Effective Heuristics for Integrated Job Scheduling and Heteregoneous Fleet Vehicle Routing Problem

Gabriel de P. Felix and José E. C. Arroyo

Department of Computer Science, Universidade Federal de Viçosa,
Viçosa - MG, 36570-900, Brazil
gabriel.felix@ufv.br, jarroyo@dpi.ufv.br

Abstract. This paper address an integrated job scheduling and vehicle routing problem, where jobs contains different sizes, penalties and due dates. To deliver them, there are vehicles from a limited heteregenous fleet (HFVRP). The minimization criteria are: total weighted penalty, transport costs and total distance traveled. The given problem is classified as NP-Hard, demanding heuristics approaches to obtain near-optimal solutions in reasonable computational time. There are proposed two versions of Iterated Local Search (ILS), one Genetic Algorithmn (GA) and a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model to solve it. In addition, were also generated small and big instances (with at most one hundred customers) and the results compared to CPLEX Solver. Estathistical Analysis shows that heuristics approaches obtained better quality solutions in much less time than the solver.
Keywords: Single machine scheduling, vehicle routing, heterogeneous fleet, time windows, linear programming, meta-heuristics.

1 Introduction

In order to improve competitive in the global market, industries have been focus in optimizing its supply chain. Supply chain is the set of tasks/activities envolving production, storage and products or services transportation. These activities includes buying raw material, stock control, production and product delivery to final customers according to due dates.

All activities must be well planned and optimized to generate and delivery high quality products and obtain good resullts. The supply chain primordial objectives are: costs reduction, satisfy pre-established dates and customer satisfaction.

This work's objective is to propose a decision making approach for the integrated job schedulling and vehicle routing problem. In this problem, a set of jobs with different sizes must be processed in a machine (avaiable in a factory) and delivery to respective customers by a heterogeneous vehicle fleet, considering due dates.

The main objective is to minimize total penalty weight and delivery costs (considering different vehicle use costs and routes time/costs). Separately, the job schedulling in a linear machine minimizing total tardiness is proved as NP-HARD (Du and Leung, 1990) [1]. Thus, this approach is also NP-Hard.

Job schedulling problems and vehicle routing problems are well studied combinatory optimization problems in literature, and are usually studied separately.

To the best of authors' knowledge here, the integrated problem of job schedulling in a linear machine and vehicle routing with vehicles having different capacities and variable costs, jobs with heterogeneous sizes, and focusing on minimize total penalty weigth and delivery costs, is not addressed and discussed yet in literature. The main contributions of this article consist of:

– Two Iterated Local Search (ILS) heuristic approaches and one Genetic Algorithm (GA)
– A mixed integer linear programming for solving the integrated problem.

Na Seção 2 são apresentados estudos prévios na literatura. Em seguida, nas Seções 3 e 4 a descrição do problema e o modelo MILP proposto. A Seção 5 e Subseção 5.1 contém a representação de solução escolhida e um caso hipotético do problema, respectivamente.

Na Seção 6 é detalhamente explicitada a geração de instâncias. Os operadores de vizinhança e métodos de busca local RVND são apresentados na Seção 7. A solução inicial utilizada nos algoritmos é citada na Seção 8.

As duas versões de Iterated Local Search são descritas na Seção 9, e o Algoritmo Genético na Seção 10. Em seguida, experimentos computacionais são mostrados na Seção 11, sendo a calibração de parâmetros descrita na Subseção 11.1 e os resultados dos algoritmos nas Subseções 11.2 e 11.3. Por fim, o trabalho é concluido na Seção 12.

2 Revisão Literária

Na literatura existem alguns trabalhos sobre o problema integrado de agendamento de produção e entrega.

Hall and Potts (2003) [2] abordaram o problema integrado de agendamento de produção e entre de lotes, com vários clientes e manufaturas, e definiram assim a área de Supply Chain Scheduling. Em seu trabalho, o objetivo principal era minimizar os custos de agendamento e entrega, utilizando diversos objetivos clássicos de agendamento. A cooperação entre a manufatura e o fornecedor foi apresentada como fator importante de diminuição de custos no agendamento.

Ullrich (2013) [3] aborda um problema integrado que consiste na programação de um conjunto de tarefas em máquinas paralelas com tempos de espera dependentes da máquina. As tarefas processadas são distribuídas utilizando uma frota heterogênea de veículos. Este autor considera tempos de processamento, janelas de tempo de entrega e tempos de serviço. Para minimizar o atraso total das tarefas, o autor apresenta um modelo de PLIM, duas abordagens clássicas de decomposição e um Algoritmo Genético.

Condotta, Knust, Meier, and Shakhlevich (2013) [4] estudaram o problema de minimizar o atraso máximo de uma máquina linear juntamente com o transporte de tarefas, considerando datas de entrega para os trabalhos e veículos limitados de mesma capacidade. Neste trabalho foi formulado um modelo MILP do problema, desenvolvido um algoritmo de Busca Tabu para soluções parciais e então calculada a entrega em tempo polinomial para as soluções parciais.

Xiao, Konak (2015) [5] apresentaram o problema de Green Vehicle Routing and Schedulling (GVRSP) considerando condições depentendes do tempo de tráfego com múltiplas funções objetivo, como reduzir emissão total de CO_2, distância total percorrida e tempo total de trajeto. Uma nova formulação matématica é proposta, e também um algoritmo de Simulated Annealing (SA) para resolver instâncias de grande porte. Resultados mostram que até 50% da emissão de CO_2 pode ser atingida, com reduções médias de 12% e 28% comparado à métodos tradicionais de roteamento.

Cheng, Leung and Li (2015) [6] estudaram o problema integrado de produção e entrega considerando o processamento em lotes em uma máquina, desde que respeite sua capacidade. Em seu trabalho, os tamanhos de tarefas e tempos de processamento são arbitrários, e veículos contam com capacidades idênticas. Foi gerado um limite inferior (lower bound) para o custo total ideal, e implementado um algoritmo de Colônia de Formigas, obtendo bons resultados e executando em tempo curto para instâncias de grande porte.

Billaut, Croce and Ta (2017) [7] abordaram o problema integrado de agendamento de produção em entrega em um ambiente de produção Flow Shop com apenas um veículo disponível. Foi minimizado o atraso total das entregas, sendo implementados dois algoritmos de Tabu Search e uma mateurística (matheuristic). Experimentos foram realizados em conjuntos de dados aleatórios.

Wang, Yao, Sheng and Yang (2019) [8] estudaram o problema integrado de produção e distribuição de tarefas para uma máquina linear e múltiplos veículos. Neste ambiente, é possível trocar uma máquina entre duas produções adjacentes. O objetivo de minimizar a emissão total de carbono foi acrescentado ao de minimizar os custos totais. Foram desenvolvidos um modelo MILP para a solução e em seguida um algoritmo híbrido de Busca Tabu.

Ghannadpour and Zarrabi (2019) [9] abordaram o problema multi-objetivo de frota heterogênea integrada a produção, com minimização de energia de acordo com novos requisitos sustentáveis. São apresentados dois casos de minimização, onde são tratados o número de veículos alugados e a satisfação dos clientes, acrescentado à minimização de energia(primeiro caso) e minimização de distância percorrida(segundo caso). É apresentada uma nova formulação matemática para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (VRPTW) e desenvolvida uma nova solução baseada em um algoritmo evolucionário.

Liu, Wenli and Kunpeng Li, and Zou (2020) [10] estudaram o problema integrado de produção e entrega para uma máquina linear, com objetivo de minimizar a soma dos tempos de entrega. Neste trabalho, os veículos são limitados e possuem mesma capacidade. É proposto um algoritmo de Variable Neighborhood Search (VNS) e complementado com um algoritmo de Busca Tabu para intensificação. Os resultados são comparados com o Solver CPLEX e dois algoritmos de heurísticas da literatura, obtendo-se bons resultados.

Tamannaei and Morteza (2019) [11] abordaram o problema de programação linear para o problema de minimização do atraso ponderado total e custos de entrega. Em seu trabalho, as tarefas possuem pesos iguais e veículos possuem mesmo custo e capacidade. Foram propostos um modelo MILP para o problema, um Algoritmo Genético (GA) e um método exato Branch-and-Bound (B&B).

3 Descrição do Problema

Nesta seção, o problema discutido neste artigo é apresentado juntamente ao seus parâmetros, índices, variáveis de decisão. Em seguida, a função multiobjetivo tratada no problema é descrita em partes.

Indices:

i, j	Index of jobs.
k	Index of vehicles.
K	Number of vehicles.
N	Number of jobs.

Instance Parameters:

Q_k	Capacity of each vehicle k.
F_k	Cost of each vehicle k.
P_i	Processing time associated to job i.
t_{ij}	Travel time between customer of job i and customer of job j.
w_i	Penalty applied to delivery tardiness of job i.
s_i	Size of job i.
d_i	Due date associated to job i.

Decision Variables:

C_i	Completion time of job i
X_{ij}^k	Binary decision variable which indicates with value '1' that a vehicle k went from customer of job i to customer of job j, and '0' otherwise.
Y_k	Binary variable which represents with value '1' if a vehicle k is used, and '0' otherwise.
S_k	Time of a vehicle k starts to be used.
A_{ij}	Binary variable which represents if a job i is processed before job j, value '1' if it's true, and '0' otherwise.
D_i	Delivery time of job i.
T_i	Tardiness of job i.

