**Лабораторная работа №5**

**Транспортная задача**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ: приобретение навыков решения открытой транспортной задачи.**

***Задание***. Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (N). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **16** | **6** | **10** | **7** | **15** | **5** | **172** |
| 2 | **14** | **4** | **12** | **9** | **11** | **17** | **117** |
| 3 | **5** | **9** | **15** | **12** | **6** | **15** | **154** |
| 4 | **8** | **14** | **14** | **7** | **17** | **6** | **163** |
| 5 | **7** | **15** | **13** | **4** | **14** | **8** | **104** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

∑a = 172 + 117 + 154 + 163 + 104 = 710

∑b = 147 + 111 + 135 + 197 + 99 + 167 = 856

Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения превышает запасы груза на базах. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) базу с запасом груза, равным 146 (710—856). Тарифы перевозки единицы груза из базы во все магазины, полагаем, равны нулю.

Занесём исходные данные в распределительную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 16 | 6 | 10 | 7 | 15 | 5 | 172 |
| 2 | 14 | 4 | 12 | 9 | 11 | 17 | 117 |
| 3 | 5 | 9 | 15 | 12 | 6 | 15 | 154 |
| 4 | 8 | 14 | 14 | 7 | 17 | 6 | 163 |
| 5 | 7 | 15 | 13 | 4 | 14 | 8 | 104 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

**Этап I. Поиск первого опорного плана**.

Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел ai, или bj.

Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя.  
Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.  
Искомый элемент равен c22=4. Для этого элемента запасы равны 117, потребности 11. Поскольку минимальным является 120, то вычитаем его.

x22 = min(117,111) = 111.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 16 | X | 10 | 7 | 15 | 5 | 172 |
| 2 | 14 | 4 | 12 | 9 | 11 | 17 | 117-111=6 |
| 3 | 5 | X | 15 | 12 | 6 | 15 | 154 |
| 4 | 8 | X | 14 | 7 | 17 | 6 | 163 |
| 5 | 7 | x | 13 | 4 | 14 | 8 | 104 |
| 6 | 0 | x | 0 | 0 | 0 | 0 | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111-111=0** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

Искомый элемент равен c54=4. Для этого элемента запасы равны 104, потребности 197. Поскольку минимальным является 104, то вычитаем его.  
x54 = min(197,104) = 104.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 16 | X | 10 | 7 | 15 | 5 | 172 |
| 2 | 14 | 4 | 12 | 9 | 11 | 17 | 6 |
| 3 | 5 | X | 15 | 12 | 6 | 15 | 154 |
| 4 | 8 | X | 14 | 7 | 17 | 6 | 163 |
| 5 | x | x | x | 4 | x | x | 104-104=0 |
| 6 | 0 | x | 0 | 0 | 0 | 0 | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **0** | **135** | **197-194=93** | **99** | **167** |  |

Искомый элемент равен c16=5. Для этого элемента запасы равны 172, потребности 167. Поскольку минимальным является 176, то вычитаем его.  
x16 = min(172,167) = 167.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 16 | X | 10 | 7 | 15 | 5 | 172-167=5 |
| 2 | 14 | 4 | 12 | 9 | 11 | x | 6 |
| 3 | 5 | X | 15 | 12 | 6 | X | 154 |
| 4 | 8 | X | 14 | 7 | 17 | X | 163 |
| 5 | x | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | 0 | x | 0 | 0 | 0 | X | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **0** | **135** | **93** | **99** | **167-167=0** |  |

Искомый элемент равен c31=5. Для этого элемента запасы равны 154, потребности 147. Поскольку минимальным является 147, то вычитаем его.  
x31 = min(147,154) = 147.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | X | X | 10 | 7 | 15 | 5 | 5 |
| 2 | X | 4 | 12 | 9 | 11 | x | 6 |
| 3 | 5 | X | 15 | 12 | 6 | X | 154-147=7 |
| 4 | X | X | 14 | 7 | 17 | X | 163 |
| 5 | X | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | x | x | 0 | 0 | 0 | X | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147-147=0** | **0** | **135** | **93** | **99** | **0** |  |

Искомый элемент равен c35=6. Для этого элемента запасы равны 7, потребности 99. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.  
x35 = min(7,99) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | X | X | 10 | 7 | 15 | 5 | 5 |
| 2 | X | 4 | 12 | 9 | 11 | x | 6 |
| 3 | 5 | X | x | x | 6 | X | 7-7=0 |
| 4 | X | X | 14 | 7 | 17 | X | 163 |
| 5 | X | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | x | x | 0 | 0 | 0 | X | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **93** | **99-7=92** | **0** |  |

