Fundamentos de la programación estadística y Data Mining en R

Dr. Germán Rosati (Digital House - UNTREF - UNSAM)

12 marzo, 2018

Regresión lineal

- Todos nos acordamos del modelo lineal: +

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 * X_i + \epsilon_i$$

- Los parámetros del modelo son muy fáciles de interpretar: + β_0 es el intercepto + β_1 es la pendiente de la variable X; es decir el efecto medio en Y cuando X se incrementa en una unidad (y todo lo demás, se mantiene constante) + ϵ_i es el error o residuo de estimación

Regresión lineal

- En un modelo lineal buscamos "minimizar" una determinada métrica de error. En particular, buscamos hacer mínimo el error cuadrático medio (MSE): +

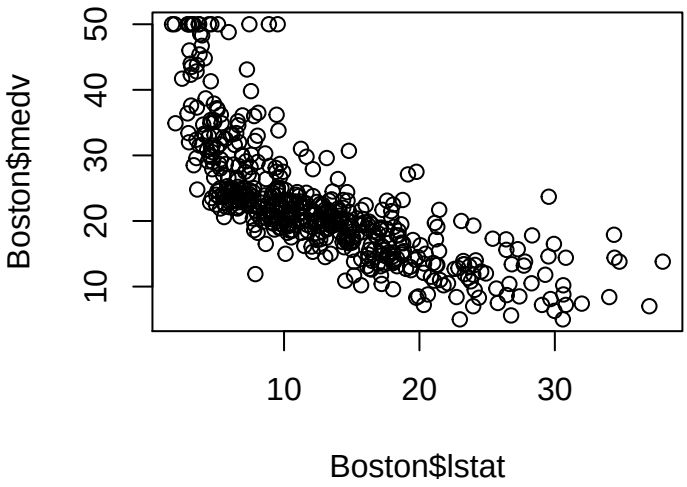
$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Regresión lineal: implementación en R `lm()`

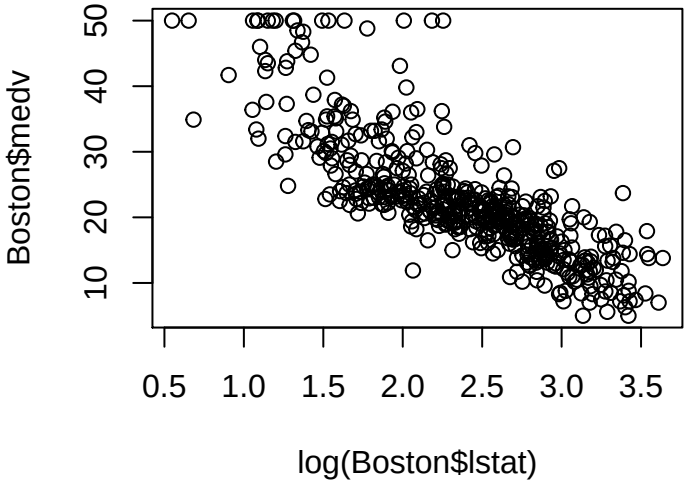
- Para implementar en R una regresión lineal simple usamos la función `lm()`
- `formula`: una expresión con la siguiente forma: `y~x`
- `data`: dataframe o datamatrix a utilizar
- `subset`: un vector que define un subconjunto de datos a usar en el modelo
- `weights`: vector que define pesos para la regresión (WLNS)

Regresión lineal: implementación en R `lm()`

```
> library(MASS)
> data(Boston)
> plot(Boston$lstat, Boston$medv)
```




```
> plot(log(Boston$lstat), Boston$medv)
```



Regresión lineal: implementación en R `lm()`

```
> model = lm(medv ~ log(lstat), data = Boston)
> model
```

```
##
## Call:
## lm(formula = medv ~ log(lstat), data = Boston)
##
## Coefficients:
## (Intercept)   log(lstat)
##       52.12       -12.48
```

- Si imprimimos el modelo... solamente nos da una información básica: el intercepto y el valor de la pendiente.

Regresión lineal: implementación en R `lm()`

```
> summary(model)
##
## Call:
## lm(formula = medv ~ log(lstat), data = Boston)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -14.4599  -3.5006  -0.6686   2.1688  26.0129
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  52.1248     0.9652   54.00   <2e-16 ***
## log(lstat)  -12.4810     0.3946  -31.63   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 5.329 on 504 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6649, Adjusted R-squared:  0.6643
## F-statistic:  1000 on 1 and 504 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

- Ahora tenemos acceso a mucha más información:
- p-valores y errores estándar de los coeficientes. ¿Son significativos?
- R^2: 66% de la variancia de la variable dependiente es explicada por el modelo

Regresión lineal: implementación en R `lm()`

```
> names(model)
##  [1] "coefficients"  "residuals"     "effects"       "rank"
##  [5] "fitted.values" "assign"        "qr"            "df.residual"
##  [9] "xlevels"       "call"          "terms"         "model"
```

- Usamos la función `names` para acceder a los objetos dentro del objeto `model`
- Luego, podemos ir usando los nombres para acceder a los diferentes elementos