Seja uma máquina linear que lidará com N tarefas, isto é, cada tarefa i de tamanho s_i deverá ser processada em sequência a partir do início do processo ($t = 0$). Um cliente ordena somente uma tarefa. Caso uma tarefa i seja processada antes de uma tarefa j na máquina, a variável A_ij possuirá valor '1', ou '0' caso contrário. O tempo de completude de processamento para tarefa i é representado por C_i. Para a entrega das tarefas, são disponibilizados K veículos, realizando circuitos partindo da origem 'O', sendo a distância entre dois clientes i e j representada por t_ij. Na rota percorrida para entrega, caso uma tarefa i seja entregue imediatamente anterior à uma tarefa j e seja entregue por um veículo k, esta será representada pela variável X_{ij}^k com valor '1', ou '0' caso contrário. A distância de trajeto entre dois clientes i e j é representada por t_{ij}.

Cada veículo k possui capacidade Q_k e custo de utilização F_k, além de possuir tempo de ínicio S_k. Caso um veículo k seja utilizado, será representado em Y_k com o valor '1', ou '0' caso contrário.

Cada tarefa i possui tempo de processamento P_i e data de vencimento d_i vinculada, que pode ser penalizada por uma constante w_i multiplicada pelo seu atraso T_i. O tempo de chegada no destinatário é representado por D_i. A variável de atraso T é dada por $D_i - d_i$, i.e., a diferença entre o tempo de chegada e a data de vencimento.

A minimização do trajeto de entrega, custos utilização de veículos e atraso ponderado total é representada pela função objetivo:

$$\min \sum_{i,j=0}^{N} \sum_{k=0}^{K} X_{ij}^k * t_{ij} + \sum_{k=0}^{K} F_k * Y_k + \sum_{i=1}^{N} w_i * T_i \tag{1}$$

4 Modelo Matemático

Nesta seção, um modelo matemático linear misto é apresentado. Este é modelo é uma versão modificada do proposto por (Tamannaei and Rasti-Barzoki, 2019) [11], sendo o primeiro desenvolvido na versão do problema em que veículos possuem mesma capacidades (Q) e custos (F). O modelo é descrito a seguir:

$$\min \sum_{i,j=0}^{N} \sum_{k=0}^{K} X_{ij}^k * t_{ij} + \sum_{k=0}^{K} F_k * Y_k + \sum_{i=1}^{N} w_i * T_i \tag{1}$$

st.

$$\sum_{k=0}^{K} \sum_{j=0, j\neq i}^{N} X_{ij}^k = 1, \quad \forall i = 1 \dots N \tag{2}$$

$$\sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0, j\neq i}^{N} s_i * X_{ij}^k \leq Q_k * Y_k, \quad \forall k = 0 \dots K; \tag{3}$$

$$\sum_{j=0}^{N} X_{0j}^{k} = Y_k, \quad \forall k = 0 \ldots K; \tag{4}$$

$$\sum_{i=0}^{N} X_{ih}^{k} = \sum_{j=0}^{N} X_{hj}^{k}; \quad \forall h = 0 \ldots N; \forall k = 0 \ldots K \tag{5}$$

$$A_{ij} + A_{ji} = 1; \quad \forall i, j = 0 \ldots N; i \neq j; \tag{6}$$

$$A_{ij} + A_{jr} + A_{ri} \geq 1; \quad \forall i, j, r = 0 \ldots N; i \neq j \neq r; \tag{7}$$

$$C_j = \sum_{i=1, i \neq j}^{N} (P_i * A_{ij}) + P_j; \quad \forall j = 1 \ldots N; \tag{8}$$

$$S_k \geq C_j - M * (1 - \sum_{i=1, i \neq j}^{N} X_{ij}^{k}); \quad \forall j = 1 \ldots N; \forall k = 0 \ldots K; \tag{9}$$

$$D_j - S_k \geq t_{0j} - M * (1 - X_{0j}^{k}); \quad \forall k = 0 \ldots K; \forall j = 1 \ldots N \tag{10}$$

$$D_j - D_i \geq t_{ij} - M * (1 - \sum_{i=1}^{N} X_{ij}^{k}); \quad \forall i, j = 1 \ldots N; \tag{11}$$

$$T_i \geq D_i - d_i; \quad \forall i = 1 \ldots N; \tag{12}$$

$$C_0 = 0; \tag{13}$$

$$D_0 = 0; \tag{14}$$

$$T_0 = 0; \tag{15}$$

$$X_{ijk} \in \{0, 1\}; \quad \forall i, j = 0 \ldots N, \forall k = 0 \ldots K; \tag{16}$$

$$A_{ij} \in \{0, 1\}; \quad \forall i, j = 1 \ldots N; \tag{17}$$

$$Y_k \in \{0, 1\}; \quad \forall k = 0 \ldots N; \tag{18}$$

$$S_k \geq 0; \quad \forall k = 0 \ldots K; \tag{19}$$

$$T_i \geq 0; \quad \forall i = 1 \ldots N; \tag{20}$$

$$D_i \geq 0; \quad \forall i = 1 \ldots N; \tag{21}$$

The objective function (1) is to minimize the travel distance, total tardiness weight of the jobs and the used vehicles costs. Constraints (2) ensure that each job is carried by exactly one vehicle.

Constraints (3) guarantee that sum of jobs in each vehicle doesn't overcome it's capacity. Constraints (4) indicates that if a vehicle is in use, it will leave the origin.

Constraints (5) ensure that if a vehicle arrives at a customer, it will also leave that customer. Constraints (6) and (7) are to maintenance the processing order, demanding jobs to be processed in a sequential and possible order.

Constraints (8) defines the completion time of a job as the sum of previous jobs' processing times and its own. Constraints (9) guarantee that if a job j is carried by a vehicle k, the vehicle start time will be greather than job j's completion time.

Constraints (10) indicates that if a job j is carried by a vehicle k is the first of its tour, its destination time D_j is greater or equal than the sum of start vehicle time S_k and distance between origin and this customer Constraints (11) certify that if a job j delivered by a vehicle k isn't the first of its tour, its delivery time will be greater or equal than the sum of the previous job i delivery time D_i and the start vehicle time S_k.

Constraints (12) defines the tardiness T of a job as the difference between its destination time (D) and its due date (d). Constraints (13), (14) and (15) certifies that the origin (customer zero) do not assume any impossible values.

Constraints (16), (17) and (18) are to define these variables as binary variables. Constraints (19), (20) and (21) ensure that these variables won't assume negative values.

5 Representação de Solução

A representação de uma solução é disposta linearmente, de modo que tarefas e veículos sigam acompanhados de seus respectivos códigos de identificação. O conjunto de tarefas N do problema será dividido em K subconjuntos, sendo cada subconjunto destinado à um veículo específico. O tempo de ínicio de funcionamento de um veículo k, denotado por S_k, é dado pela soma dos tempos de processamento P destas tarefas somado ao tempo acumulado das tarefas processadas anteriormente (a partir de $t = 0$). Em cada subconjunto há definição de uma rota, que indica o trajeto percorrido por um veículo. Seja R uma solução viável, $k \in K$ um veículo e R_k sua rota, a representação deste trajeto é dada por:

$$R_k = O \to J_1 \to J_2 \to ... \to J_{|N_k|} \to O \tag{22}$$

Neste contexto, Ji são as tarefas entregues no trajeto e $\forall i = 1, ...|N_k| \in N$ e $|N_k|$ a quantidade de tarefas dispostas neste veículo. Todo veículo parte da origem, e deve retornar para ela, visitando cada cliente somente uma vez. A Figura 1 representa visualmente uma solução.

Um subconjunto de tarefas pode não possuir tarefas e ser designado à um veículo w, indicando que este não está em uso e portanto $|N_w| = 0$.

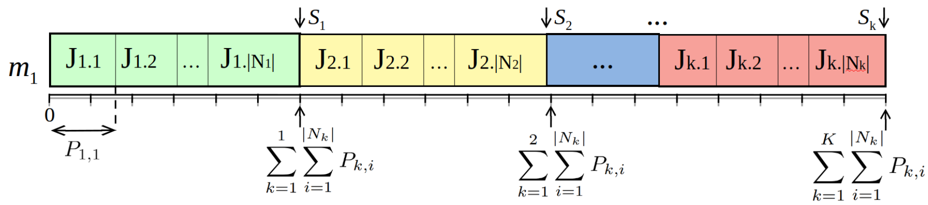


Fig. 1. Representação de solução com tarefas organizadas em lotes.

5.1 Exemplo Numérico

Um caso hipotético de rede de transporte é descrito abaixo, no qual a origem e seis clientes (C_1 à C_6) são dispostos cartesianamente, sendo a distância entre eles representada pelas distâncias euclidianas dos pontos (Tabela 1).

Table 1. Euclidian distance (ED) between two points in the network.

ED(x,y)	Origin	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
Origin	0	27	260	253	254	112	90
C_1	27	0	265	270	237	114	105
C_2	260	265	0	474	212	371	175
C_3	253	270	474	0	507	178	307
C_4	254	237	212	507	0	346	231
C_5	112	114	371	178	346	0	198
C_6	90	105	175	307	231	198	0

As tarefas e a frota de veículos são detalhadamente descritos na Tabela 2. As informações sobre as tarefas definem a prioridade e urgência de suas entregas. Três veículos heterogêneos(V_1, V_2 e V_3) são disponibilizados para transportá-las.

