DESARROLLO TRABAJO COLABORATIVO 1

GEIDER ENRIQUE BARIOS

ADRIAN ORLAY MAZO

MIRLEVIS AGUALIMPIA

YASIRA MOSQUERA

GRUPO 100411_89

ENTREGADO A: WILSON IGNACIO CEPEDA

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA

UNAD

TURBO-ANTIOQUIA

27 DE AGOSTO 2014

INTRODUCCION

En este primer trabajo colaborativo vamos a abordar y estudiar el concepto de integral definida. Empezaremos planteando algunos ejemplos sencillos que surgen en las Ciencias Experimentales, y que servirán de aprendizaje a lo largo de nuestras carreras profesionales.

Con la realización de los siguientes ejercicios estaremos en capacidad para seguir con la siguiente unidad ya que el cálculo integral consiste en calcular, en general, superficies curvilíneas, es decir el área entre la gráfica de una función y el eje x.

Estamos de acuerdo con la siguiente notación:

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$

Es la integral definida de la función f de [variable] x [los límites] de A a B. Se pretende que la zona entre la curva y los ejes como en la imagen de arriba S. Más específicamente, es que esta es una integral de Riemann (por ejemplo, Riemann), hay también integrante líneas generales.

Ejercicio 1

$$\int \frac{x^3 + x - 2}{x^2}\, dx$$

Ampliamos la fracción

$\int \frac{x^3}{x^2} dx + \int \frac{x}{x^2}\, dx - \int \frac{2}{x^2}\, dx$

Simplificamos

Y aplicamos tabla de integrales según el caso lo amerite

$$\int dx = x + C$$

$$\int k\, dx = k \cdot x + C$$

$$\int u^n \cdot u' dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + \mathrm{C} \qquad n \neq -1$$

$\int x\, dx + \int \frac{1}{x}\, dx - 2 \int \frac{1}{x^2}\, dx$

Respuesta:

$\frac{x^2}{2} + \ln|x| + \frac{2}{x} + C$

Organizamos la respuesta

$\frac{x^2}{2} + \frac{2}{x} + \ln|x| + C$

Ejercicio 2

$$\int \frac{sec^2 x}{\sqrt{\tan x}} dx$$

Método de sustitución

$u = \tan(x)$ Derivamos

$\frac{du}{dx} = sec^2(x)$

$du = sec^2 (x)dx$

$dx = \frac{du}{sec^2(x)}$

Remplazamos

$\int \frac{\cancel{sec^2 (x)}}{\sqrt{u}} * \frac{du}{\cancel{sec^2(x)}}$

Cancelamos las $sec^2 (x)$

$\int \frac{1}{\sqrt{u}} du$

$\int u^{-\frac{1}{2}} du$

$\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C$

Simplificamos

$2\sqrt{u}+C$ Remplazamos el valor de u por el valor que cambiamos al principio

Respuesta:

$2\sqrt{\tan(x)}+C$

Ejercicio 3

$$\int \frac{(1+3x)^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx$$

Cambio de variable u

$u=\sqrt[3]{x}$

Derivar

$$\frac{du}{dx}=\frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}$$

$$du=\frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}\,dx$$

$$dx=\frac{du}{\frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}}$$

Formamos la nueva integral

$$= 3 \int u\,(3\,u^3 + 1)^2\,du$$

$$= 3 \int 9u^7 + 6u^4 + u\,du$$

$$= \ 27 \int u^7\,du + 18 \int u^4\,du + 3 \int u\,du$$

$$= \frac{27}{8}\,u^8 + \frac{18}{5}\,u^5 + \frac{3}{2}\,u^2 + C$$

Nota $\sqrt[3]{x}$ es igual $x^{\frac{1}{3}}$

Respuesta:

$$= \frac{27}{8}\,x^{\frac{8}{3}} + \frac{18}{5}\,x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{2}\,x^{\frac{2}{3}} + C$$