```
> model$coefficients
## (Intercept)  log(lstat)
##    52.12476   -12.48097
```

Regresión lineal: implementación en R `lm()`

- Algunas funciones útiles:

```
> coef(model)
## (Intercept)  log(lstat)
##    52.12476   -12.48097
> confint(model, level = 0.95)
##                 2.5 %    97.5 %
## (Intercept)  50.22846  54.02105
## log(lstat)  -13.25631 -11.70564
```

- Obtenemos intervalos de confianza de los parámetros del modelo.

Regresión lineal: implementación en R `lm()`

- Veamos la función `predict()`

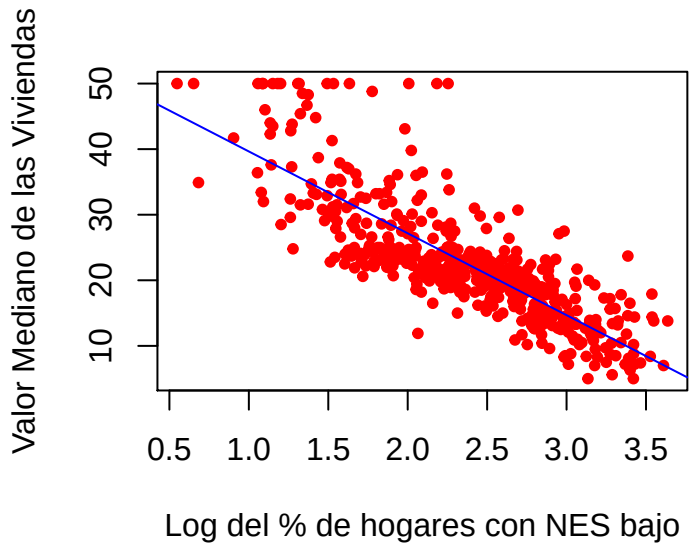
```
> predict(model, data.frame(lstat = c(5, 10, 15), interval = "prediction"))
##        1        2        3
## 32.03741 23.38626 18.32566
```

- Es decir, que para si la variable independiente `lstat` presentara los valores 5, 10 y 15, la variable dependiente `medv` presentaría esos valores (en la media).

Regresión lineal: implementación en R `lm()`

- Grafiquemos, ahora, todo.

```
plot(log(Boston$lstat),Boston$medv,
     xlab = "Log del % de hogares con NES bajo",
     ylab = "Valor Mediano de las Viviendas",
     col = "red",
     pch = 20)
abline(model, col="blue")
```



Regresión lineal múltiple: implementación en R `lm()`

- Generemos un modelo, ahora, que contenga todas las variables del dataset.
- Veamos, primero, la correlación entre varias variables:

```
> cor(Boston[, 10:14])
##                tax    ptratio      black      lstat       medv
## tax      1.0000000  0.4608530 -0.4418080  0.5439934 -0.4685359
## ptratio  0.4608530  1.0000000 -0.1773833  0.3740443 -0.5077867
## black   -0.4418080 -0.1773833  1.0000000 -0.3660869  0.3334608
## lstat    0.5439934  0.3740443 -0.3660869  1.0000000 -0.7376627
## medv    -0.4685359 -0.5077867  0.3334608 -0.7376627  1.0000000
```

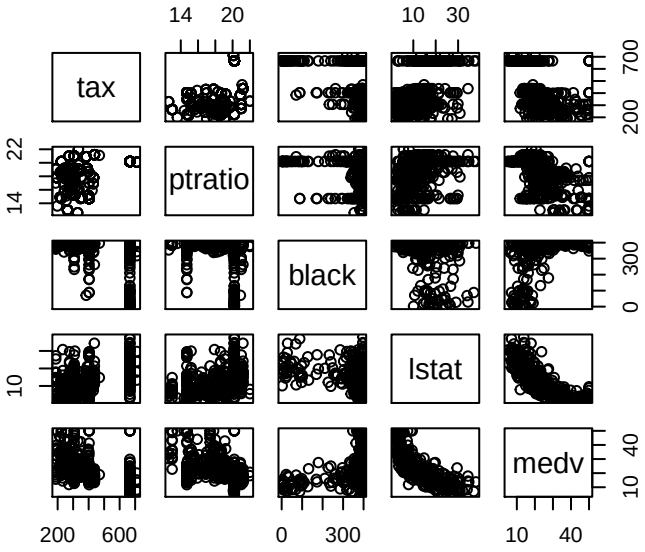
- La función `cor` tiene varios argumentos
- `x`, `y`: las variables (si todas son cuantitativas podemos pasar todo el dataframe)

- `method`: qué coeficiente(s) se va(n) a usar... ¿Pearson, Spearmen o Kenndall)?

Regresión lineal múltiple: implementación en R `lm()`

- Mucho mejor es verlo en una matriz de gráficos...