Table 2. Jobs and vehicles detailed informations.

Job	P_i	d_i	w_i	s_i	Vehicle	Q_k	F_k
J_1	25	266	1.8	20	V_1	204	1224
J_2	49	347	2.3	31	V_2	186	1116
J_3	36	303	4.3	25	V_3	160	960
J_4	96	431	4	86			
J_5	52	177	2	33			
J_6	43	315	4.6	42			

A Figura 2 descreve visualmente a solução ótima para a instância. Neste exemplo, todos os três veículos foram utilizados durante a entrega, possuindo tempos de início S_1,S_2 e S_3 iguais a 180, 301 e 88, respectivamente. A porcentagem no final de um trajeto representa o espaço ocupado pelas tarefas carregadas no veículo. Dentre as seis tarefas, apenas J_6 foi entregue sem atrasos.

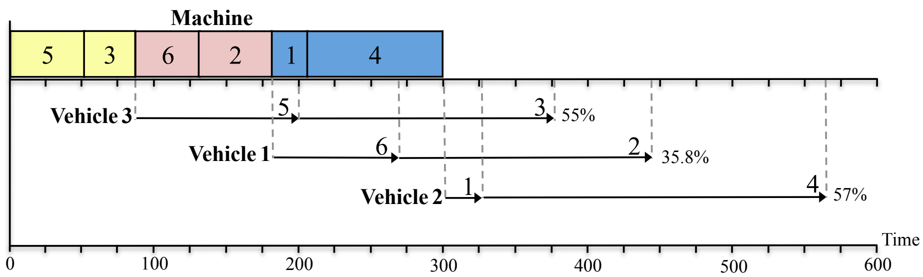


Fig. 2. Gráfico de Gantt com a descrição visual da solução.

Na solução ótima da instância, os tempos de completude C das tarefas são, respectivamente: 276, 180, 88, 301, 52 e 137.

Os tempos de destino D, que indicam o momento em que o pedido chega àos clientes são: 328, 445, 378, 565, 200 e 270.

No cálculo da diferença entre o tempo de destino e a o prazo de entrega, obtêm-se os seguintes valores de atraso T: 62, 98, 75, 134, 23 e 0.

O resultado ótimo da função objetivo possui valor absoluto 6127.5,sendo composto por três partes integrantes do problema. A primeira, é dada pelos custos de trajeto dos três veículos, que são calculados em $DC = (112 + 178 + 253) + (90 + 175 + 260) + (27 + 237 + 254) = 1586$.

A segunda parte é definida pelos custos de utilização de veículo, que neste contexto será total, uma vez que todos veículos foram utilizados. Desta forma, $VC = 1224 + 1116 + 960 = 3300$.

Os atrasos T serão multiplicados por suas respectivas penalidades w. Isto posto, o custo total de atrasos ponderados é $TC = (62 * 1.8) + (98 * 2.3) + (75 * 4.3) + (134 * 4) + (23 * 2) + (0 * 4.6) = 1241.5$.

Portanto, ao combinar as três parcelas da função objetivo, é obtido o valor final $DC + VC + TC = 6127.5$ na solução ótima da instância.

6 Geração de Instâncias

Por se tratar de uma variação do problema ainda não abordada na literatura, a criação de instâncias tornou-se necessária. As instâncias foram distruibuídas em dois grupos, instâncias pequenas e grandes. O primeiro varia entre oito e vinte tarefas, de três à seis veículos, e o segundo entre trinta e cem tarefas, de cinco à doze veículos.

Seja uma tarefa $i \in N$, seu tempo de processamento P_i pertence um intervalo limitado:

$$P_i \in rand[1, \rho], \quad with \quad \rho = 100 \tag{1}$$

Seu tamanho s_i é relacionado ao tempo de processamento, também definido em um intervalo:

$$s_i \in rand[1, P_i] \tag{2}$$

A data de vencimento d_i de uma tarefa deve possuir ligação entre seu tempo de processamento e a distância entre o cliente e a origem. Ela é determinada a partir de uma janela de tempo, que possui limite inferior z_i e superior $\overline{z}_i$:

$$\begin{aligned} d_i \in rand[z_i, \overline{z}_i] \quad st. \\ z_i = P_i + t_{0i} + \pi_1 \\ \overline{z}_i = z_i + \pi_2 \end{aligned} \tag{3}$$

Os parâmetros π_1 e π_2 influenciam na dificuldade da instância pois seus valores podem encurtar ou prolongar as janelas de tempo, resultando em prazos de entrega menores ou maiores:

$$\begin{aligned} &\pi_1 \in rand[0, \tfrac{\sum_{i=1}^{N} P_i}{K+1}] \\ &\pi_2 \in rand[0, \delta * \rho] \end{aligned} \tag{4}$$

O peso de penalidade w_i é determinado de forma aleatória em um intervalo, sendo este parâmetro integrante da função objetivo:

$$w_i \in rand[1.0, 5.0] \tag{5}$$

A capacidade Q dos veículos é dada de forma que a tarefa de maior tamanho possa ser transportada qualquer um destes, somado à um valor relacionado a média de todos tamanhos pela quantidade de veículos:

$$\begin{aligned} &Q_k = max_{i=1}^{N}\{s_i\} + \tau \quad st. \\ &\tau \in rand[\tfrac{\sum_{i=1}^{N} s_i}{K}, \mu * \tfrac{\sum_{i=1}^{N} s_i}{K}] \end{aligned} \tag{6}$$

O custo F_k de um veículo k é diretamente proporcional à sua capacidade:

$$F_k = N * Q_k \tag{7}$$

To determine the travel time t_{ij} between two customers, first we have to generate the origin's coordinates. The machine's coordinates (x_0, y_0) are generated subject to the following range:

$$x_0, y_0 \in rand[400, 700] \tag{8}$$

Após fixadas as coordenadas da origem. são geradas as coordenadas dos clientes de forma que estejam no primeiro quadrante e sua distância euclidiana (ED) até a origem respeite a seguinte constante:

$$\begin{aligned} &(x_i, y_i) \geq (0, 0) \quad \forall i = 1, ..., N \\ &ED((x_0, y_0), (x_i, y_i)) \leq (\rho * K) \quad \forall i = 1, ..., N \end{aligned} \tag{9}$$

Por fim, são indicados os parâmetros utilizados nas equações acima (δ,μ, N and K). Para cada um dos conjuntos de instâncias (small e large), existe uma definição diferente dos valores dos parâmetros, que influenciará na dificuldade da resolução do problema.

Para instâncias pequenas, os valores definidos para μ, N and K são:

$$\begin{aligned} &\mu \in \{1, 1.5, 2.0\} \\ &N \in \{8, 10, 15, 20\} \\ &K \in \{3, 4, 5, 6\} \end{aligned} \tag{10}$$

Para instâncias maiores, após realizados os ajustes dos três parâmetros, estes foram definidos em:

$$\begin{aligned} &\mu \in \{1.5, 2.0, 2.5\} \\ &N \in \{50, 80, 100\} \\ &K \in \{5, 8, 10, 12\} \end{aligned} \tag{11}$$

A constante δ utilizada para calcular o limite superior de d_i (Equação 4), assume os seguintes valores para ambos conjuntos de instâncias:

$$\delta \in \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5\} \tag{12}$$

Definidos os parâmetros, para cada combinação (δ,μ, N and K) foram geradas cinco instâncias pequenas e três instâncias grandes, totalizando (5*3*4*4*5) + (3*3*3*4*5) = 1740 instâncias.

7 Busca Local e Vizinhanças

O processo de busca local visa aprimorar uma solução atual ao considerar soluções similares pelas operações de vizinhança definidas. Neste trabalho, são consideradas apenas soluções viáveis no processo. Portanto, todas as soluções em que a soma dos tamanhos das tarefas exceda a capacidade de transporte de um veículo serão desconsideradas. Matematicamente, uma solução S é descartada se:

$$Q_k < \sum_{i=1}^{|N_k|} s_i; \forall k \in K; \tag{13}$$

Para constituir o conjunto de vizinhanças de uma solução, estas foram subdivididas em dois subconjuntos: vizinhanças Intra-Rota e Inter-Rota.

7.1 Vizinhanças Intra-Rota

Neste subconjunto, as operações aplicadas para diversificação da solução são restritas a alterações internas de um veículo, influenciando somente na ordem de entrega das tarefas carregadas por este. Seja R uma solução viável para o problema e R_i a rota completa de um veículo i. São definidas as operações:

– **Swap-Adj-Job**(R_i) — Troca de posição duas tarefas adjacentes na rota R_i.

– **Insert-Job**(R_i) — Insere uma tarefa nas demais posições da rota R_i.

– **2-opt**(R_i) — Realiza a operação de 2-opt em todas combinações de arcos distintos da rota R_i, i.e., seleciona dois arcos distintos, os remove e reconecta os clientes de forma que a rota seja modificada e permaneça interligada.

7.2 Vizinhanças Inter-Rota

As operações de vizinhança do tipo Inter-Rota consideram duas ou mais rotas durante sua aplicação, realizando alterações em mais de uma rota ao mesmo tempo. Durante o processo, as operações aplicadas podem gerar soluções inviáveis, porém estas não serão consideradas neste trabalho.