Ejercicio 4

$$\int tan^3\,(x)\ dx$$

Una reducción de la formula $\int tan^m\ (x)\,dx = \frac{tan^{m-1}\,(x)}{m-1} -$ $\int tan^{-2m+1}\,(x)\ dx$

$$= \frac{tan^2\,(x)}{2} - \int \tan(x)\ dx$$

Trigonometria

$\tan(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$

$$= \frac{tan^2\,(x)}{2} - \int \frac{\sin x}{\cos x}\ \mathrm{dx}$$

Sustituyendo Cambio de variable

$$u = \cos x$$

Derivamos

$$\frac{du}{dx} = -\sin x$$

$$du = -\sin x\ dx$$

$$dx = \frac{du}{-\sin x}$$

Remplazamos y simplificamos

$$F(x) = \frac{tan^2\,(x)}{2} - \int -\frac{1}{u}\ \mathrm{du}$$

$$F(x) = \frac{tan^2\,(x)}{2} + \ln|u| + C$$

Cambio de variable

Remplazamos el valor de u por $\cos x$

$$F(x) = \frac{tan^2\,(x)}{2} + \ln|\cos(\,x)| + C$$

Ejercicio 5

$$\int \frac{\sqrt{2+9\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx$$

Cambio de variable

$$u = 2 + 9x^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{3}{x^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{du}{3} = \frac{dx}{x^{\frac{2}{3}}}$$

$$\int u^{\frac{1}{2}} * \frac{du}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\,\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{9}\,u^{\frac{3}{2}} + C$$

Remplazamos el valor de u

$$= \frac{2}{9}\,\left(2 + 9\sqrt[3]{x}\right)^{\frac{3}{2}} + C$$

Respuesta

$$\frac{2\left(9\sqrt[3]{x}+2\right)^{\frac{3}{2}}}{9}+C$$

Ejercicio 6

$$\int \frac{x}{\sqrt{3-x^4}}\,dx$$

Sustitución

$u = x^2$

Derivar

$\frac{du}{dx} = 2x$

$du = 2x\,dx$

$dx = \frac{du}{2x}$

Remplazamos

$$\frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{3-u^2}}\,du$$

Factorizar el 3 fuera del radical así:

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{1-\frac{u^2}{3}}}\,du$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \int \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{3}}}\ du$$

Cambio de variable

$$s = \frac{u}{\sqrt{3}}$$

Derivar

$$\frac{ds}{du} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$ds = \frac{1}{\sqrt{3}}\ du$$

Fórmanos la nueva integral

$$\frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{1-s^2}}\ ds$$

Nota:

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1}(x) + \mathrm{C}$$

En este caso

$$= \frac{1}{2} \sin^{-1}(s) + \mathrm{C}$$

Como remplazamos $s = \frac{u}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{u}{\sqrt{3}}\right) + \mathrm{C}$$

Y como $u = x^2$

Respuesta:

$$= \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{x^2}{\sqrt{3}}\right) + C$$

Ejercicio 7

$$\int \sin(4x)\cos(3x)\, dx$$

Usando la trigonometría idéntica donde

$$\sin(a)\ \cos(b) = \frac{1}{2}\ (\sin(a-b) + \sin(a+b))\ donde\ a = 4x \qquad y \qquad b = 3x$$

$$\frac{1}{2}\int \sin(x) + \sin(7x)\, dx$$

$$\frac{1}{2}\int \sin(x)\, dx + \frac{1}{2}\int \sin(7x)\ dx$$

Nota cambio de variable

$u = 7x$

Derivar

$\frac{du}{dx} = 7$

$du = 7\, dx$

$dx = \frac{du}{7}$

$$\frac{1}{2}\int \sin(x)\,dx + \frac{1}{14}\int \sin(u)\;du$$

La integral de $\int \sin(u)\;du$ es $-\cos(u) + C$

$\frac{1}{2}\int \sin(x)\,dx - \frac{\cos(u)}{14} + C$

$$= -\frac{\cos(x)}{2} - \frac{\cos(u)}{14} + C$$

Remplazamos el cambio de variable

$$= -\frac{\cos(x)}{2} - \frac{\cos(7x)}{14} + C$$

Respuesta

$$= \frac{1}{14}\,(-7\cos(x) - \cos(7x\,)) + C$$

Ejercicio 8

$$\int \frac{1}{\sqrt{4y^2 - 4y - 3}}\;dy$$

Trasformamos la integral así:

$$\frac{1}{2}\int \frac{dy}{\sqrt{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - 1}}\;dy$$

