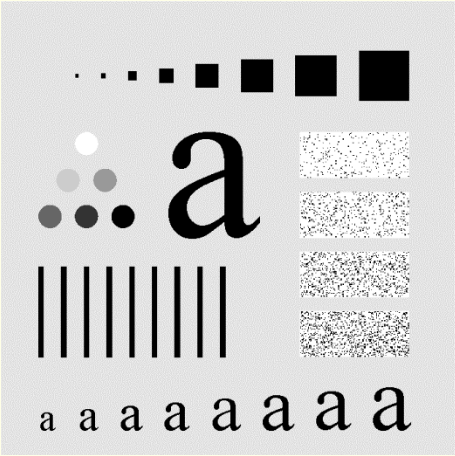


$D_0=160$

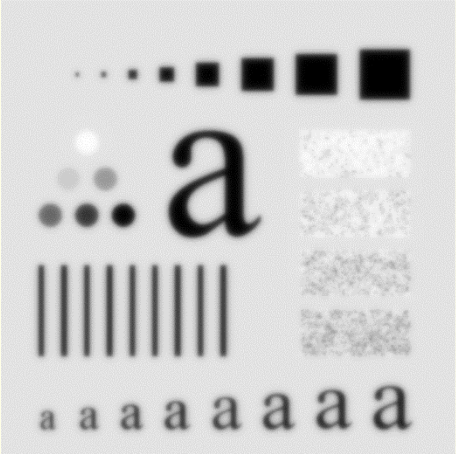


$D_0=460$

低通滤波器



理想D_0=30



巴特沃思D_0=30

1 低通滤波器法

巴特沃斯低通滤波器的优点是：

一、模糊大大减少。因为包含了许多高频分量；

二、没有振铃现象。因为滤波器是平滑连续的。

1 低通滤波器法

- 4）指数低通滤波器（ELPF）

指数低通滤波器

$$H(u,v)=e^{-[\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{D_0}]^{2n}}$$

$n=1$的指数低通滤波器

$$H(u,v)=e^{-[\frac{u^2+v^2}{D_0{}^2}]}$$

性质：比相应的巴特沃思滤波器要稍微模糊，但没有振铃现象。

1 低通滤波器法

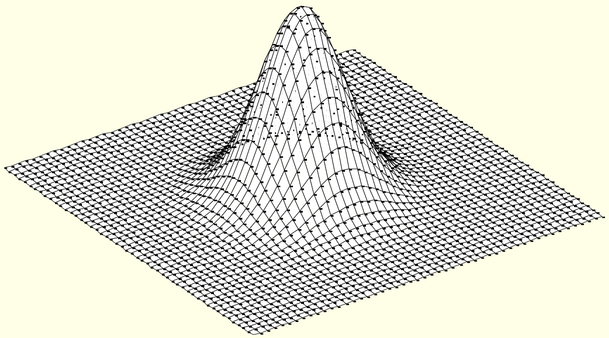
- 5）高斯低通滤波器（GLPF）

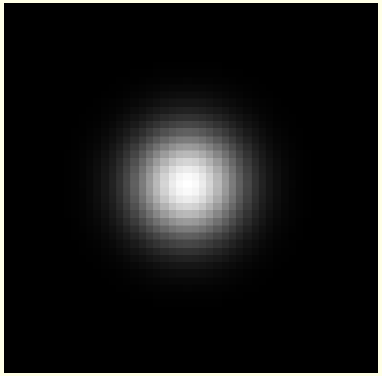
高斯低通滤波器

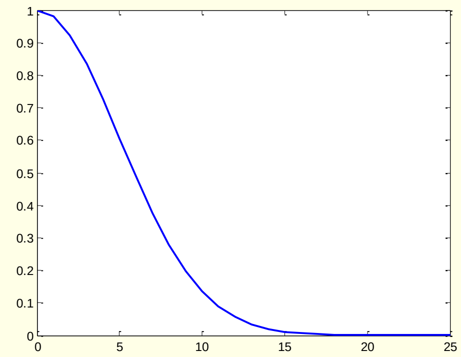
$$H(u,v)=e^{-[\frac{u^2+v^2}{2D_0^{\ 2}}]}$$