Искомый элемент равен c14=7. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 93. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.  
x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | X | X | x | 7 | x | 5 | 5-5=0 |
| 2 | X | 4 | 12 | 9 | 11 | x | 6 |
| 3 | 5 | X | x | x | 6 | X | 0 |
| 4 | X | X | 14 | 7 | 17 | X | 163 |
| 5 | X | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | x | x | 0 | 0 | 0 | X | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **93-5=88** | **92** | **0** |  |

Искомый элемент равен c44=7. Для этого элемента запасы равны 163, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.  
x44 = min(163,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | X | X | x | 7 | x | 5 | 0 |
| 2 | X | 4 | 12 | x | 11 | x | 6 |
| 3 | 5 | X | x | X | 6 | X | 0 |
| 4 | X | X | 14 | 7 | 17 | X | 163-88=75 |
| 5 | X | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | x | x | 0 | X | 0 | X | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **88-88=0** | **92** | **0** |  |

Искомый элемент равен c25=11. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 92. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.  
x25 = min(6,92) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | X | X | x | 7 | x | 5 | 0 |
| 2 | X | 4 | x | x | 11 | x | 6-6=0 |
| 3 | 5 | X | x | X | 6 | X | 0 |
| 4 | X | X | 14 | 7 | 17 | X | 75 |
| 5 | X | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | x | x | 0 | X | 0 | X | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135** | **0** | **92-6=86** | **0** |  |

Искомый элемент равен c43=14. Для этого элемента запасы равны 75, потребности 135. Поскольку минимальным является 75, то вычитаем его.  
x43 = min(75,135) = 75.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | X | X | x | 7 | x | 5 | 0 |
| 2 | X | 4 | x | x | 11 | x | 0 |
| 3 | 5 | X | x | X | 6 | X | 0 |
| 4 | X | X | 14 | 7 | x | X | 75-75=0 |
| 5 | X | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | x | x | 0 | X | 0 | X | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **135-75=60** | **0** | **86** | **0** |  |

Искомый элемент равен c63=0. Для этого элемента запасы равны 146, потребности 60. Поскольку минимальным является 60, то вычитаем его.  
x63 = min(146,60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | X | X | x | 7 | x | 5 | 0 |
| 2 | X | 4 | x | x | 11 | x | 0 |
| 3 | 5 | X | x | X | 6 | X | 0 |
| 4 | X | X | 14 | 7 | x | X | 0 |
| 5 | X | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | x | x | 0 | X | 0 | X | 146-60=86 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60-60=0** | **0** | **86** | **0** |  |

Искомый элемент равен c65=0. Для этого элемента запасы равны 86, потребности 86. Поскольку минимальным является 86, то вычитаем его.  
x65 = min(86,86) = 86.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | X | X | x | 7 | x | 5 | 0 |
| 2 | X | 4 | x | x | 11 | x | 0 |
| 3 | 5 | X | x | X | 6 | X | 0 |
| 4 | X | X | 14 | 7 | x | X | 0 |
| 5 | X | x | x | 4 | x | X | 0 |
| 6 | x | x | 0 | X | 0 | X | 86-86=0 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **86-86=0** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 16 | 6 | 10 | 7[5] | 15 | 5[167] | 172 |
| 2 | 14 | 4[111] | 12 | 9 | 11[6] | 17 | 117 |
| 3 | 5[147] | 9 | 15 | 12 | 6[7] | 15 | 154 |
| 4 | 8 | 14 | 14[75] | 7[88] | 17 | 6 | 163 |
| 5 | 7 | 15 | 13 | 4[104] | 14 | 8 | 104 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[86] | 0 | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 11, а должно быть m + n - 1 = 11. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 7\*5 + 5\*167 + 4\*111 + 11\*6 + 5\*147 + 6\*7 + 14\*75 + 7\*88 + 4\*104 + 0\*60 + 0\*86 = 4239

