UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PLANO DE AULA – Nº 02

1 – Dados de Identificação:
Curso: Licenciatura em Matemática a Distância
Ano: 8º ano do Ensino Fundamental ou Ensino Médio
Data: 28/03/2023 – 30/03/2023 – 31/03/2023
Duração da aula: 5 períodos (250’)
Professor(a): Geilson de Almeida Soares

2 – Objeto do conhecimento:

Notação científica; Potenciação e radiciação. Elaborar, sistematizar e socializar conclusões de problemas a partir da realidade e o cotidiano de cada um, envolvendo problemas ambientais identificados na escola e comunidade escolar.

3 – Habilidades:

(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.;

(EF08MA02) Resolver problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário;

(EF08MA02RS-1) Entender a radiciação e suas propriedades a partir da multiplicação de fatores iguais;

(EF08MA02RS-2) Reconhecer e utilizar as propriedades de potenciação e radiciação no cálculo de expressões numéricas.

4 – Desenvolvimento e procedimentos Metodológicos:

O plano de aula baseia-se em fazer uma revisão dos conteúdos já vistos em sala de aula pelos alunos (notação científica, potenciação, radiciação e o princípio fundamental da contagem). A fim de sanar as dúvidas dos alunos

1º momento: O conteúdo abaixo sobre notação científica será explicado e copiado no quadro para que os alunos possam copiarem:

***Escrever no quadro*:**

Vejamos algumas potências de base 10:

$10^{2} = 100$ $10^{-2} = 0,01$

$10^{3} = 1000$ $10^{-3} = 0,001$

$10^{6} = 1000000$ $10^{-6} = 0,00001$

$10^{9} = 1000000000$ $10^{-9} = 0,000000001$

Escrever números em notação científica:

$340.000.000 = 3,4 \cdot 10^{8}$ $0,00000632 = 6,32 \cdot 10^{-6}$

$1.613.000.000 = 1,613 \cdot 10^{9}$ $0,0000000000093 = 9,3 \cdot 10^{-12}$

Explicação: Quando trabalhamos com números muito grandes ou muito pequenos, utilizamos a potência de 10 para representá-lo. Como algumas calculadoras (as chamadas calculadoras científicas) trabalham com esse tipo de escrita.

Desse modo podemos escrever n trilhões como sendo $n \cdot 10^{12}$. Essa forma de escrever é denominada notação científica. O coeficiente deve ser um número compreendido entre 1 e 10, podendo ser igual a 1, mas menor que 10.

Também recorremos às potências de base 10 e à notação científica para escrever e operar com números de valor absoluto muito pequeno.

2º momento: Será copiado no quadro a definição (abaixo) de potenciação para que os alunos possam copiarem e em seguida será feita a explicação da definição:

Observação: As explicações podem ser ou não copiadas no quadro, fica a critério do professor.

Escrever no quadro:

Definição: Seja *a* um número real e *n* um número natural. Potência de base *a* e expoente *n* é o número a^{n} tal que:

$$a^{0} = 1$$

$$a^{n} = a^{n-1} \cdot a\,,\ \forall\, n,\ n \geq 1$$

Desta definição decorre que:

$$a^{1} = a^{0} \cdot a^{1} = 1 \cdot a = a$$

$$a^{2} = a^{1} \cdot a = a \cdot a$$

$$a^{3} = a^{2} \cdot a = (a \cdot a) \cdot a = a \cdot a \cdot a$$

⇒ <u>Explicação 01:</u> E de modo geral, para p natural e $p \geq 2$, temos que a^p é um produto de p fatores iguais a a.

Então temos a nossa 1ª propriedade:

P.01 → $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \ \forall\, m, n \in N$

Exemplos:

$$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$$

⇒ <u>Explicação 02:</u> Já que no produto de base iguais, repetimos a base e somamos os expoentes. Pensando agora em frações com bases iguais e expoentes diferentes, ocorre o processo contrário do produto de bases iguais, em vez de somar devemos diminuir.

Isso é, temos a 2ª propriedade:

P.02 → $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \ \forall\, m, n \in N$

Exemplos:

$$\frac{a^5}{a^2} = a^{5-2} = a^3$$

⇒ <u>Explicação 03:</u> Temos também que vale a distributividade tanto para a multiplicação quanto para divisão, onde a divisão representamos como fração. Nisso teremos mais duas propriedades.