性质：与指数滤波器是一样的。

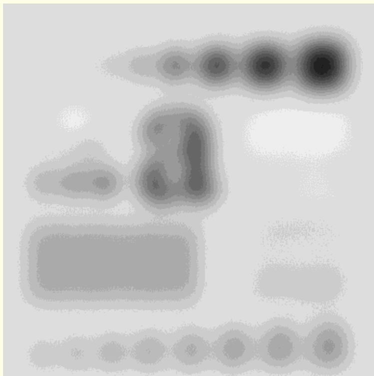
1 低通滤波器法



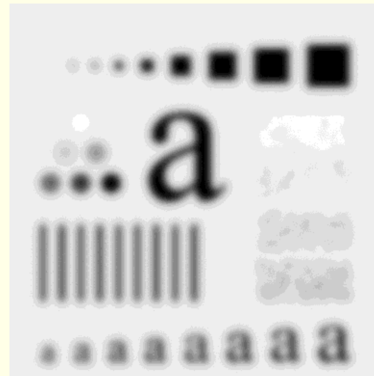




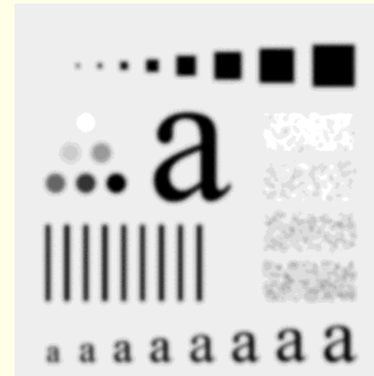
1 低通滤波器法-指数低通滤波器



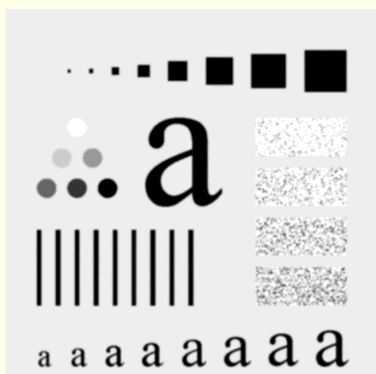
$D_0=5$



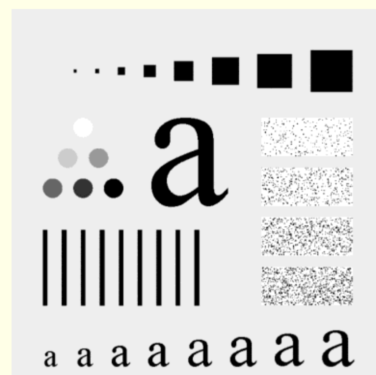
$D_0=15$



$D_0=30$



$D_0=80$



$D_0=230$

2 高通滤波器法

1）原理
2）理想高通滤波器
3）巴特沃思高通滤波器
4）指数高通滤波器
5）高斯差分滤波器

2 高通滤波器法

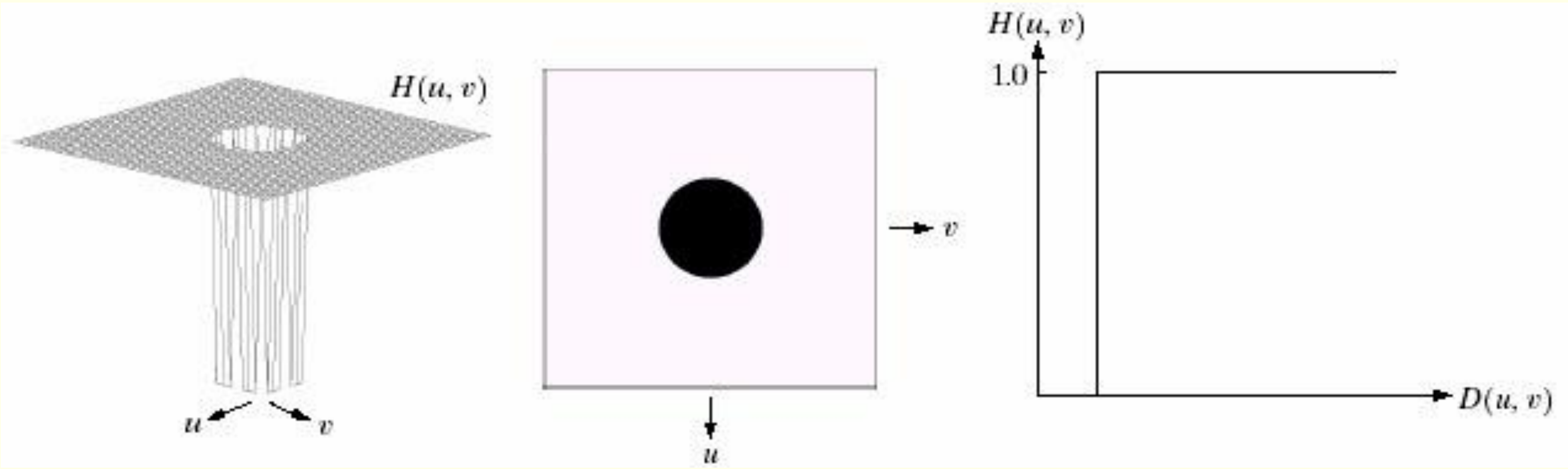
- 1）原理
  - 图像锐化处理的目的是使模糊图像变得清晰。
  - 通常图像模糊是由于图像受到平均或积分运算，因此图像锐化采用微分运算。
  - 在频域处理上，即采用高通滤波器法。
  - 注意：进行处理的图像必须有较高的信噪比，否则图像锐化后，图像信噪比会更低。

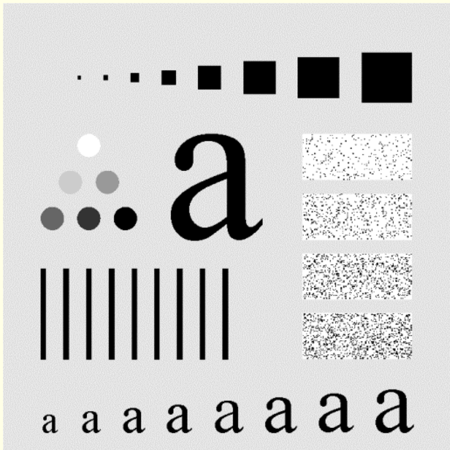
2 高通滤波器法

- 2）理想高通滤波器（IHPF）

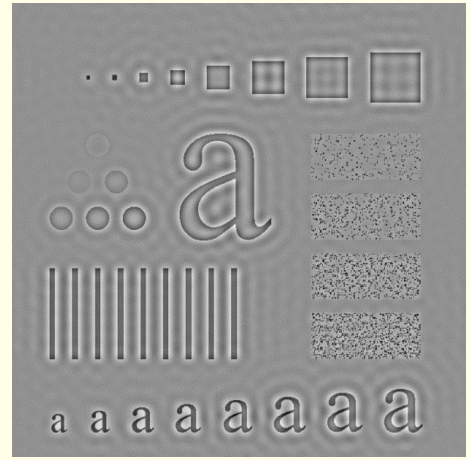
$$H(u,v)=\begin{cases}0 & D(u,v)\le D_0\\ 1 & D(u,v)>D_0\end{cases}$$