Cambio de variable

$u = y - \frac{1}{2}$

$\frac{du}{dy} = 1$

$du = dy$

$$\frac{1}{2}\int \frac{du}{\sqrt{u^2} - 1}$$

$$\frac{1}{2}\, cos^{-1}(u) + C$$

$$\frac{1}{2}\ln\left|\sqrt{u^2 - 1} + u\right| + C$$

RESPUESTA

$$\frac{\ln\left(\left|\sqrt{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - 1} + \left(y - \frac{1}{2}\right)\right|\right) + \mathrm{C}}{2}$$

Ejercicio 9

Un teorema generalmente posee un número de premisas que deben ser enumeradas o aclaradas de antemano. Luego existe una conclusión, una afirmación lógica o matemática, la cual es verdadera bajo las condiciones dadas. El contenido informativo del teorema es la relación que existe entre las hipótesis y la tesis o conclusión.

**9.** Hallar el valor medio de la función $f(x) = x\sqrt{x^2 + 16}$ en el intervalo [0, 3].

$$\int_0^3 x\sqrt{x^2 + 16}dx$$

1 integramos la función

$$\int x\sqrt{x^2+16}\ dx$$

Cambio de variable

$u = \ x^2 + 16$

Derivar

$\frac{du}{dx} = 2x$

$du = 2x\ dx$

$dx = \ \frac{du}{2x}$

Remplazamos

$$\int x\sqrt{u}\ \ \frac{du}{2x}$$

$= \ \frac{1}{2}\int \sqrt{x}\ \ du$

$= \ \frac{1}{2} * \ \frac{2\ u^{\frac{2}{3}}}{3} + C$

$= \ \frac{u^{\frac{2}{3}}}{3} + C$

Remplazamos la variable por el valor original

$$= \frac{(x^2+16)^{\frac{2}{3}}}{3} + C$$

Ahora procedemos a desarrollar con los límites superior y límite inferior

$$= \left. \frac{(x^2+16)^{\frac{2}{3}}}{3} \right|_{0}^{3}$$

Remplazamos los valores de x por los limites

$$\frac{(3^2+16)^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{125}{3} = 41.6666666666667$$

$$\frac{(0^2+16)^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{64}{3} = 21.3333333333333$$

El límite superior resta el límite inferior así:

$$\frac{125}{3} - \frac{64}{3} = \frac{61}{3} = 20.3333333333333\ u^2$$

Ejercicio 10

10. Si $P(x) = \int_1^{x^3} \cos(t)dt$ Determinar $\frac{dP}{dx} = \frac{d}{dx}\int_1^{x^3} \cos(t)dt$ .

$t = lo\ sustituyo\ en\ x^3\ y\ por\ 1$

$$\int \cos(t)\ dt = \sin t + C$$

Aplicamos la Barrow

$$= \sin(x^3) - \sin(1)$$

Ahora

$$P\ (x) = \sin(x^3) - \sin(1)$$

Derivar $P\ (x) =$

Respuesta

$$\frac{d}{dx} = 3\cos(3x)$$

CONCLUSIONES

En conclusión vemos como el calculo nos enseña muchas cosas pero no solo en números sino también en la vida diaria los integrales o derivabas es un tema muy extenso que nos ayuda a resolver problemas que involucran magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media.

BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS


Bonnet, J. (2003). *Cálculo Infinitesimal: Esquemas teóricos para estudiantes de ingeniería y ciencias experimentales* (7 ed.). Disponible en **http://go.galegroup.com/ps/i.do?id=GALE|9788497170079&v=2.1&u=unad&it=aboutBook&p=GVRL&sw=w**


**Temáticas de estudio: Métodos generales de integración**


González, M. (24 de mayo de 2012). *Aprende Integrales - Tema 1*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=v6JgjHMvNVc**

Ríos, J. (14 de abril de 2010). *Integral por el Método de Sustitución*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=zCldXOtAKQo**

González, M. (25 de mayo de 2012). *Aprende Integrales - Tema 2*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=UOOswzhDmEk**

Ríos, J. (19 de enero de 2012). *Integral resuelta por los métodos de sustitución y partes*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=ukaQzboMjaA**

González, M. (25 de mayo de 2012). *Aprende Integrales - Tema 7*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=J3-ykUup1Wo**

Ríos, J. (30 de agosto de 2009). *Integración por fracciones parciales*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=slJtWkE-t3w**