Seja R uma solução viável para o problema e R_i e R_w as rotas completas realizadas pelos veículos $i,w \in K$. Ademais, o conjunto de tarefas carregadas por um veículo i é representado por N_i. São definidas as operações:

– **Swap-Job**(R_i, R_w) — Trocam de posição duas tarefas $a \in N_i$ e $b \in N_w$ entre as duas rotas, de forma que a receberá a posição antiga de b na nova rota e vice-versa.

– **Insert-Job**(R_i, R_w) — Insere uma tarefa $a \in N_i$ nas demais posições da rota R_w.

– **Swap-Adj-Vehicles**(R_i, R_w) — Trocam de posição dois veículos adjacentes i e w carregando consigo seus lotes de tarefas, i.e., caso o veículo i agora parta após o veículo w, o primeiro (i) deverá esperar todas as tarefas do segundo (w) sejam processadas para que as suas se iniciem na máquina.

– **Insert-Vehicle**(R_i) — Insere um veículo i juntamente com suas tarefas atreladas (N_i) nas demais posições da solução, i.e., insere seu lote de tarefas antes, entre ou após outros veículos.

7.3 Abordagens de RVND

O processo de busca local é realizado por VND (Mladenovic and Hansen 1997) [12], utilizando sete operadores de vizinhança e ordenação aleatória de vizinhanças (RVND). São empregadas duas versões de RVND, com técnicas diferentes de organização dos operadores.

A primeira versão, descrita em Algorithm 1, consiste de percorrer aleatoriamente pelo conjunto de vizinhanças à procura de melhorias na solução atual, e em seguida reiniciar este procedimento quando alguma melhora é alcançada. Do contrário, caso nenhuma melhoria seja obtida na execução, a busca local é encerrada. O algoritmo possui um único parâmetro: uma solução S, e se inicia atribuindo S à melhor solução encontrada $S*$ (Passo 1).

Algorithm 1: RVND(S)

```
   Input  : Solution S
   Output : Better or equal S∗ solution
1  S∗ ← S;
2  NeighborhoodSet ←Random Order(Neighborhoods);
3  for i ← 1 in NeighborhoodSet do
4      currNeighborhood ← NeighborhoodSet[i]; // Select Neighborhood
5      S ← currNeighborhood(S); // Apply Local Search
6      if f(S) ≤ f(S∗) then
7          S∗ ← S;
8          NeighborhoodSet ←Random Order(Neighborhoods);
9          j ← 1; // Restart Local Search
10     end
11 end
   Output : S∗
```

Em seguida, todo o conjunto de vizinhanças é distribuido em ordem aleatória em $NeighborhoodSet$ (Passo 2). Todas as vizinhanças em $NeighborhoodSet$ são visitadas na ordem sorteada (Passos 3-10) e seus vizinhos S são comparados à melhor solução $S*$ (Passos 5-6). Caso algum vizinho seja satisfatório, ele é então salvo em $S*$ (Passo 7) e o processo de busca é reiniciado com nova ordem aleatória (Passos 8-9), caso contrário o algoritmo termina. A melhor solução $S*$ encontrada na busca local é retornada.

A segunda versão, RVND-Custom, é baseada na técnica de aprimoramento interno (Penna and Ochi, 2013) [15], onde as vizinhanças externas à uma rota Inter-Route Neighborhoods são analisadas, e caso seja obtida melhora na solução, as vizinhanças internas Intra-Route Neighborhoods são acionadas para a aprimorar ainda mais. A aplicação é descrita em Algorithm 2.

O algoritmo possui um parâmetro: uma solução S, e é iniciado ao atribuir S à melhor solução encontrada $S*$ (Passo 1). Em seguida, o conjunto de vizinhanças Inter-Rota é randomicamente distribuido e armazendo em $InterRoute$ (Passo 2). Todos as vizinhanças são visitadas na ordem sorteada (Passos 3-22), sendo seus vizinhos S' analisados (Passos 4-5) e caso sejam melhores do que S, o aprimoramento interno de rota se inicia (Passos 6-18).

Em seguida, o conjunto de vizinhanças Intra-Rota é visitado sequencialmente (Passos 8-15) e na hipótese de melhorar novamente (Passos 11-14), a busca interna se reinicia (Passo 13). Do contrário, esta termina e a busca externa é reiniciada com nova ordem aleatória (Passos 16-17). A melhor solução encontrada é atualizada a cada iteração da busca externa (Passos 19-21). Ao final do algoritmo, a melhor solução $S*$ é retornada.

Algorithm 2: RVND-Custom(S)

```
Input  : Solution S
Output : Better or equal S* solution
S* ← S;
InterRoute ←Random Order(Inter-Route Neighborhoods);
for i ← 1 in InterRoute do
    currInter ← InterRoute[i]; // Get Inter-Route Neighborhood
    S' ← currInter(S); // Apply Inter Local Search
    if f(S') ≤ f(S) then
        IntraRoute ←Intra-Route Neighborhoods;
        for j ← 1 in IntraRoute do
            currIntra ← IntraRoute[j];// Apply Intra Local Search
            S'' ← currIntra(S');
            if f(S'') ≤ f(S') then
                S' ← S'';
                j ← 1; // Restart Intra-Route Socal Search
            end
        end
        i ← 1;
        InterRoute ←Random Order(Inter-Route Neighborhoods);
    end
    if f(S') ≤ f(S*) then
        S* ← S';
    end
end
Output : S*
```

8 Abordagens de Solução

Neste trabalho são propostos três algoritmos para solucionar o Problema de Sequenciamento de Produção e Entrega: dois algoritmos de Iterated Local Search (ILS) e um Algoritmo Genético (G.A.).

O primeiro algoritmo de Iterated Local utiliza a implementação básica de RVND e o segundo utiliza o modelo de RVND customizado com a técnica de aprimoramento interno de rotas (Penna and Ochi, 2013 [15]). O Algoritmo Genético (GA) desenvolvido contém método de Torneio Binário e mutação em 2-point Crossover.

8.1 Soluções Iniciais

A qualidade de um ótimo local obtido por método de busca local depende da solução inicial trabalhada (El-Ghazali Talbi, 2009) [13]. As regras para a criação de soluções iniciais utilizadas aqui originam-se do problema de Permutation Flow Shop, sendo estas Apparent Tardiness Cost (ATC), Weighted Modified Due Date (WMDD) e Weighted Earliest Due Date (EDD) (Molina-Sánchez and González-Neira, 2015) [14].

$$ATC_i = \frac{w_i}{P_i} * \exp(-\frac{max(d_i - P_i - t, 0)}{\frac{\sum_{i=1}^{N} P_i}{N}}) \tag{14}$$

$$ATC_i = \frac{w_i}{P_i} * \exp(-\frac{max(d_i - P_i - t, 0)}{\overline{P}}) \tag{15}$$

$$ATC_i = \frac{w_i}{P_i} * \exp(-max(d_i - P_i - t, 0)/\overline{P}) \tag{16}$$

$$WMDD_i = \frac{1}{w_i} * max(P_i, d_i - t)) \tag{17}$$

$$WEDD_i = \frac{d_i}{w_i} \tag{18}$$

O conjunto de regras têm por objetivo designar uma ordem favorável para o sequenciamento de tarefas. Por se tratar de uma Frota Heterogênea de Veículos, a ordem gerada pelas regras pode ou não ser atendida devido às restrições de capacidade dos veículos. Caso nenhuma das três regras gere sequência viável, uma solução inicial aleatória é utilizada.

9 Iterated Local Search

Ao gerar variados ótimos locais, utilizar a Iterated Local Search torna possível obter aprimoramento da qualidade da solução (Talbi, 2009) [13]. Neste artigo em específico, as aplicações de Iterated Local Search utilizam duas versões de busca local RVND.

Os métodos de perturbação do algoritmos descritos em seguida utilizam os operadores de vizinhança Inter-Rota: **Swap-Job**(R_i, R_w) e **Insert-Job**(R_i). É realizada uma quantidade α de perturbações, sendo α estatisticamente definido na Seção 'Calibração de Parâmetros'.

9.1 ILS-RVND

O esquema geral da metaheurística ILS proposta é apresentado em Algoritmo 4. Existem três parâmetros: α (número de perturbações), $MaxIter$ (quantidade de reinícios de solução) e $MaxIterILS$ (máximo de iterações consecutivas para o algoritmo). Inicialmente, a variável de melhor solução global é inicializada (Passo 1).

A cada iteração externa, uma nova solução inicial S é gerada (Passo 3) utilizando as regras descritas na Seção 8.1, e em seguida é feito busca local em S (Passo 4). Após sua possível melhora, o processo de Perturbação é inicializado (Passos 5-12), a solução atual S' é perturbada α vezes (Passo 10), é feito busca local RVND (Passo 11) e a melhor solução encontrada é atualizada (Passos 6-9).