$$\text{其中}D(u,v)=\sqrt{u^2+v^2}$$

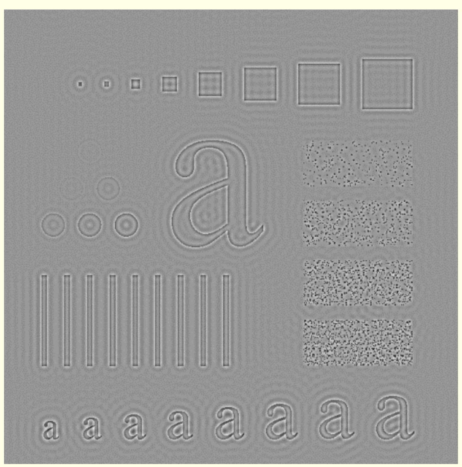




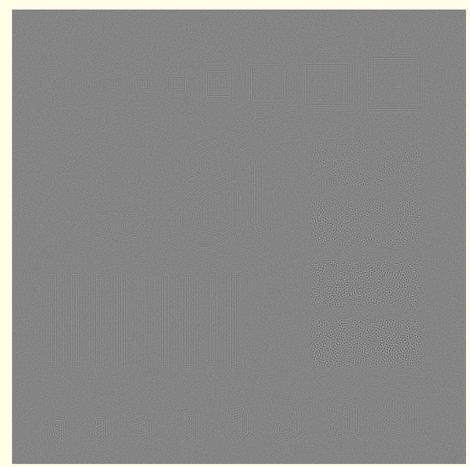
原图



D_0=30



D_0=60



D_0=160

注：对结果进行了线性变换

2 高通滤波器法

- 3）巴特沃思高通滤波器（BHPF）

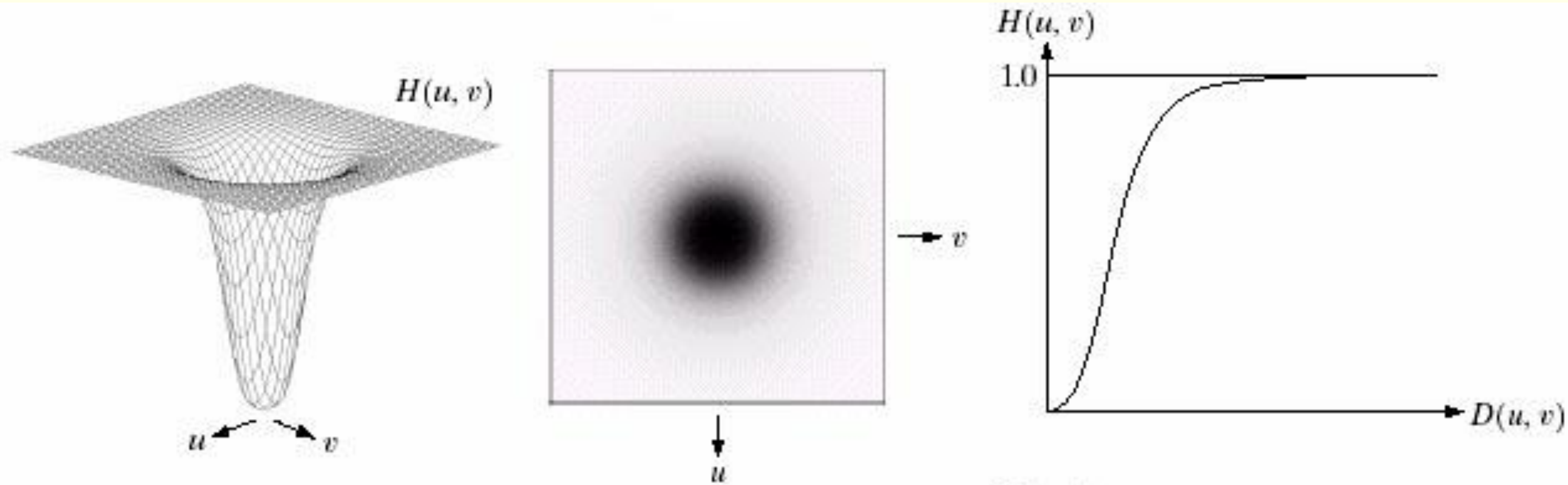
  n阶巴特沃思（Butterworth）高通滤波器

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left(\frac{D_0}{\sqrt{u^2+v^2}}\right)^{2n}}$$

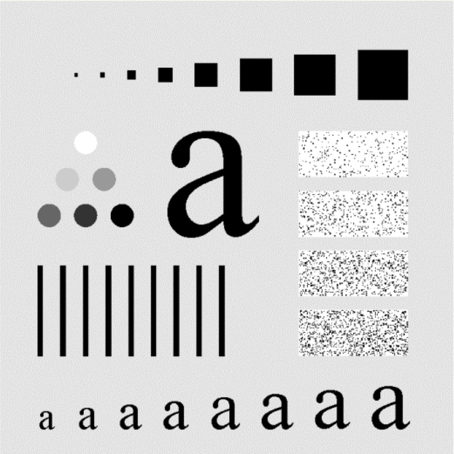
  $n=1$，1阶巴特沃思高通滤波器

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\frac{{D_0}^2}{\left(u^2+v^2\right)}}$$