**Этап II. Улучшение опорного плана**.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 7; 0 + v4 = 7; v4 = 7

u4 + v4 = 7; 7 + u4 = 7; u4 = 0

u4 + v3 = 14; 0+ v3 = 14; v3 = 14

u6 + v3 = 0; 14 + u6 = 0; u6 = -14

u6 + v5 = 0; -14 + v5 = 0; v5 = 14

u2 + v5 = 11; 14 + u2 = 11; u2 = -3

u2 + v2 = 4; -3 + v2 = 4; v2 = 7

u3 + v5 = 6; 14 + u3 = 6; u3 = -8

u3 + v1 = 5; -8 + v1 = 5; v1 = 13

u5 + v4 = 4; 7 + u5 = 4; u5 = -3

u1 + v6 = 5; 0 + v6 = 5; v6 = 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | v1=13 | v2=7 | v3=14 | v4=7 | v5=14 | v6=5 | ЗАПАСЫ |
| u1=0 | 16 | 6 | 10 | 7[5] | 15 | 5[167] | 172 |
| u2=-3 | 14 | 4[111] | 12 | 9 | 11[6] | 17 | 117 |
| u3=-8 | 5[147] | 9 | 15 | 12 | 6[7] | 15 | 154 |
| u4=0 | 8 | 14 | 14[75] | 7[88] | 17 | 6 | 163 |
| u5=-3 | 7 | 15 | 13 | 4[104] | 14 | 8 | 104 |
| u6=-14 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[86] | 0 | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;1): 0 + 13 < 16; ∆11 = 0 + 13 - 16 = -3 < 0

(1;2): 0 + 7 > 6; ∆12 = 0 + 7 - 6 = 1 > 0

(1;3): 0 + 14 > 10; ∆13 = 0 + 14 - 10 = 4 > 0

(1;5): 0 + 14 < 15; ∆15 = 0 + 14 - 15 = -1 < 0

(2;1): -3 + 13 < 14; ∆21 = -3 + 13 - 14 = -4 < 0

(2;3): -3 + 7 < 12; ∆23 = -3 + 14 - 12 = -1 < 0

(2;4): -3 + 7 < 9; ∆24 = -3 + 7 - 9 = -5 < 0

(2;6): -3 + 5 < 17; ∆26 = -3 + 5 - 17 = -15 < 0

(3;2): -8 + 7 < 9; ∆32 = -8 + 7 - 9 = -10 < 0

(3;3): -8 + 14 < 15; ∆33 = -8 + 14 - 15 = -9 < 0

(3;4): -8 + 7 < 12; ∆34 = -8 + 7 - 12 = -13 < 0

(3;6): -8 + 5 < 15; ∆36 = -8 + 5 - 15 = -18 < 0

(4;1): 0 + 13 > 8; ∆41 = 0 + 13 - 8 = 5 > 0

(4;2): 0 + 7 < 14; ∆42 = 0 + 7 - 14 = -7 < 0

(4;5): 0 + 14 < 17; ∆45 = 0 + 14 - 17 = -3 < 0

(4;6): 0 + 5 < 6; ∆46 = 0 + 5 - 6 = -1 < 0

(5;1): -3 + 13 > 7; ∆51 = -3 + 13 - 7 = 3 > 0

(5;2): -3 + 7 < 15; ∆52 = -3 + 7 - 15 = -11 < 0

(5;3): -3 + 14 < 13; ∆53 = -3 + 14 - 13 = -2 < 0

(5;5): -3 + 14 < 14; ∆55 = -3 + 14 - 14 = -3 < 0

(5;6): -3 + 5 < 8; ∆56 = -3 + 5 - 8 = -6 < 0

max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 8

Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 16 | 6 | 10 | 7[5] | 15 | 5[167] | 172 |
| 2 | 14 | 4[111] | 12 | 9 | 11[6] | 17 | 117 |
| 3 | 5[147][-] | 9 | 15 | 12 | 6[7][+] | 15 | 154 |
| 4 | 8[+] | 14 | 14[75][-] | 7[88] | 17 | 6 | 163 |
| 5 | 7 | 15 | 13 | 4[104] | 14 | 8 | 104 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60][+] | 0 | 0[86][-] | 0 | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 75. Прибавляем 75 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 75 из Хij, стоящих в минусовых клетках. Это выполняется для выравнивания баланса. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 16 | 6 | 10 | 7[5] | 15 | 5[167] | 172 |
| 2 | 14 | 4[111] | 12 | 9 | 11[6] | 17 | 117 |
| 3 | 5[72] | 9 | 15 | 12 | 6[82] | 15 | 154 |
| 4 | 8[75] | 14 | 14 | 7[88] | 17 | 6 | 163 |
| 5 | 7 | 15 | 13 | 4[104] | 14 | 8 | 104 |
| 6 | 0 | 0 | 0[135] | 0 | 0[11] | 0 | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 7; 0 + v4 = 7; v4 = 7  
u4 + v4 = 7; 7 + u4 = 7; u4 = 0  
u4 + v1 = 8; 0 + v1 = 8; v1 = 8  
u3 + v1 = 5; 8 + u3 = 5; u3 = -3  
u3 + v5 = 6; -3 + v5 = 6; v5 = 9  
u2 + v5 = 11; 9 + u2 = 11; u2 = 2  
u2 + v2 = 4; 2 + v2 = 4; v2 = 2  
u6 + v5 = 0; 9 + u6 = 0; u6 = -9  
u6 + v3 = 0; -9 + v3 = 0; v3 = 9  
u5 + v4 = 4; 7 + u5 = 4; u5 = -3  
u1 + v6 = 5; 0 + v6 = 5; v6 = 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | v1=8 | v2=2 | v3=9 | v4=7 | v5=9 | v6=5 | ЗАПАСЫ |
| u1=0 | 16 | 6 | 10 | 7[5] | 15 | 5[167] | 172 |
| u2=2 | 14 | 4[111] | 12 | 9 | 11[6] | 17 | 117 |
| u3=-3 | 5[147] | 9 | 15 | 12 | 6[7] | 15 | 154 |
| u4=0 | 8 | 14 | 14[75] | 7[88] | 17 | 6 | 163 |
| u5=-3 | 7 | 15 | 13 | 4[104] | 14 | 8 | 104 |
| u6=-9 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[86] | 0 | 146 |
| ПОТРЕБНОСТИ | **147** | **111** | **135** | **197** | **99** | **167** |  |