Algorithm 3: ILS-RVND ($\alpha, MaxIter, MaxIterILS$)

Input : Parameters of max. iterations numbers
Output : Best solution $S*$
1 $S* \leftarrow$ Initialize($S*$);
2 **for** $i \leftarrow 1$ to $MaxIter$ **do**
3     $S \leftarrow$ GenerateInitialSolution();
4     $S' \leftarrow$ RVND(s);
5   **for** $j \leftarrow 1$ to $MaxIterILS$ **do**
6   **if** f(S) $\leq$ f(S') **then**
7             $S' \leftarrow S$;
8             $j \leftarrow 1$; `// Restart Perturbing Process`
9   **end**
10         $S' \leftarrow$Perturb(S', α);
11         $S' \leftarrow$RVND(S'); `// Local Search on Perturbed S'`
12   **end**
13   **if** f(S') $\leq$ f($S*$) **then**
14         $S* \leftarrow S'$;
15   **end**
16 **end**
Output : $S*$

Caso alguma melhora em S' em relação à solução inicial S seja obtida, o processo de Perturbação é reinicializado (Passo 8). Nos Passos 13-15, S' é comparada a melhor solução $S*$ e finaliza uma iteração do algoritmo. Ao final é retornada a melhor solução encontrada $S*$.

Algorithm 4: ILS-RVND $(\alpha, MaxIter, MaxIterILS)$

```
Input    : Parameters of max. iterations numbers
Output : Best solution S*
S* ← ∞;
for i ← 1 to MaxIter do
    S' ← Initial-Solution();
    for j ← 1 to MaxIterILS do
        S' ←RVND(S');
        if f(S') < f(S*) then
            S* ← S';
            j ← 1; // Restart Perturbing Process
        end
        S' ←Perturb(S', α);
    end
    if f(S') < f(S*) then
        S* ← S';
    end
end
Output : S*
```

9.2 ILS-RVND com Aprimoramento de Rota Interna

Penna and Ochi, 2013 [15] desenvolveram o primeiro modelo de Iterated Local Search com RVND para o Problema de Roteamento de Frota Heterogênea de Veículos (HFVRP) em um ambiente com até cem clientes, e produziram resultados competitivos com aos da literatura. Sua abordagem em lidar com a entrega de mercadorias em específico serviu de inspiração para esta combinação ILS-RVND.

A diferença desta versão de Iterated Local Search para a anterior está na busca local RVND-Custom, que utiliza a técnica de aprimoramento interno de rotas. O pseudocódigo desta aplicação é derivado do Algoritmo 4 ao realizar a substituição referida em Figura 3.

4,11 $S' \leftarrow$ RVND(s);

4,11 $S' \leftarrow$ RVND-Custom(S);

Fig. 3. Mudança entre acionamentos de RVND.

Nesta técnica, assim que uma solução atual é aperfeiçoada utilizando operadores externos às rotas, como realizar intercâmbio de tarefas entre veículos, os operadores internos às rotas são acionados.

10 Algoritmo Genético

Algoritmos Genéticos foram desenvolvidos por J. Holland em meados dos anos 70 (University of Michigan, USA) para entender o processo adaptativo de sistemas naturais (Talbi, 2009) [13]. Nesta abordagem, são utilizadas técnicas de Torneio Binário para seleção de soluções e 2-point Crossovers para diversificação da prole. O esquema geral do algoritmo é descrito em Algorithm 5.

Existem dois parâmetros: $PopSize$ (quantidade de indivíduos na população) e $MaxIter$ (número de iterações em que serão geradas novas populações. O algoritmo é iniciado no Passo 1 ao gerar uma população aleatória P, seguido de uma busca local RVND em P (Passo 2). A melhor solução da população é armazenada em $P*$ (Passo 3).

A cada iteração uma nova solução é inserida em P' até o limite de $PopSize-1$ indivíduos (Passos 6-22). Para gerar uma prole, são escolhidas duas soluções 'pai' por Torneios Binários (Passos 7-8), e em seguida são geradas duas mutações destas soluções (Passos 9-10).

O processo de mutação Crossover pode produzir soluções inviáveis, dessa forma a escolha de uma nova solução para a população P' necessita de análise:

- No primeiro caso, em que as duas novas mutações são viáveis, estas participam de um Torneio Binário (Passo 12) e a escolhida será adicionada à população.
- No segundo caso, onde apenas uma das soluções é viável, a única prole viável será inserida na população P' (Passo 15).
- No último caso, se as duas mutações geradas são inviáveis (Passo 17), uma escolha aleatória entre as soluções 'pai' é feita e sofrerá uma nova mutação Crossover (Passo 18), sendo adicionada em seguida.

Após a obtenção de $PopSize - 1$ indivíduos em P', é inserida a melhor solução $P*$ encontrada até o momento (Passo 23). Com a população completa, é realizada uma busca local rápida (Passo 24) em todos os indivíduos. Este método é descrito na Seção 6. Por fim, a melhor solução $S*$ é atualizada (Passos 25-26) e a população P' torna-se a população atual P, para nas próximas iterações gerar novos indivíduos (Passo 25).

10.1 Busca Local Rápida

Nesta seção é descrito um procedimento de busca local chamado Fast Local Search. Métodos de busca local convencionais como VND e RVND podem ser computacionalmente custosos acionados consecutivas vezes, apesar de possibilitarem melhoras significativas na qualidade da solução. Dessa forma, foi implementado um método de busca local simples para lidar com as soluções do algoritmo populacional. O procedimento é descrito em Algoritmo 6.

O algoritmo possui um parâmetro: uma solução S e se inicia ao atribuir S à melhor solução global $S*$ (Passo 1). Todo o conjunto de vizinhanças (Inter-Rota e Intra-Rota) é atribuido à $NeighborhoodSet$ (Passo 2). Em seguida, o método

Algorithm 5: Genetic Algorithm ($PopSize, MaxIter$)

Input : Population size and max. iteration number
Output : Best solution $P*$ in $MaxIter$ populations

$P \leftarrow$ Generate random population($PopSize$);
$P \leftarrow$ RVND(P); `// Apply local search to new population P`
$P* \leftarrow$ Best(P); `// Save best solution of P`
for $i \leftarrow 1$ to $MaxIter$ **do**
  $P' \leftarrow \emptyset$;
  for $j \leftarrow 1$ to $(PopSize - 1)$ **do**
    $Parent1 \leftarrow$ Binary Tournament(random(P), random(P));
    $Parent2 \leftarrow$ Binary Tournament(random(P), random(P));
    $Offspring1 \leftarrow$ Crossover($first, second$);
    $Offspring2 \leftarrow$ Crossover($first, second$);
    if Feasible($Offspring1$) and Feasible($Offspring2$) **then**
      $P' \leftarrow P'$ + BinaryTournament($Offspring1, Offspring2$);
    else
      if Feasible($Offspring1$) or Feasible($Offspring2$) **then**
        $P' \leftarrow P'$ + Feasible from($Offspring1, Offspring2$);
      else
        if !Feasible($Offspring1$) and !Feasible($Offspring2$) **then**
          $P' \leftarrow P'$ + Mutation(random($Parent1, Parent2$));
        end
      end
    end
  end
  $P' \leftarrow$ P' + P*; `// Include best solution to P'`
  $P' \leftarrow$ Fast Local Search(P'); `// Fast Local Search in population P'`
  if f(Best(P')) $\leq$ f($P*$) **then**
    $P* \leftarrow Best$(P');
  end
  $P \leftarrow P'$;
end
Output : $P*$

Algorithm 6: Fast Local Search(S)

Input : Solution S
Output : Better or equal $S*$ solution

$S* \leftarrow S$;
NeighborhoodSet $\leftarrow$ *Inter-Route* and *Intra-Route Neighborhoods*;
for $i \leftarrow 1$ to *NeighborhoodSet* **do**
  currNeighborhood $\leftarrow$ *NeighborhoodSet*[i];
  $S' \leftarrow$ currNeighborhood(S);
  if f(S') $\leq$ f($S*$) **then**
    $S* \leftarrow S'$;
  end
end
Output : $S*$

percorre sequencialmente as vizinhanças em $NeighborhoodSet$ (Passos 3-8) e analisa seus vizinhos (Passos 4-5). Em cada vizinhança, a melhor solução S' da vizinhança é comparada com a melhor solução global e $S*$ é atualizada (Passos 6-8). Por fim, o método de busca local retorna a melhor solução encontrada.

11 Experimentos Computacionais

Nesta Seção são apresentados os experimentos realizados em cima dos três algoritmos e o software CPLEX. Todos os algoritmos foram codificados em C++ e executados em uma máquina Intel(R) Core TM i7-4790K CPU @ 4.00GHz x 8 with 32GB RAM, rodando Ubuntu ??.?? 64 bits.

A métrica de comparação utilizada é o desvio relativo percentual (RPD), sendo utilizada o melhor resultado entre os algoritmos (f_{best}) para a comparação entre elas. O RPD(%) mede percentualmente o quanto os resultados experimentais (f_{method}) diferem do valor de referência:

$$RPD = \frac{f_{method} - f_{best}}{f_{best}} * 100\% \tag{19}$$

Também são utilizadas as métricas Average RPD(%) e Best RPD(%), onde a primeira utiliza o f_{method} como sendo a média dos resultados das execuções e a segunda como o melhor resultado dentre as execuções. A performance das heurísticas aplicadas foram testadas em todas as 1740 instâncias.

As siglas para as heurísticas nesta seção foram definidas de forma que 'ILS-RVND-1' se refira à heurística ILS RVND, 'ILS-RVND-2' à heurística ILS RVND com Aprimoramento de Rota Interna e por fim 'GA-LS' ao Algoritmo Genético.

11.1 Calibração de Parâmetros

Nesta Seção, testes preliminares são apresentados para definir os parâmetros de execução dos três algoritmos.