```
pairs(Boston[,10:14])
```



Regresión lineal múltiple: implementación en R `lm()`

- Implementemos un modelo con todas las variables

```
> model <- lm(medv ~ ., data = Boston)
> summary(model)
##
## Call:
## lm(formula = medv ~ ., data = Boston)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -15.595  -2.730  -0.518   1.777  26.199
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  3.646e+01  5.103e+00   7.144 3.28e-12 ***
## crim        -1.080e-01  3.286e-02  -3.287 0.001087 **
## zn           4.642e-02  1.373e-02   3.382 0.000778 ***
## indus        2.056e-02  6.150e-02   0.334 0.738288
## chas         2.687e+00  8.616e-01   3.118 0.001925 **
## nox         -1.777e+01  3.820e+00  -4.651 4.25e-06 ***
## rm           3.810e+00  4.179e-01   9.116  < 2e-16 ***
## age          6.922e-04  1.321e-02   0.052 0.958229
## dis         -1.476e+00  1.995e-01  -7.398 6.01e-13 ***
## rad          3.060e-01  6.635e-02   4.613 5.07e-06 ***
## tax         -1.233e-02  3.760e-03  -3.280 0.001112 **
```

```
## ptratio     -9.527e-01  1.308e-01  -7.283 1.31e-12 ***
## black        9.312e-03  2.686e-03   3.467 0.000573 ***
## lstat       -5.248e-01  5.072e-02 -10.347  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.745 on 492 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7406, Adjusted R-squared:  0.7338
## F-statistic: 108.1 on 13 and 492 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Regresión lineal múltiple: implementación en R `lm()`

- Pero momento... habíamos precisado en el primer modelo que `lstat` entraba en forma logarítmica...

```
> model <- lm(medv ~ . - lstat + log(lstat), data = Boston)
> summary(model)
##
## Call:
## lm(formula = medv ~ . - lstat + log(lstat), data = Boston)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -14.9478  -2.6350  -0.2669   1.8253  24.7475
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  55.702945   4.873358  11.430  < 2e-16 ***
## crim         -0.127911   0.029118  -4.393 1.37e-05 ***
## zn            0.024383   0.012294   1.983 0.047876 *
## indus         0.016095   0.054910   0.293 0.769553
## chas          2.136842   0.772166   2.767 0.005865 **
## nox         -16.192209   3.418741  -4.736 2.85e-06 ***
## rm            2.415005   0.391483   6.169 1.44e-09 ***
## age           0.026899   0.012000   2.242 0.025430 *
## dis          -1.235606   0.179367  -6.889 1.73e-11 ***
## rad           0.301501   0.059315   5.083 5.29e-07 ***
## tax          -0.011377   0.003363  -3.383 0.000774 ***
## ptratio      -0.861362   0.117277  -7.345 8.62e-13 ***
## black         0.007670   0.002402   3.193 0.001498 **
## log(lstat)   -9.167803   0.571984 -16.028  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.244 on 492 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7925, Adjusted R-squared:  0.7871
## F-statistic: 144.6 on 13 and 492 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Regresión lineal múltiple: implementación en R `vif()`

- Vamos a analizar la multicolinealidad entre los predictores. Usaremos la función `vif()` del paquete `car`

```
> library(car)
> vif(model)
##       crim         zn      indus       chas        nox         rm
##   1.758684   2.304733   3.978377   1.078410   4.399940   2.121180
##        age        dis        rad        tax    ptratio      black
##   3.198699   3.999433   7.478269   9.006844   1.807326   1.348314
## log(lstat)
##   3.311881
```

- Pareciera que `tax` y `rad` están muy correlacionadas con al menos un predictor. Entonces, podríamos reestimar el modelo eliminándolas.

Regresión lineal múltiple: implementación en R `vif()`

```
> model <- lm(medv ~ . - lstat + log(lstat) - tax - rad, data = Boston)
```

Regresión lineal múltiple: interacciones

- Supongamos que quisiéramos agregar alguna interacción podemos hacerlo con la siguiente sintaxis `log(lstat)*age` que agrega tanto los términos de interacción como los efectos de cada variable por separado.
- Si quisiéramos introducir solamente la interacción deberíamos usar `log(lstat)*age`

```
> mod <- lm(medv ~ log(lstat) * age, data = Boston)
> model <- lm(medv ~ log(lstat) * age, data = Boston)
> mod
##
## Call:
## lm(formula = medv ~ log(lstat) * age, data = Boston)
##
## Coefficients:
##    (Intercept)      log(lstat)             age  log(lstat):age
##       45.65479       -11.01171         0.15052         -0.04244
> model
##
## Call:
## lm(formula = medv ~ log(lstat) * age, data = Boston)
##
## Coefficients:
##    (Intercept)      log(lstat)             age  log(lstat):age
##       45.65479       -11.01171         0.15052         -0.04244
```