

## Гармонічні коливання

- коливання, що відбуваються за законом синуса і косинуса.

Рівняння гармонічних коливань:

$$X = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$A$  - амплітуда коливань  
 $\omega_0$  - власна циклічна частота  
 $\varphi_0$  - початкова фаза коливань

## Період коливань

- час здійснення одного повного коливання.

швидкість - похідна по часу, прискорення друга похідна по часу.

Зв'язок між періодом і власною циклічною частотою коливань (1):

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (1)$$
$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

$T$  - період коливань  
 $\omega_0$  - частота  
 $\beta$  - коеф згасання

## Згасаючі коливання

- коливання, енергія яких зменшується з плином часу.

Сили, що діють на систему, що здійснює згасаючі коливання:

$$F_{on} = -ru \quad (2)$$

$$F_{np} = -kx \quad (3)$$

(2) - сила опору

(3) - сила пружності

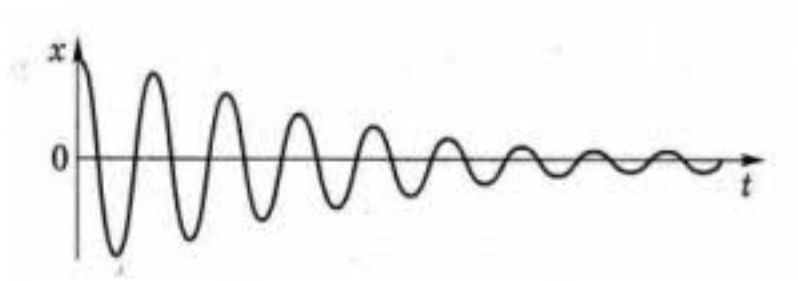
$r$  - коеф опору середовища  
 $u$  - швидкість  
 $k$  - коеф жорсткості  
 $x$  - абсциса видовження

Виведення рівняння згасаючих коливань

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{np} + F_{on}$$
$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt}$$
$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0$$
$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$
$$\frac{r}{m} = 2\beta \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2$$
$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Розв'язок рівняння згасаючих коливань:  $X = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$

$A$  - амплітуда  
 $\beta$  - коеф згасання  
 $\omega$  - частота коливань  
 $\varphi$  - фаза коливань



### Час релаксації

- проміжок часу за який амплітуда зменшується в  $e$  разів.

Зв'язок коеф згасання та часу релаксації:

$$\beta = \frac{1}{\tau}$$

$\tau$  - час релаксації  
 $\beta$  - коеф згасання

### Декремент згасання

- відношення амплітуд послідовних коливань

$$D = \frac{A_n}{A_{n+1}} = e^{\beta T}$$

Логарифмічний декремент гасання:

$$\lambda = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

$A_n, A_{n+1}$  - попереднє та наступне коливання

$\beta$  - коеф згасання

$T$  - період коливань

$\tau$  - час релаксації

$N_e$  - кількість коливань після здійснення яких амплітуда зменшується в  $e$  разів

### Добротність системи

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E} = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e$$

$E$  - енергія у даний момент часу

$\Delta E$  - енергія, втрачена протягом одного періоду