O primeiro algoritmo, ILS_RVND_1, utiliza três parâmetros: o número de perturbações α, o número máximo de reinícios do algoritmo $MaxIter$ e o máximo de iterações da ILS $MaxIterILS$. Foram definidos no conjunto de testes os seguintes valores: $\alpha \in \{2, 5, 8, 10\}$, $MaxIter \in \{5, 8, 10\}$ e $MaxIterILS \in \{50, 100\}$. Dessa forma, foram geradas 24 combinações de parâmetros, sendo cada uma delas executada 10 vezes para as 1740 instâncias.

Os resultados foram analisados por meio do teste não-paramétrico de Kruskall-Wallis utilizando o Average RPD(%) como variável de resposta. Seguindo a Equação 19, a variável f_{method} foi definida como sendo o resultado da combinação para a instância e f_{best} como o melhor resultado obtido dentre todas combinações. No teste de Kruskall-Wallis duas hipóteses são testadas: a hipótese nula afirma que a performance de todas implementações testadas são estatisticamente similares, e a hipótese alternativa conclui que pelo menos uma implementação possui performance significativamente diferente. Na Figura 4, os intervalos médios de confiança são apresentados à 95% de confiança.

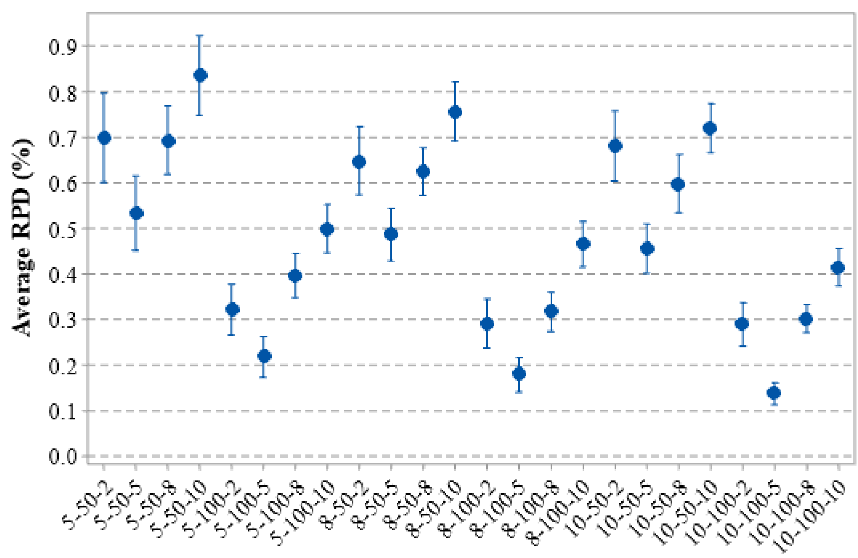


Fig. 4. Mean plot and confidence intervals at 95% confidence level for ILS_RVND_1 experiment.

Intervalos que se sobrepõem sugerem que pode não haver diferença entre as implementações. Os intervalos '8-100-5' e '10-100-5' se sobrepuseram e apresentaram com menor média. Pelo teste de Kruskall-Wallis, o p-valor=0.00 $\leq$ 0.05 obtido indica que a hipótese nula deve ser rejeitada, concluindo assim que pelo menos uma implentação tem performance significativamente diferente (hipótese alternativa). A combinação '10-100-5' foi escolhida por apresentar o melhor intervalo.

De forma análoga, para o segundo algoritmo ILS_RVND_2, foram utilizadas as 24 combinações de parâmetros acima e em seguida executadas 10 vezes em cada instância. As combinações que possuiam menor o número de perturbações α obtiveram destaque (Figura 5).

As duas menores médias '8-100-2' e '10-100-2' não se sobrepuseram nos intervalos de confiança, indicando que há diferenças entre as implementações. Ademais, com o p-valor=0.00 $\leq$ 0.05, a hipótese alternativa é novamente válida e há pelo menos uma implementação com performance significamente diferente. Isto posto, foi definida a combinação '10-100-2' para o algoritmo.

O terceiro algoritmo, GA_LS, utiliza dois parâmetros: $PopSize$ e $MaxIter$, o tamanho da população e o número máximo de iterações, respectivamente. Os conjuntos de valores destes parâmetros foram definidos em $PopSize \in \{30, 50, 70\}$ e $MaxIter \in \{5, 8, 10\}$. São geradas 9 combinações de parâmetros e foram executadas em todas as instâncias.

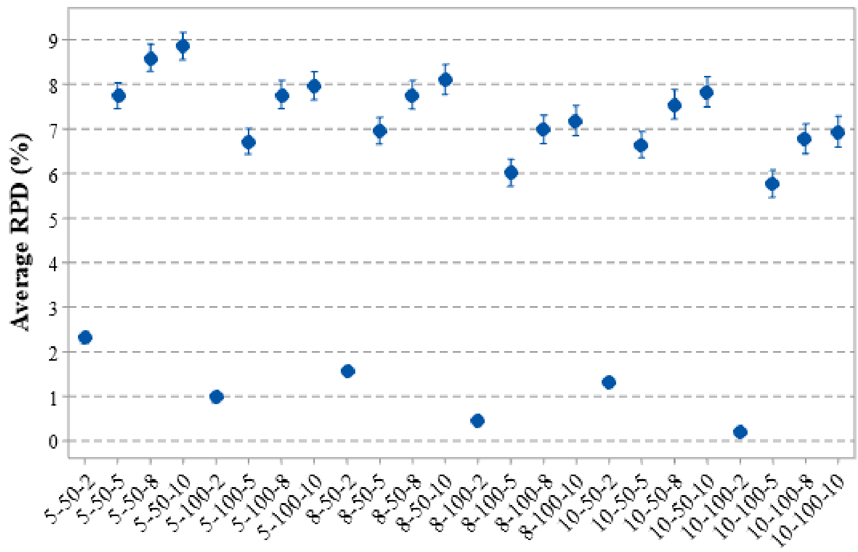


Fig. 5. Mean plot and confidence intervals at 95% confidence level for ILS_RVND_2 experiment.

Novamente, pelo teste de Kruskall-Wallis, o p-valor=0.00 $\leq$ 0.05 obtido indica a validade da hipótese alternativa. Os intervalos de confiança são mostrados na Figura 6. As melhores médias '70-5', '70-8' e '70-10' tiveram seus intervalos sobrepostos, o que indica que são estatisticamente equivalentes. Portanto, foi escolhida a combinação '70-5' por executar em menor tempo do que as demais ao possuir um número menor de iterações.

11.2 Resultados em Instâncias Pequenas

Em instâncias pequenas, os resultados das heurísticas foram comparados entre si e aos resultados do software CPLEX. Para o software, foi definido o tempo limite de execução de $t_{max} = 3600s$. Para $N = 8$, tanto as heurísticas quanto o software atingiram a solução ótima. Dessa forma, as análises nesta Seção tratam as instâncias em que $N \in \{10, 15, 20\}$. Todas as três heurísticas foram executadas cinco vezes para cada uma das 1200 instâncias pequenas, e o software CPLEX uma única vez.

A performance de cada algoritmo é medida pelo Average RPD(%) seguindo a Equação 19, onde f_{best} é o melhor resultado encontrado pelos quatro algoritmos, e f_{method} como sendo a média das cinco execuções da heurística para cada instâncias. Como o software CPLEX foi executado uma vez, f_{method} é o resultado desta execução.

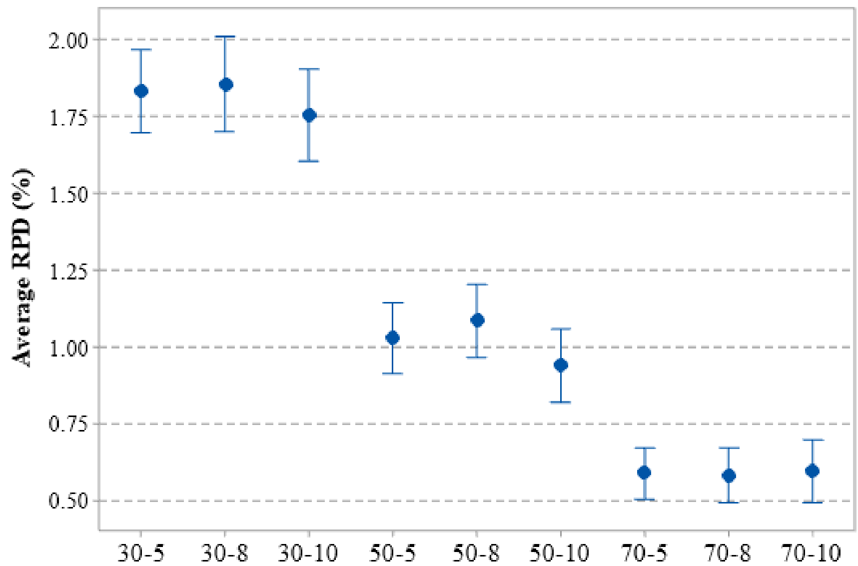


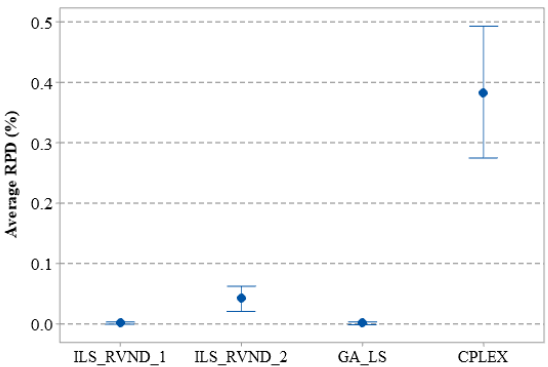
Fig. 6. Mean plot and confidence intervals at 95% confidence level for GA_LS experiment.

