DESARROLLO TRABAJO COLABORATIVO 3

GEIDER ENRIQUE BARIOS

ADRIAN ORLAY MAZO

JONATHAN ROBERTO ORTEGA

YASIRA MOSQUERA

MIRLEVIS AGUALIMPIA

GRUPO 100411_89

ENTREGADO A: WILSON IGNACIO CEPEDA

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA

UNAD

TURBO-ANTIOQUIA

NOVIEMBRE 17, 2014

INTRODUCCION

En las técnicas de solución de las integrales vistas en la unidad anterior, sino también en los principios propios de cada tipo de problema de aplicación partiendo del análisis de graficas (área bajo curvas, longitud de Curvas), hallar los volúmenes de sólidos de revolución mediante diferentes técnicas, centros de masa y por último la aplicación en la solución de problemas prácticos de la física, la hidráulica, la estadística y la economía

OBJETIVOS

- Observar las aplicaciones en la vida diaria de las Integrales.
- La solución de problemas diversos con la ayuda de las matemáticas.
- Adquirir destrezas en el manejo de las múltiples variables que intervienen en la solución de dichos problemas

EJERCICIO 1

Hallar el área entre las curvas $y = x - 1$ y $y = 2x^3 - 1$ entre $x = 1$ y $x = 2$

$$\int_1^2 2x^3 - 1 - (x - 1)dx$$

$$\int_1^2 2x^3 - x\, dx$$

$$= \frac{x^4}{2} - \frac{x^2}{2} + c$$

$$= \left[\frac{x^4}{2} - \frac{x^2}{2}\right]_1^2$$

$$= \frac{2^4}{2} - \frac{2^2}{2} - \left(\frac{1^4}{2} - \frac{1^2}{2}\right)$$

$= 6$ UNIDADES CUADRADAS

EJERCICIO 2

Hallar el área de la región limitada por las gráficas de $f\,(x) = x^3 - 3x + 2$ y $g(x) = x + 2$

Puntos críticos

$x^3 - 3x + 2 = x + 2$

$x^3 - 3x + 2 - x - 2 = 0$

$x^3 - 4x = 0$

Solución 1	$x = 0$
Solución 2	$x = -2$
Solución 3	$x = 2$

$$\int_{-2}^{0} [(x^3 - 3x + 2) - (x + 2)]\,dx + \int_{0}^{2} [(x + 2) - (x^3 - 3x + 2)]dx$$

$$\int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)\,dx + \int_{0}^{2} (4x - x^3)dx$$

$$\left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_{-2}^{0} + \left[-\frac{x^4}{4} + 2x^2\right]_{0}^{2}$$

8 UNIDADES CUADRADAS

EJERCICIO 03

La región limitada por la gráfica de $y = x^3$ $y\ el\ eje\ X\ \ y\ \ x = \frac{1}{2}$ se gira alrededor del eje X hallar el área de la superficie lateral de solidos resultantes

$$S = 2\pi \int_a^b f(x)\ \sqrt{1 + [f'\,(x)^2]}\ dx$$

$$f(x) = x^3$$

$$derivada\ de\ f(x) = 3x^2$$

$$S = 2\pi \int_0^{\frac{1}{2}} [(x^3)\ \sqrt{1 + (3x^2)^2}\ ]dx$$

$$S = 2\pi \int_0^{\frac{1}{2}} [\ (x^3\ )\ \ (1 + 9x^4)^{\frac{1}{2}}]dx$$

$$S = 2\pi\ \left[\frac{(9x^4+1)^{\frac{3}{2}}}{54}\right]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \pi\ \left[\frac{(9x^4+1)^{\frac{3}{2}}}{27}\right]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \pi \left(\frac{61}{1728}\right)$$

$$S = \pi * 0{,}035$$

EJERCICIO 4

Hallar longitud de la curva $\cos(x) = e^{y}$ para $x\ entre\ \frac{\pi}{6} \quad y \quad \frac{\pi}{3}$

Logaritmo natural

$$\ln(\cos x) = \ln e^{y}$$

$$\ln(\cos x) = y$$

Aplicamos la formula

$$LONGITUD = \int_{a}^{b} \sqrt{1 + [f'(x)]^{2}}\ dx$$

$$LONGITUD = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1 + \left[-\frac{sen\ x}{\cos x}\right]^{2}}\ dx$$

$$LONGITUD = \left[\sqrt{1 - \tan^{2} x}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$LONGITUD = 0{,}7675$$

EJERCICIO 05

Hallar el volumen generado por la rotación del área del primer cuadrante limitado por la parábola $y^2 = 8x$ y laordenada correspondiente a $x = 2$ con respecto al eje de x, como lo muestra en la figura

$$Volumen = \pi \int_0^2 \left(\sqrt{8x}\right)^2 dx$$

$$volumen = 8\,\pi \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2$$

$$volumen\ =\ 50{,}26\ UNIDADES\ CUBICAS$$

Ejercicio 6

El volumen del solido de revolución generado cuando la región limitada por las gráficas de las ecuaciones $y = x^2$ y $y = 4$ giran alrededor del eje Y es