3ª e 4ª propriedades:

P.03 → $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \ \forall\, n \in N$

P.04 → $\left(\frac{a}{b}\right)^q = \frac{a^q}{b^q} \ \forall\, q \in N$

O que acontece se o expoente for um número inteiro negativo?

Para expoente negativo, temos:

$\forall\, a \neq 0 \ e\ q \leq 0,\ onde\ q \in N:\ a^{-q} = \frac{1}{a^n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-q} = \left(\frac{b}{a}\right)^q = \frac{b^q}{a^q} \ \forall\, q \in N\ e\ a, b \neq 0$

⇒ <u>Explicação 04:</u> Nesse caso, observando o símbolo "-". Matematicamente, ele tem dois significados: (i) negativo e (ii) inverso. Nesse caso em relação a expoente, consideramos o significado do inverso, isso é, o que devemos inverter? Invertemos a base.

Exemplos:

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{2^{-3}}{5} = \frac{1}{5 \cdot 2^3} = \frac{1}{5 \cdot 8} = \frac{1}{40}$$

$$\frac{3}{5^{-2}} = 3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75$$

⇒ ***<u>Explicação 05:</u> E por fim, temos que ideia de potência de potência. Nesse caso, devemos multiplicar os expoentes.***

5ª propriedades:

P.05 → $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$

Exemplos:

$$\left(a^3\right)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$$

3º momento: Será copiado no quadro a definições (abaixo) de radiciação para que os alunos possam copiarem e em seguida será realizada a explicação do conteúdo:

Escrever no quadro:

<u>Definição</u>: Dados um número real $a \geq 0$ e um número natural *n*, demonstra-se que existe sempre um número real positivo ou nulo *b* tal que $b^n = a$.

Ao número *b* chamaremos raiz enésima aritmética de *a* e indicaremos pelo símbolo $\sqrt[n]{a}$ onde *a* é chamado de radicando e *n* é o índice.

Da definição decorre: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$

Devemos estar atentos no cálculo de raiz com índice par:

$$\forall n = 2k,\ onde\ k \in N,\ segue\ que \sqrt[n]{a^n} = |a|$$

Seja $a, b \in R^+$, $p, n \in N^*$ e $m \in Z$, temos as seguintes propriedade:

1ª propriedade → $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$

2ª propriedade → $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

3ª propriedade → $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

4ª propriedade → $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

5ª propriedade → $\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[p \cdot n]{a}$

Potência de expoente racional:

<u>Definição</u>: Dado $a \in R_+^*$ e $\frac{p}{q} \in Q,\ onde\ p \in Z\ e\ q \in N^*$, define-se potência de base a e expoente $\frac{p}{q}$ pela relação:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

4º momento: Os exercícios abaixo serão passados no quadro para que os alunos copiem e façam a resolução.

EXERCÍCIOS:

1) Escreva em notação científica: (*Resolução Anexo 1)*

   A) 0,0000000205   B) 87.000.000.000.000   C) 974178000000

2) Calcule: (*Resolução Anexo 2*)

   A) 3^{-1} B) $(-\ 3)^{-2}$ C) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ D) $-\left(-\ \frac{2}{3}\right)^{-3}$ E) $(0,75)^{-2}$ F) $\frac{1}{(0{,}01)^{-2}}$

3) Calcule o valor das expressões: (*Resolução Anexo 3*)

   A) $\frac{3^2 - 3^{-2}}{3^2 + 3^{-2}}$ B) $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^3}$

4) Se $a, b\ \neq\ 0$, simplifique $\frac{\left(a^3 \cdot b^{-2}\right)^{-2}}{\left(a^{-4} \cdot b^3\right)^3}$. (*Resolução Anexo 3*)

5) Calcule: (*Resolução Anexo 3*)

   A) $\sqrt{25}$ B) $\sqrt[3]{-\ 27}$ C) $24^{\frac{1}{3}}$ D) $81^{-0,25}$ E) $\sqrt[3]{16x^3}$ F) $\frac{2a}{\left(\sqrt[3]{-8a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^{-2}}}\right)^{-1}}$

6) Determine a raiz quadrada de $(x\ -\ 1)^2$ (*Resolução Anexo 5*)

<u>Observação:</u> As resoluções dos exercícios seguem em anexo.