Os resultados para as quatro implementações foram analisados pelo teste de Kruskall-Wallis. O p-valor=0.00 $\leq$ 0.05 obtido indica que ao menos uma das implementações é significativamente diferente. Na Figura 7 são plotados os valores de Average RPD(%) das instâncias agrupadas pelo número de tarefas, e por último um gráfico geral de todas intâncias.

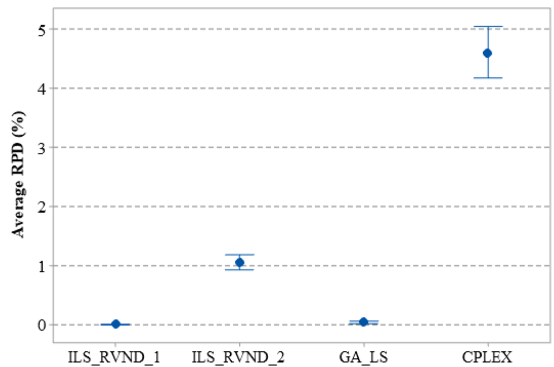
É perceptível o distanciamento dos resultados do software CPLEX a medida em que o número de tarefas aumenta. Os algoritmos ILS_RVND_1 e GA_LS obtiveram seus intervalos sobrepostos para $N = 10$ e $N = 15$, indicando que suas implementações são estatisticamente equivalentes para estes grupos. No gráfico geral, o algoritmo ILS_RVND_1 obteve a melhor média, seguido pelas heurísticas GA_LS, ILS_RVND_2 e então CPLEX.

Na Tabela 3, as instâncias são agrupadas pelo número de tarefas N e pelo número de veículos K, e seus resultados avaliados pelo Best RPD(%) e Average RPD(%). Nesta tabela, é possível observar a qualidade das soluções ao aumentar o número de clientes e veículos. Os resultados retratam o cenário apresentado acima, onde a heurística ILS_RNVD_1 possui a menor média geral. Este algoritmo disputa os melhores resultados com o Algoritmo Genético GA_LS em 66,67% dos grupos, e possui a média para o Best RPD(%) quando comparada à heurística GA_LS para $N = 20$ e $K = 6$.

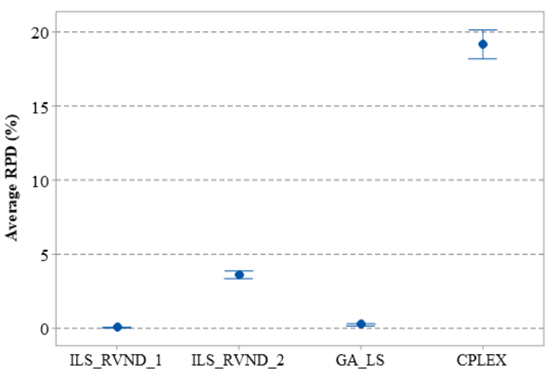
Um fator importante a se considerar ao julgar a qualidade de soluções dos algoritmos é o tempo de execução. Neste trabalho, o tempo foi medido em segundos e suas médias apresentadas por grupos na Tabela 4. Nela, o software CPLEX



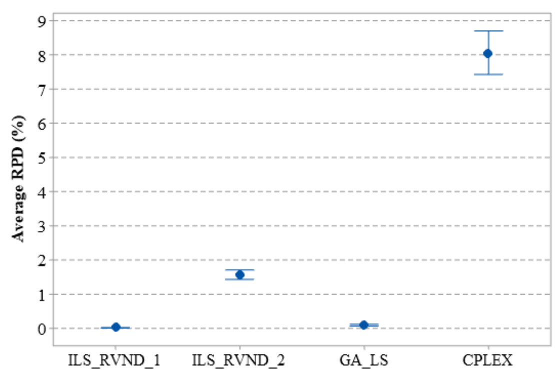
(a) Average RPD with $N = 10$



(b) Average RPD with $N = 15$



(c) Average RPD with $N = 20$



(d) General Average RPD

Fig. 7. Gráfico médio e intervalos de confiança com nível de confiança de 95% para instâncias de pequeno porte.

Table 3. Best RPD and Avg. RPD analyisis over small instances.

	ILS_RVND_1		ILS_RVND_2		GA_LS		CPLEX
N x K	Best	Avg.	Best	Avg.	Best	Avg.	Best
10 x 3	0.00	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00	0.45
10 x 4	0.00	0.00	0.02	0.04	0.00	0.00	0.36
10 x 5	0.00	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00	0.38
10 x 6	0.00	0.00	0.01	0.05	0.00	0.00	0.35
15 x 3	0.00	0.00	0.70	1.96	0.00	0.05	5.98
15 x 4	0.00	0.01	0.21	0.77	0.00	0.04	5.07
15 x 5	0.00	0.02	0.41	0.90	0.03	0.06	3.64
15 x 6	0.00	0.00	0.27	0.60	0.00	0.03	3.75
20 x 3	0.00	0.06	3.76	5.86	0.07	0.29	21.28
20 x 4	0.00	0.05	2.68	4.50	0.09	0.35	21.28
20 x 5	0.00	0.01	1.14	2.21	0.00	0.12	18.53
20 x 6	0.03	0.11	1.05	1.92	0.01	0.24	15.63
Average:	0.00	0.02	0.86	1.58	0.02	0.10	8.06

é executado com tempo médio t=3600(s), indicando que a solução ótima não foi atingida com certeza no tempo limite. Para as três heurísticas, o pior tempo médio foi alcançado pela heurística populacional (GA_LS). Dentre as heurísticas de solução única, ILS_RVND_1 obteve o melhor tempo médio de execução.

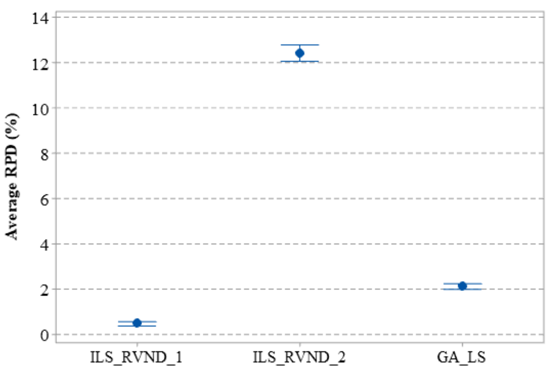
11.3 Resultados em Instâncias Grandes

Em instâncias grandes, os resultados para as heurísticas foram comparados entre si. As três heurísticas foram executadas cinco vezes em cada uma das 540 instâncias de grande porte. A qualidade das soluções encontradas é também avaliada pelo Average RPD(%) pela Equação 19 e plotadas na Figura 11.3 com intervalos de à 95% de confiança. Neste grupo de instâncias, é possível observar um distanciamento considerável do algoritmo ILS_RNVD_2 para os demais algoritmos.

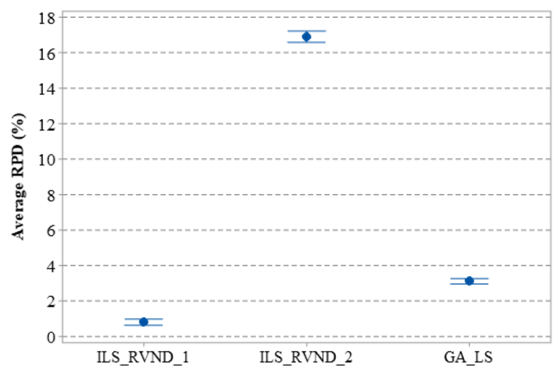
Pelo Teste de Kruskall-Wallis, o p-valor=0.00 $\leq$ 0.05 obtido sustenta a hipótese alternativa de que pelo menos uma implementação é significativamente diferente das demais. Além disso, não existem intervalos sobrepostos nos gráficos para $N \in \{50, 80, 100\}$, o que indica que todas os resultados são realmente estatisticamente diferentes.

Os algoritmos se comportam de forma semelhante à medida em que o número de clientes N aumenta, e no gráfico geral, ao distanciar o intervalo algoritmo ILS_RVND_1 do eixo x, indica que há instâncias em que os demais algoritmos obtiveram melhores resultados.