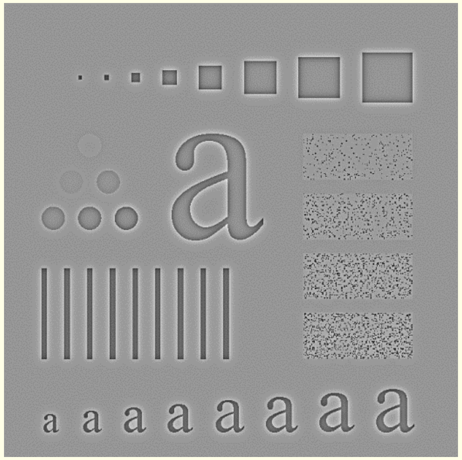
2 高通滤波器法



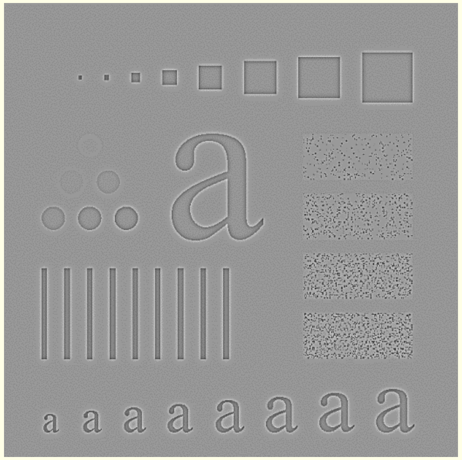
Fig



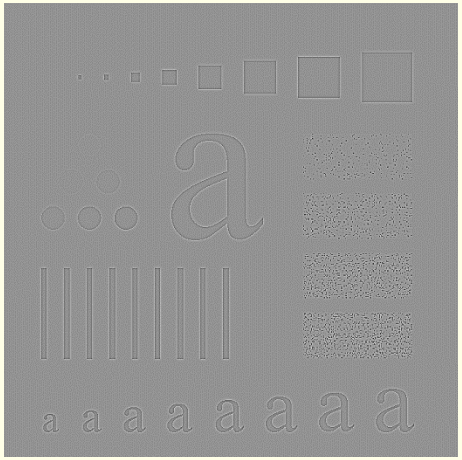
原图



$D_0=30$



$D_0=60$



$D_0=160$

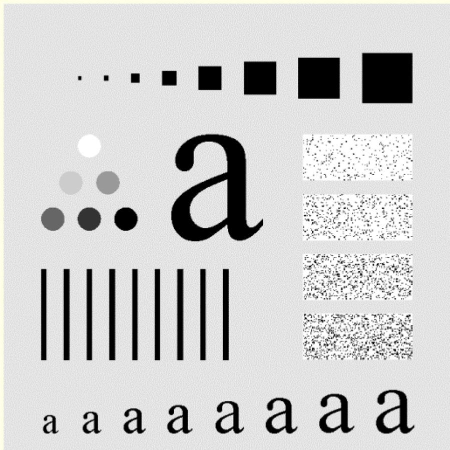
2 高通滤波器法

- 4）指数高通滤波器（EHPF）

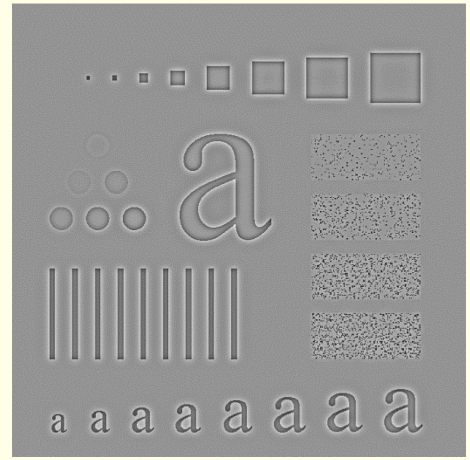
$$H(u,v)=e^{-\left[\frac{D_0^2}{D^2(u,v)}\right]^n}$$

