

Задача развоза продуктов

12 апреля 2018 г.

Постановка задачи

Дана карта города. На ней отмечены магазины, склад и некоторые промежуточные пункты. Машины должны развести товар со склада во все магазины. После последнего магазина машины возвращаются обратно на склад. Следует найти такие пути для машин, чтобы их суммарное пройденное расстояние было наименьшим.

Математическая модель

Дан город, представленный в виде графа $G = (V, E)$,
где V - множество пунктов, E - множество дорог.

n - количество магазинов в городе.

m - количество задействованных машин.

$d(i, j)$ - длина кратчайшего пути между пунктами i и j .

$M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\} \subset V$ - множество магазинов, в которые
необходимо развести продукты,

$S \in V$ - склад, с которого нужно развести продукты.

$C_i = \{C_i^{(1)}, \dots, C_i^{(r_i)}\} \subset M \cup \{S\}$, $C_i^{(1)} = C_i^{(r_i)} = S$, $1 \leq i \leq m$ -
множество пунктов, которые охватывает i -я машина, где r_i -
количество этих пунктов. Притом среди всех множеств C_i
элементы множества M встречаются ровно 1 раз.

Целевая функция

Следовательно, перед нами стоит следующая задача оптимизации:

$$\max_i \sum_{j=1}^{r_i-1} d(C_i^{(j)}, C_i^{(j+1)}) \rightarrow \min$$

Переход к полному графу

В первую очередь мы переходим от изначального неполного графа, содержащего, помимо магазинов, некоторые промежуточные пункты, к полному графу следующим образом:

- Находим кратчайший путь от каждого магазина и склада до всех остальных магазинов и склада.
- Составляем новый граф, вершины которого - это все магазины и склад, и соединяем все вершины между собой рёбрами соответствующей длины.

Таким образом мы получаем полный граф, удовлетворяющий условиям задачи коммивояжёра.

Переход к полному графу

Для нахождения расстояний между всеми магазинами существует несколько алгоритмов, но лучше всего будет использовать алгоритм Дейкстры, поскольку он лучше всего работает на разреженных графах. Алгоритм Дейкстры рассчитывает для каждой отдельно взятой вершины расстояние до всех остальных.

Алгоритм для решения основной задачи

Для решения основной задачи будет использован генетический алгоритм. Суть генетических алгоритмов состоит в эмуляции естественного отбора в природе. Он состоит из нескольких аспектов:

- Создание первичной популяции
- Скрещивание
- Мутация
- Селекция

Первичная популяция

В начале своей работы алгоритм предполагает, что уже существует некоторый набор решений. На этом этапе неважно, насколько они хороши, поскольку в ходе работы алгоритма плохие решения будут отсеиваться селекцией. Есть несколько возможных выборов первичной популяции:

- Генерация всевозможных решений
- Генерация случайного подмножества решений
- Генерация случайных решений, являющихся разновидностью одного конкретного решения
- Комбинация вышеперечисленных методов

Скращивание позволяет находить локальные экстремумы. Из двух родительских решений создаётся новое решение, которое комбинирует два родительских. Таким образом создаются новые особи

Пример

В нашем случае, это может быть комбинирование нужных нам дорог из обоих решений, тем самым стараясь превзойти родителей т.е. уменьшить значение целевой функции.

Мутация

В ходе мутации вносятся случайные изменения в популяцию для предотвращения сведения всей популяции к одному локальному минимуму.

Пример

В нашем случае мутация решения - это, изменение каким-либо образом путей машин, к примеру - обмен магазинами, через которые проезжают разные машины.

Селекция

При помощи селекции алгоритм пытается отобрать те решения, которые больше всего удовлетворяют задаче.

Есть несколько видов селекции:

- Селекция на основе рулетки, при которой элемент с большим значением целевой функции имеет большую вероятность быть выбранным.
- Ранжирование, при которой особи сортируются согласно целевой функции, и вероятность выбора особи зависит лишь от позиции в этом массиве
- Локальный отбор, при которой отбираются лишь определенным образом "соседствующие" особи.

и многие другие...

Метод решения задачи

Определение работы каждого аспекта алгоритма - это отдельная задача, которая требует некоторых экспериментов. Алгоритм с правильно подобранными функциями позволяет добиться хороших решений за приемлемое время.

Участники команды

- Карповский Денис
- Кононов Кирилл
- Садукова Анастасия
- Саблина Анастасия