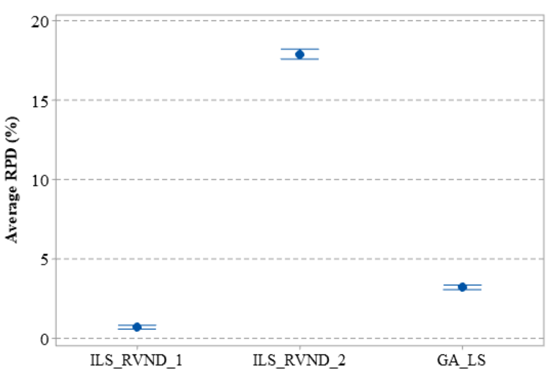
Na Tabela 5, ao analisar os resultados pelos conjuntos de instâncias, é possível observar que a primeira heurística ILS_RVND_1 obteve destaque em cima das de-



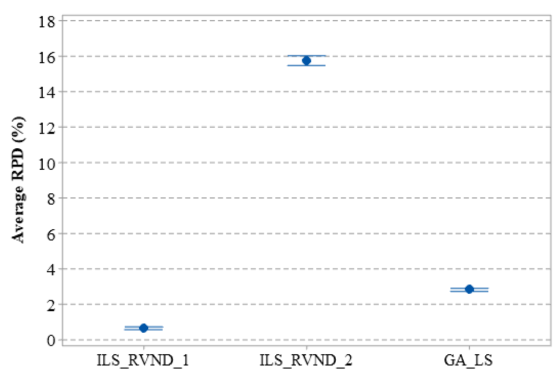
(a) Average RPD with $N = 50$



(b) Average RPD with $N = 80$



(c) Average RPD with $N = 100$



(d) General Average RPD

Fig. 8. Gráfico médio e intervalos de confiança com nível de confiança de 95% para instâncias de grande porte.

Table 4. Runtime Average Analysis over small instances.

	ILS_RVND_1	ILS_RVND_2	GA_LS	CPLEX
N x K	Avg.	Avg.	Avg.	Avg.
10 x 3	0.11	0.16	0.17	3575.10
10 x 4	0.14	0.25	0.22	3620.62
10 x 5	0.17	0.37	0.27	3629.82
10 x 6	0.20	0.45	0.33	3634.85
15 x 3	0.33	0.30	0.53	3614.83
15 x 4	0.39	0.46	0.62	3632.21
15 x 5	0.47	0.71	0.74	3647.36
15 x 6	0.54	0.91	0.86	3649.92
20 x 3	0.79	0.51	1.25	3612.73
20 x 4	0.83	0.76	1.34	3615.70
20 x 5	0.99	1.11	1.61	3618.98
20 x 6	1.09	1.52	1.74	3621.38
Average:	0.51	0.63	0.81	3622.79

mais, seguido do Algoritmo Genético GA_LS e da segunda heurística ILS_RVND_2. Apenas em um conjunto de instâncias, '50-5', o primeiro obteve a média para o Best RPD(%) inferior a média de melhor resultado do Algoritmo Genético.

Ao analisar o tempo de execução das três implementações em instâncias grandes, na Tabela 6 é possível observar que em todos os grupos, o algoritmo ILS_RVND_2 foi executou com média mais rápida, seguido do algoritmo ILS_RVND_1 e então do Algoritmo Genético GA_LS. Por se tratar de uma heurística populacional, o GA_LS consome mais tempo para gerar e avaliar toda a população repetidas vezes.

Para a heurística ILS_RVND_2, a técnica de Aprimoramento Interno de Rota não obteve sucesso para instâncias grandes, e isso se dá pelo aprimoramento de vizinhanças externas às rotas não obtêr um número favorável de melhoras a assim acionar o aprimoramento interno. Isso não acontece na primeira heurística ILS_RVND_2, que aciona todas as vizinhanças internas e externas em ordem aleatória (RVND). Dessa forma, o tempo de médio de execução para a heurística ILS_RVND_1 é significativamente superior a da outra (ILS_RVND_2).

12 Conclusões

Neste trabalho foram realizados estudos para solucionar o problema integrado de agendamento de produção e entrega, com frota heterogênea de veículos e tarefas de diferentes capacidades.

Table 5. Best RPD and Avg. RPD analysis over large instances.

	ILS_RVND_1		ILS_RVND_2		GA_LS	
N x K	Best	Avg.	Best	Avg.	Best	Avg.
50 x 5	0.41	0.89	12.02	13.91	0.21	1.48
50 x 8	0.00	0.41	10.90	13.14	0.93	2.22
50 x 10	0.00	0.31	10.11	11.86	1.15	2.38
50 x 12	0.00	0.31	9.05	10.75	1.40	2.43
80 x 5	0.71	1.63	14.52	15.80	0.89	2.40
80 x 8	0.05	0.65	16.53	18.05	1.76	3.38
80 x 10	0.00	0.59	16.13	17.63	2.19	3.43
80 x 12	0.00	0.40	14.56	16.19	2.11	3.29
100 x 5	0.61	1.24	14.63	15.95	0.91	2.44
100 x 8	0.00	0.69	17.12	18.90	2.03	3.40
100 x 10	0.01	0.46	16.86	18.56	2.24	3.57
100 x 12	0.00	0.45	16.64	18.17	2.37	3.48
Average:	0.15	0.67	14.09	15.74	1.52	2.83

Table 6. Runtime Average Analysis over large instances.

	ILS_RVND_1	ILS_RVND_2	GA_LS
N x K	Avg.	Avg.	Avg.
50 x 5	17.57	8.48	35.41
50 x 8	16.93	11.90	36.60
50 x 10	16.32	14.44	36.55
50 x 12	16.46	17.22	38.87
80 x 5	68.03	28.37	180.42
80 x 8	58.88	35.36	162.78
80 x 10	55.00	40.32	154.89
80 x 12	53.02	46.44	160.59
100 x 5	136.08	51.34	415.69
100 x 8	114.50	61.28	357.94
100 x 10	103.80	68.83	340.52
100 x 12	97.80	77.04	343.74
Average:	62.87	38.42	188.67

Por se tratar de um problema NP-Difícil, métodos convencionais são ineficientes para resolver o problema. Pelo conhecimento dos autores, até o atual momento havia sido abordada na literatura esta versão do problema integrado.

Foram propostos um modelo MILP, duas heurísticas Iterated Local Search com RVND e um Algoritmo Genético para o problema. As instâncias para esta nova abordagem foram geradas aqui, totalizando 1740 instâncias de pequeno e grande porte. A quantidade máxima de clientes considerados foi de 100 clientes.

Em instâncias pequenas, as heurísticas obtiveram melhores soluções do que o Solver CPLEX em um tempo muito inferior. O Solver CPLEX foi executado para instâncias de até 20 clientes. A implementação básica de Iterated Local Search com RVND (ILS_RVND_1), no geral, se mostrou a mais eficiente quando comparadas com as demais e ao software CPLEX, em qualidade de solução e tempo de execução.

Para trabalhos futuros, o objetivo é tratar esse problema em um ambiente com máquinas paralelas e tempo de preparação das máquinas.

Acknowledgments. The authors thanks the financial support of FAPEMIG, CAPES and CNPq, Brazilian research agencies.

References

J. Du and J. Y.-T. Leung, "Minimizing total tardiness on one machine is np-hard," *Mathematics of operations research*, vol. 15, no. 3, pp. 483–495, 1990.

N. G. Hall and C. N. Potts, "Supply chain scheduling: Batching and delivery," *Operations Research*, vol. 51, no. 4, pp. 566–584, 2003.

C. A. Ullrich, "Integrated machine scheduling and vehicle routing with time windows," *European Journal of Operational Research*, vol. 227, no. 1, pp. 152–165, 2013.

A. Condotta, S. Knust, D. Meier, and N. V. Shakhlevich, "Tabu search and lower bounds for a combined production–transportation problem," *Computers & operations research*, vol. 40, no. 3, pp. 886–900, 2013.

Y. Xiao and A. Konak, "A simulating annealing algorithm to solve the green vehicle routing & scheduling problem with hierarchical objectives and weighted tardiness," *Applied Soft Computing*, vol. 34, pp. 372–388, 2015.

B.-Y. Cheng, J. Y.-T. Leung, and K. Li, "Integrated scheduling of production and distribution to minimize total cost using an improved ant colony optimization method," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 83, pp. 217–225, 2015.

J.-C. Billaut, F. Della Croce, and Q. C. Ta, "Tabu search and matheuristic algorithms for solving an integrated flow shop and vehicle routing problem," in *12th Metaheuristics International Conference (MIC)*, 2017.

J. Wang, S. Yao, J. Sheng, and H. Yang, "Minimizing total carbon emissions in an integrated machine scheduling and vehicle routing problem," *Journal of Cleaner Production*, vol. 229, pp. 1004–1017, 2019.

S. F. Ghannadpour and A. Zarrabi, "Multi-objective heterogeneous vehicle routing and scheduling problem with energy minimizing," *Swarm and evolutionary computation*, vol. 44, pp. 728–747, 2019.

L. Liu, W. Li, K. Li, and X. Zou, "A coordinated production and transportation scheduling problem with minimum sum of order delivery times," *Journal of Heuristics*, vol. 26, no. 1, pp. 33–58, 2020.

M. Tamannaei and M. Rasti-Barzoki, "Mathematical programming and solution approaches for minimizing tardiness and transportation costs in the supply chain scheduling problem," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 127, pp. 643–656, 2019.

N. Mladenović and P. Hansen, "Variable neighborhood search," *Computers & operations research*, vol. 24, no. 11, pp. 1097–1100, 1997.

E.-G. Talbi, *Metaheuristics: from design to implementation*, vol. 74. John Wiley & Sons, 2009.

L. Molina-Sánchez and E. González-Neira, "Grasp to minimize total weighted tardiness in a permutation flow shop environment," *International Journal of Industrial Engineering Computations*, vol. 7, no. 1, pp. 161–176, 2016.

P. H. V. Penna, A. Subramanian, and L. S. Ochi, "An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem," *Journal of Heuristics*, vol. 19, no. 2, pp. 201–232, 2013.