- 注：书中公式有误，以此为准

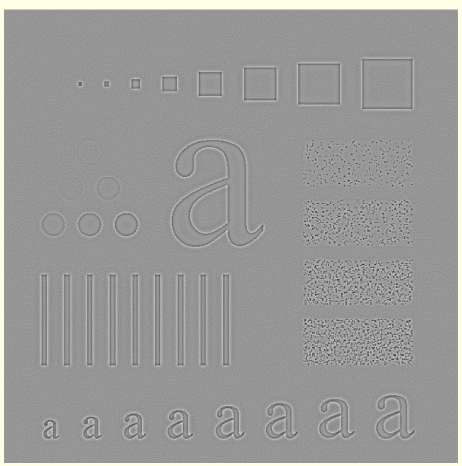
示例



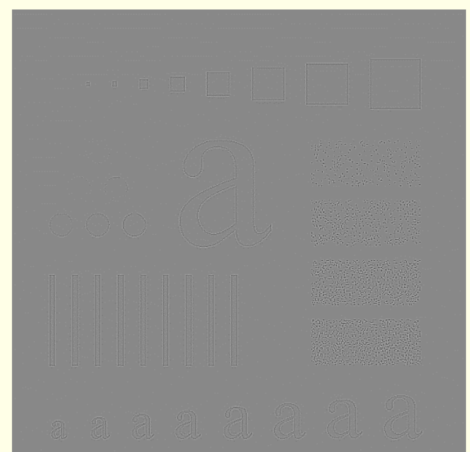
原图



$D_0=30$

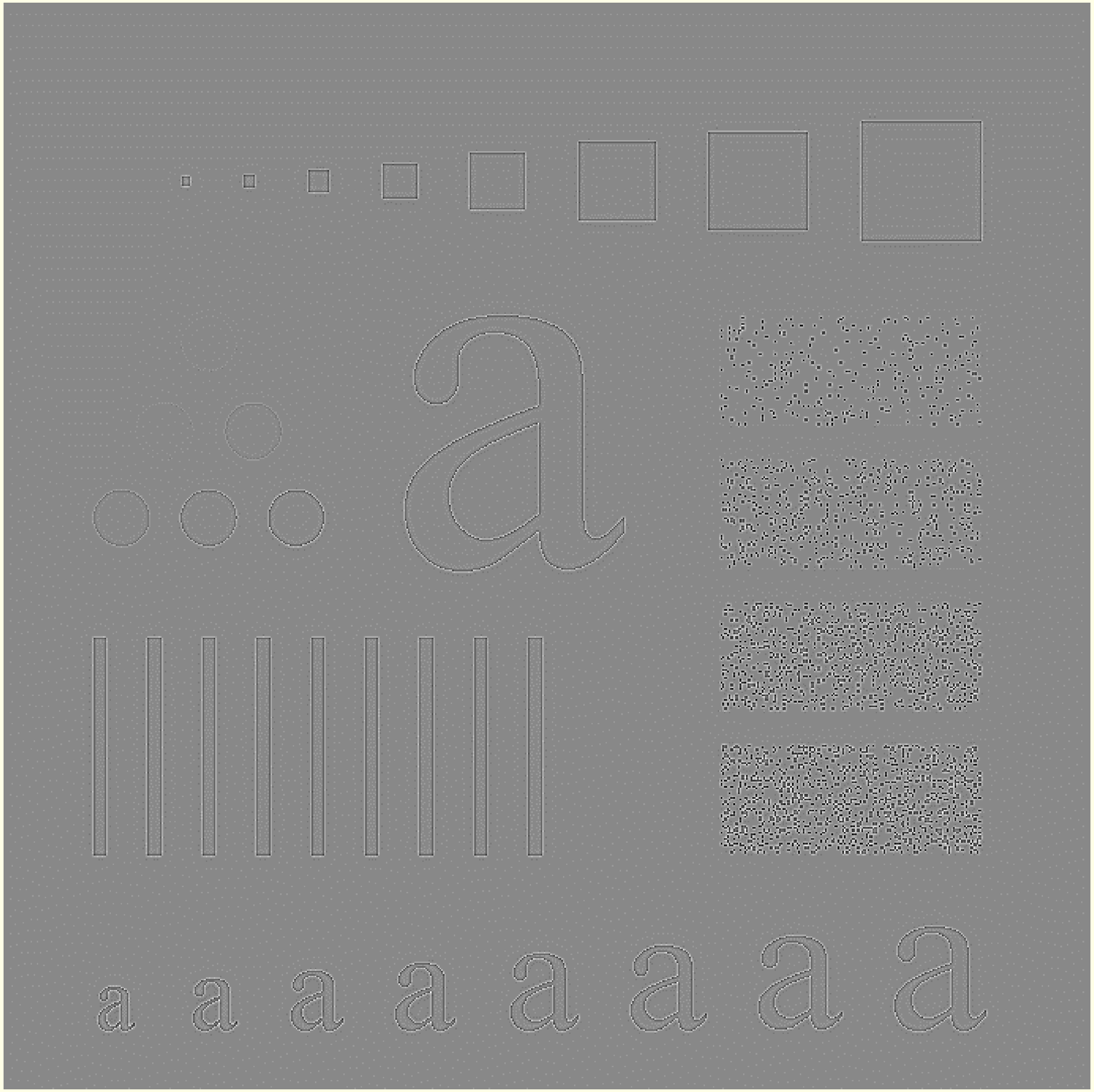


$D_0=60$



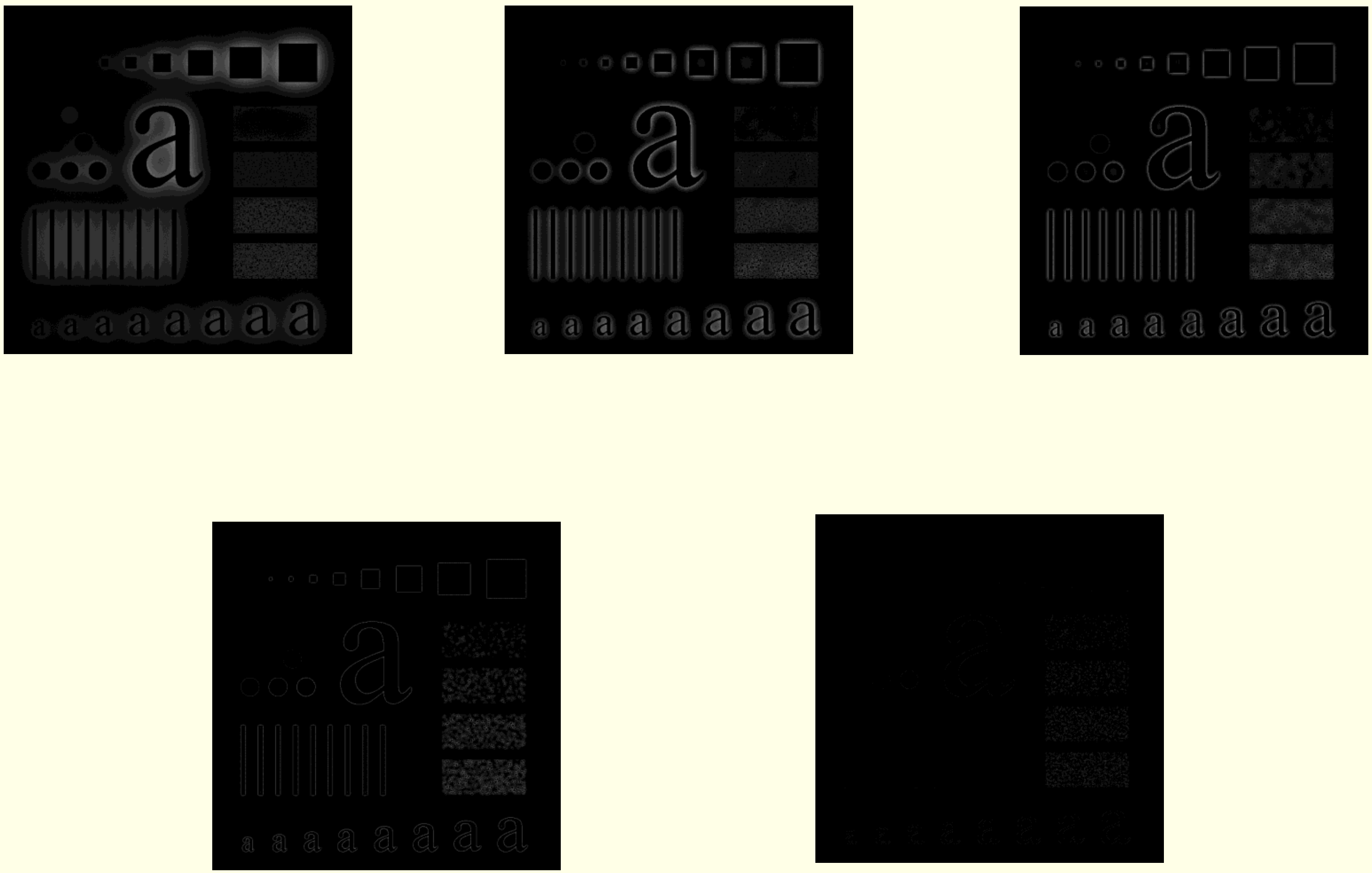
$D_0=160$

注：对结果进行了线性变换



D_0=160

D_0分别是5、15、30、80和230，n=1

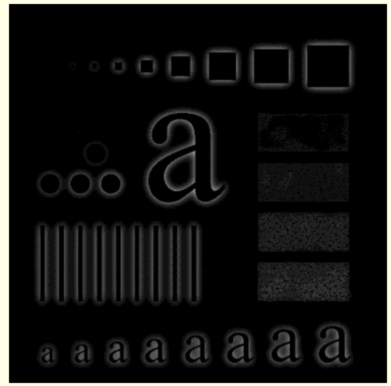


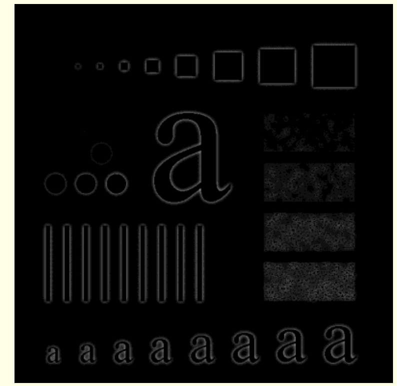
高斯高通滤波器

- 高斯高通滤波器(Gaussian High-pass Filter)是的传递函数H(u,v)表示为：

$$H(u,v) = 1 - e^{-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^2}}$$