(1;1): 0 + 8 < 16; ∆11 = 0 + 8 - 16 = -8 < 0

(1;2): 0 + 2 < 6; ∆12 = 0 + 2 - 6 = -4 < 0

(1;3): 0 + 9 < 10; ∆13 = 0 + 9 - 10 = -1 < 0

(1;5): 0 + 9 < 15; ∆15 = 0 + 9 - 15 = -6 < 0

(2;1): 2 + 8 < 14; ∆21 = 2 + 8 - 14 = -4 < 0

(2;3): 2 + 9 < 12; ∆23 = 2 + 9 - 12 = -1 < 0

(2;4): 2 + 7 <= 9; ∆24 = 2 + 7 - 9 = 0 == 0

(2;6): 2 + 5 < 17; ∆26 = 2 + 5 - 17 = -10 < 0

(3;2): -3 + 2 < 9; ∆32 = -3 + 2 - 9 = -10 < 0

(3;3): -3 + 9 < 15; ∆33 = -3 + 9 - 15 = -9 < 0

(3;4): -3 + 7 < 12; ∆34 = -3 + 7 - 12 = -8 < 0

(3;6): -3 + 5 < 15; ∆36 = -3 + 5 - 15 = -13 < 0

(4;2): 0 + 2 < 14; ∆42 = 0 + 2 - 14 = -12 < 0

(4;3): 0 + 9 < 14; ∆43 = 0 + 9 - 14 = -5 < 0

(4;5): 0 + 9 < 17; ∆45 = 0 + 9 - 17 = -8 < 0

(4;6): 0 + 5 < 6; ∆46 = 0 + 5 - 6 = -1 < 0

(5;1): -3 + 8 < 7; ∆51 = -3 + 8 - 7 = -2 < 0

(5;2): -3 + 2 < 15; ∆52 = -3 + 2 - 15 = -16 < 0

(5;3): -3 + 9 < 13; ∆53 = -3 + 9 - 13 = -7 < 0

(5;5): -3 + 9 < 14; ∆55 = -3 + 9 - 14 = -8 < 0

(5;6): -3 + 5 < 8; ∆56 = -3 + 5 - 8 = -6 < 0

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 7\*5 + 5\*167 + 4\*111 + 11\*6 + 5\*72 + 6\*82 + 8\*75 + 7\*88 + 4\*104 + 0\*135 + 0\*11 = 3864

**Анализ оптимального плана**.

Из 1-го склада необходимо груз направить к 4-у потребителю (5 ед.), к 6-у потребителю (167 ед.)  
Из 2-го склада необходимо груз направить к 2-у потребителю (111 ед.), к 5-у потребителю (6 ед.)  
Из 3-го склада необходимо груз направить к 1-у потребителю (72 ед.), к 5-у потребителю (82 ед.)  
Из 4-го склада необходимо груз направить к 1-у потребителю (75 ед.), к 4-у потребителю (88 ед.)  
Из 5-го склада необходимо весь груз направить к 4-у потребителю.  
Потребность 3-го потребителя остается неудовлетворенной на 135 ед.  
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x63=0.  
Потребность 5-го потребителя остается неудовлетворенной на 11 ед.  
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x65=0.

**ВЫВОД:** Приобретены навыки решения открытой транспортной задачи методом потенциалов.