$$VOLUMEN = \pi \int_0^4 \left[\sqrt{y}\right]^2 \, dy$$

$$VOLUMEN = \pi \int_0^4 y \, dy$$

$$VOLUMEN = \pi \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^4$$

$$VOLUMEN = 8 \ \pi \, unidades \; cubicas$$

Ejercicio 7

$$TRABAJO = \int_0^4 (100 - 4t) \, 5 \, dt$$

$$TRABAJO = \int_0^4 [500 - 20t] \, dt$$

$$TRABAJO = [500 \, t - 10 \, t^2]_0^4$$

$$TRABAJO = 1840 \, ft \; libras$$

EJERCICIO 8

Un objeto se empuja en el plano desde $x = 0$ hasta $x = 10$ pero debido al viento la fuerza que debe aplicarse en el punto x es $F\ (x) = 3\ x^2 - x + 10$ ¿cuál es el trabajo realizado

$$f\ (w) = (3x^2 - x + 10\ ) *\ \Delta x$$

$$TRABAJO = \int_0^{10} (3x^2 - x + 10\ )\ dx$$

$$TRABAJO = \left[x^3 - \frac{x^2}{2} + 10\ \right]_0^{10}$$

$$TRABAJO = 1050\,J$$

EJERCICO 09

En Economía son muy usados los términos demanda y oferta. La curva de demanda del consumidor P = D(x), da el precio de demanda que el consumidor está dispuesto a pagar por unidad para x unidades, la curva generalmente es decreciente, debido a que al vender cantidades mayores, el precio baja. La curva de oferta del productor P = S(x), da el precio por unidad al cual el vendedor está dispuesto a ofrecer x unidades, la curva es creciente, ya que a mayores cantidades, el precio de venta sube.

9. El excedente del consumidor de un producto para un nivel de venta a un precio P de Q artículos, esta dado por la expresión $EC = \int_0^Q D(x)dx - QP$. El excedente del consumidor de un producto a un precio de \$10.000 cuya ecuación de la demanda está dada por $D(x) = (x + 10)^2$, es:

Punto de equilibrio

$$10000 = (x + 10)^2$$

$$10000 = x^2 + 20x + 100$$

$$x^2 + 20x + 100 - 10000 = 0$$

$$x_1 = -110$$

$$x_2 = 90$$

$$\mathrm{EC} = \int_0^{\mathrm{Q}} \mathrm{D(x)dx} - \mathrm{QP}$$

$$EC = \int_0^{90} [(x + 10)^2 - (10000)]\, dx$$

$$EC = \int_0^{90} [x^2 + 20x + 100 - 10000]\, dx$$

$$EC = \int_0^{90} [x^2 + 20x - 9900]\, dx$$

$$EC = \left[\frac{x^3}{3} + 10x^2 - 9900x\right]_0^{90}$$

$EC = -56700$

EJERCICIO 10

Si la función demanda es $D(q) = 1000 - 0{,}4q^2$ y la función de oferta es $S(q) = 42q$ calcule el excedente del productor de EP y excedente del consumidor EC

Punto de equilibrio

$$1000 - 0.4q^2 = 42\, q$$

$$1000 - 0.4q^2 - 42q = 0$$

$$q_1 = -125$$

$$q_2 = 20$$

$$1000 - 0.4 * 20^2 = 840$$

El excedente de demanda

$$\int_0^{20} [1000 - 0.4q^2 - 840]\, dq$$

$$\int_0^{20} [160 - 0.4q^2]\, dq$$

$$= \left[160\, q - 0.4\, \frac{q^3}{3}\right]_0^{20}$$

RESPUESTA

$$EC = 2133{,}33$$

El excedente de oferta es

$$\int_0^{20} [840 - 42q\ ]dq$$

$$[840q - 21\, q^2]_0^{20}$$

RESPUESTA

$$EP = 8400$$

CONCLUSIONES

La integral se planeó para encontrar el área bajo la curva de una función o de varias a la vez.

Gracias al uso de la integral se puede calcular el área entre dos curvas o funciones, utilizando los teoremas de la integral.

El cálculo de volumen se basa en la integral que determina una región que gira alrededor de un eje sea x o y o de una recta especifica.

BIBLIOGRAFIA

Bonnet, J. (2003). *Cálculo Infinitesimal: Esquemas teóricos para estudiantes de ingeniería y ciencias experimentales* (7 ed.). Disponible en **http://go.galegroup.com/ps/i.do?id=GALE|9788497170079&v=2.1&u=unad&it=aboutBook&p=GVRL&sw=w**

Temáticas de estudio: Aplicaciones de la Integral definida

Educatina. (01 de febrero de 2012). *Aplicación de integral: cálculo de áreas - análisis matemático*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=J0QhITKrK8E**

Tareas Plus. (28 de agosto de 2012). *Volumen de sólidos y la integral definida (conceptos)*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=3CQaKX5Jq6U**

Tareas Plus. (29 de agosto de 2012). *Volumen de un sólido de revolución ejemplo 1*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=uYnIGG3IaMI**

Ayala, J. (26 de febrero de 2013). *Aplicación de la integral a la física – trabajo mecánico*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=ug-dvDfU8R0**

Delgado, R. (04 de noviembre de 2012). *Integral aplicada a la economía*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=g5lsC56fC5A**

Ruiz, E. (09 de abril de 2012). *Ingreso marginal y utilidad marginal*. [video]. Disponible en **http://www.youtube.com/watch?v=9zzM8S3I74I**