D_0分别是5、15、30、80和230





频率域的拉普拉斯算子

4.8.4 由空间域的拉普拉斯算子定义：

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$\downarrow$$

$$\nabla^2 f(t,z) \Leftrightarrow -4\pi^2(\mu^2 + \upsilon^2)F(\mu,\upsilon)$$

$$\downarrow$$

$$H(\mu,\upsilon) = -4\pi(\mu^2 + \upsilon^2)$$ 频域拉普拉斯算子

由空间域增强的实现：$g(x,y) = f(x,y) + c\nabla^2 f(x,y)$

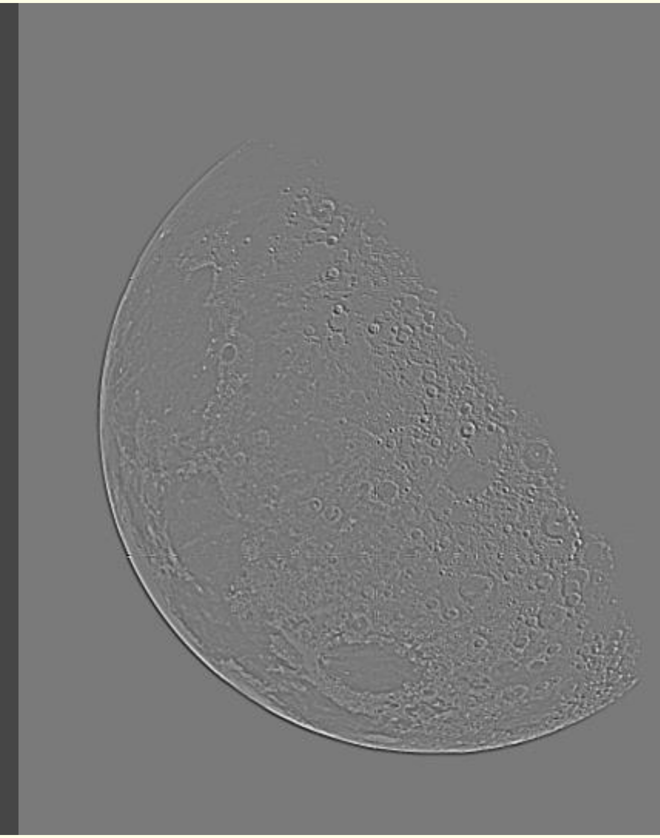
$$\downarrow$$

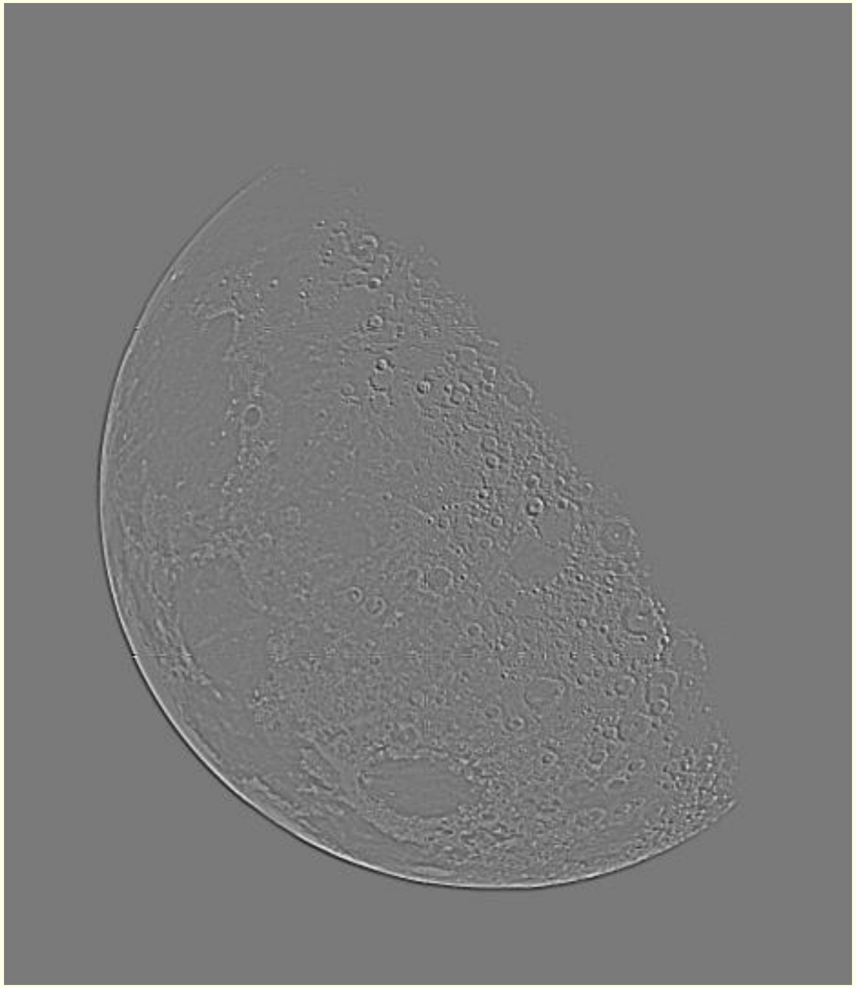
$$g(x,y) = \xi^{-1}\{[1 - H(\mu,\upsilon)]F(\mu,\upsilon)\}$$ 频域增强

频率域的拉普拉斯算子 示例


原图


增强后的结果


细节

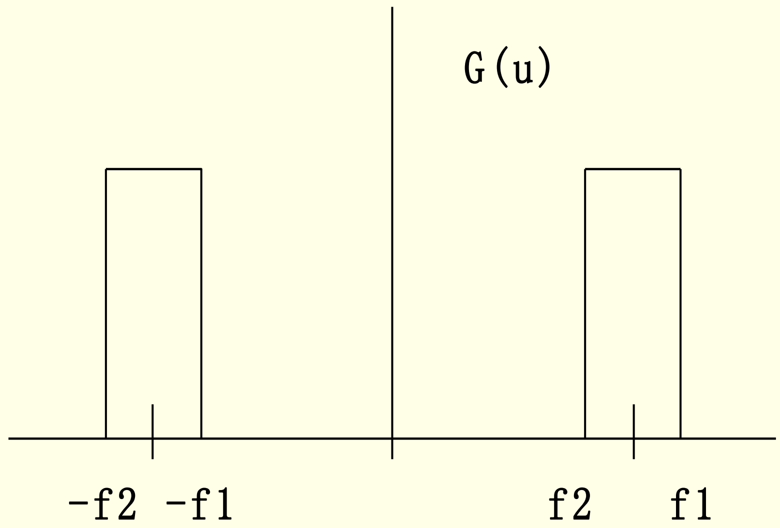


3 带通和带阻滤波器法

- 1）理想的带通滤波器

$$H(u)=\begin{cases}1 & f_1 \le |u| \le f_2 \\ 0 & others\end{cases}$$

$$u_0=\frac{1}{2}(f_1+f_2), \Delta u = f_2 - f_1$$

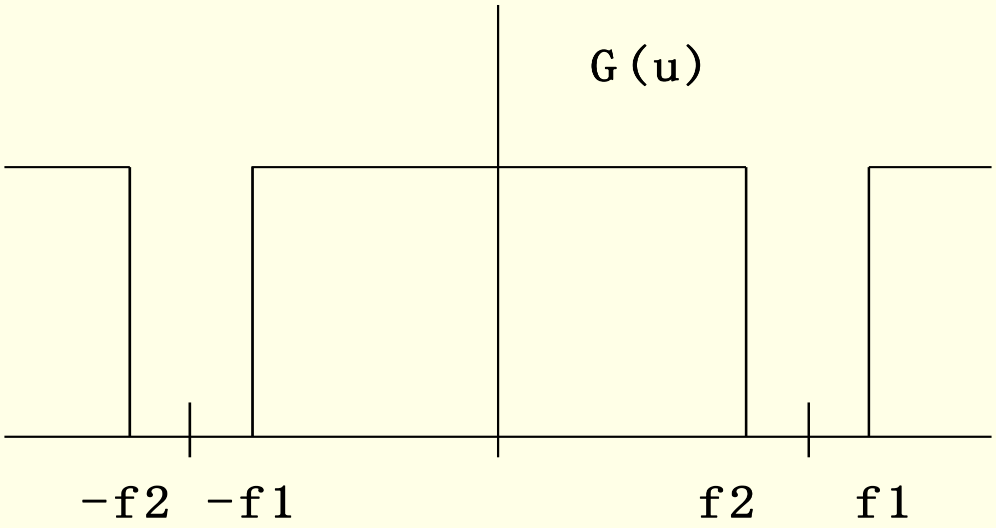


3 带通和带阻滤波器法

- 2）理想的带阻滤波器

$$H(u)=\begin{cases}0 & f_1 \le |u| \le f_2 \\ 1 & others\end{cases}$$

$$u_0=\frac{1}{2}(f_1+f_2), \Delta u = f_2 - f_1$$



3 带通和带阻滤波器法

- 3）通用带通滤波器

选取非负单峰函数$K(u)$，与冲激偶做卷积

$$H(u)=K(u)*\left[\delta(u-u_0)+\delta(u+u_0)\right]$$

其冲激响应为

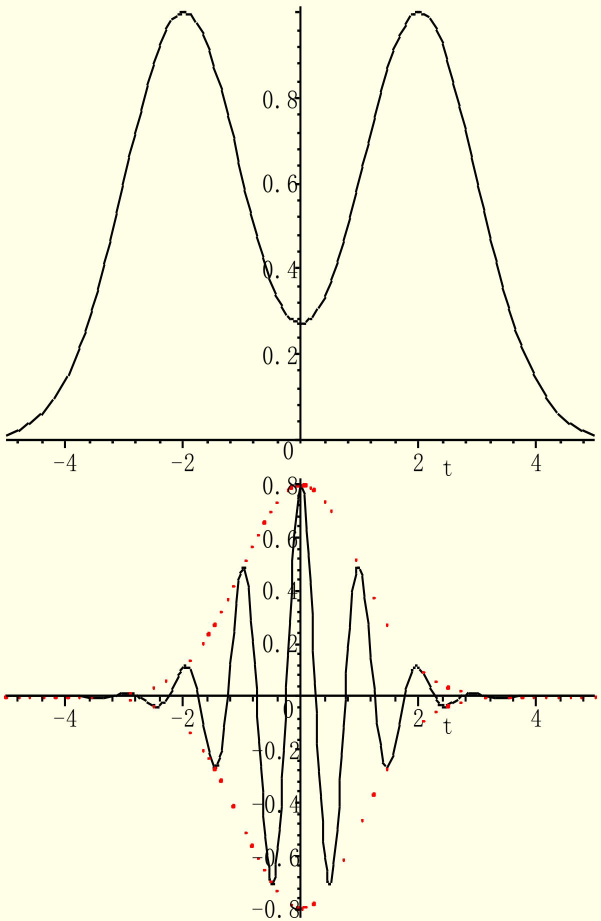
$$h(t)=2k(t)\cos(2\pi u_0 t)$$

若$K(u)$为高斯函数

$$H(u)=Ae^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}*\left[\delta(u-u_0)+\delta(u+u_0)\right]$$

$$h(t)=\frac{2A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}\cos(2\pi u_0 t)$$

3 带通和带阻滤波器法



陷波滤波器

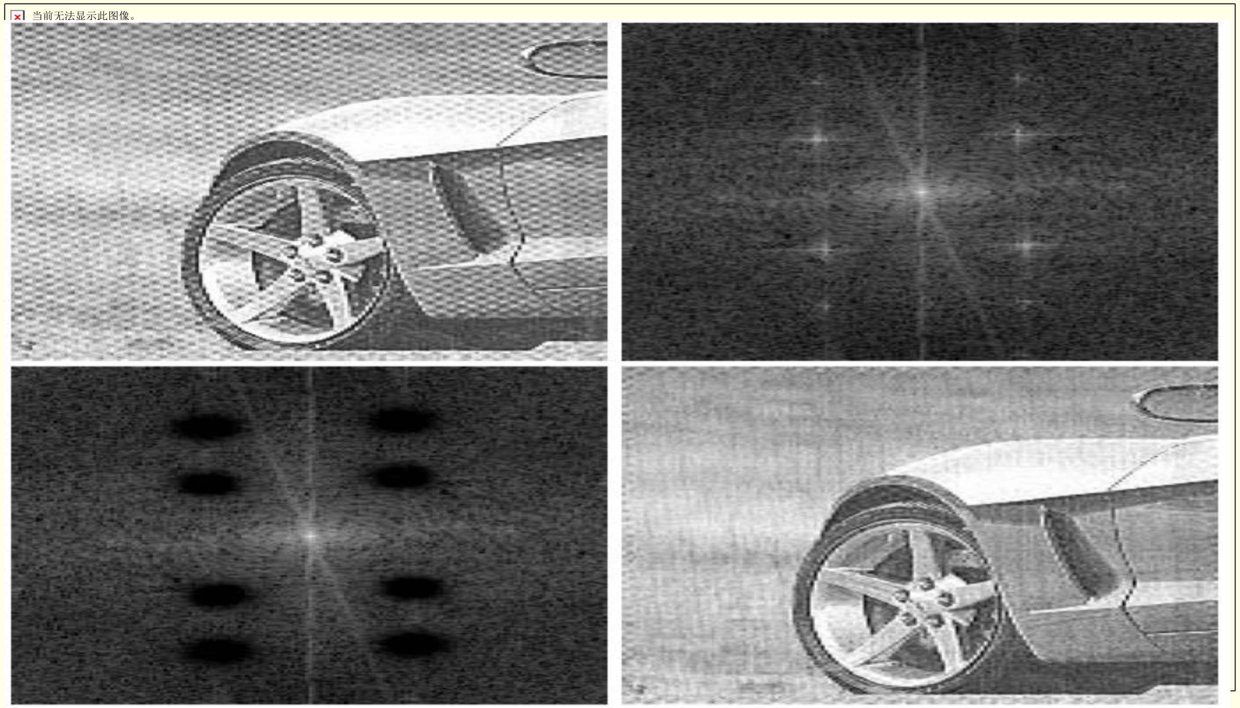
（针对特定频率进行滤波）

滤波器形式

高通滤波器

$$H_{NR}(\mu,\nu)=\prod_{k=1}^{Q}H_{k}(\mu,\nu)H_{-k}(\mu,\nu)$$

使用陷波滤波器减少莫尔（波纹模式）



3 带通和带阻滤波器法

- 4）巴特沃斯带通滤波器

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\frac{D(u,v)W}{D^2(u,v)-D_0{}^2}\right]^{2n}}$$

其中W为带宽，D_0为带的中心。

巴特沃斯低通滤波器的matlab代码

```
im = imread('Fig.tif');
figure;
imshow(im);

H = zeros(size(im,1), size(im,2));
center = size(im)/2;

hsize = [10 30 60 160 460 ];
i=5;
```

```
for i=1:length(hsize)

    for u=1:size(im,1)
      for v=1:size(im,2)
          H(u,v) = 1/(1+((u-center(1))^2+ (v-center(2))^2)/hsize(i)^2);
      end
    end

    Y = fftshift(fft2(im));
    DY = (H).*Y;

    im1 = real((ifft2(ifftshift(DY))));
    figure;   imshow((uint8(im1)));
end
```