5 – Recursos:

Quadro-branco e pincéis.

6 – Avaliação:

A aula será satisfatória se:

Os alunos participam da aula tanto indo ao quadro para resolver os exercícios, estando correto ou não, como resolvendo os exercícios em seus cadernos, assim como mostrando o interesse pela aula. Será bastante satisfatório caso os alunos tenham entendido o conteúdo relatando oralmente um exemplo prático da aplicação do conteúdo de princípio fundamental da contagem.

7 – Observações:

8 – Referências:

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel. Fundamentos de Matemática Elementar Vol. 2 3ª Edição - Logaritmos. São Paulo: Editora Atual, 2004.

9 – Anexos:

Resolução 1ª questão

1) Escreva em notação científica:

A) 0,0000000205

8 zeros $\rightarrow 2{,}05 \times 10^{-8}$

B) 87.000.000.000.000

12 zeros

+1 casa decimais

$8{,}7 \times 10^{13}$

C) 974178000000

6 zeros

+5 casas decimais

$9{,}74178 \times 10^{11}$

Anexo 1

Resolução 2ª questão.

2) Calcule:

A) $3^{-1} = \frac{1}{3}$

B) $(-3)^{-2}$

$\frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

C) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

$(3)^2 = 9$

D) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$

$-\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\left(-\frac{3^3}{2^3}\right) = -\left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4}$

E) $(0{,}75)^{-2}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$

F) $\frac{1}{(0{,}01)^{-2}}$

$\frac{1}{\left(\frac{1}{100}\right)^{-2}} = \frac{1}{(100)^2} = \frac{1}{10000} = 1 \times 10^{-4}$

Anexo 2

Resolução 3ª questão.

3) Calcule o valor das expressões

A) $\frac{3^2 - 3^{-2}}{3^2 + 3^{-2}}$

$$\frac{3^2 - \frac{1^2}{3^2}}{3^2 + \frac{1^2}{3^2}} = \frac{\frac{81-1}{9}}{\frac{81+1}{9}} = \frac{\frac{80}{9}}{\frac{82}{9}} = \frac{80}{9} \cdot \frac{9}{82} = \frac{80}{82} = \frac{40}{41}$$

B) $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3}{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^3}$

$$\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{27}}{\left[\frac{1}{4}\right]^3} = \frac{\frac{1}{108}}{\frac{1}{64}} = \frac{1}{108} \cdot \frac{64}{1} = \frac{16}{27}$$

Anexo 3

Resolução 4ª questão.

4) Se $a, b \neq 0$, simplifique $\dfrac{(a^3 \cdot b^{-2})^{-2}}{(a^{-4} \cdot b^3)^3}$

$$\frac{a^{-6} \cdot b^4}{a^{-12} \cdot b^9} = a^{-6-(-12)} \cdot b^{4-9} = a^6 \cdot b^{-5} = \frac{a^6}{b^5}$$

5) Calcule:

A) $\sqrt{25}$

$$\sqrt{5^2} = |5| = 5$$

B) $\sqrt[3]{-27}$

$$\sqrt[3]{-3^3} = -3$$

c) $24^{\frac{1}{3}}$

$$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{3 \cdot 8} = \sqrt[3]{3 \cdot 2^3} = 2\sqrt[3]{3}$$

D) $81^{-0{,}25}$

$$\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{1}{|3|} = \frac{1}{3}$$

E) $\sqrt[3]{16x^3}$

$$\sqrt[3]{2 \cdot 8 \cdot x^3} = \sqrt[3]{2 \cdot 2^3 \cdot x^3} = 2x\sqrt[3]{2}$$

F) $\dfrac{2a}{\left(\sqrt[3]{-8a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^{-2}}}\right)^{-1}}$

$$\frac{2a}{\left(\sqrt[3]{-8a} \cdot \sqrt[3]{a^2}\right)^{-1}} = \frac{2a}{\left(\sqrt[3]{-8a \cdot a^2}\right)^{-1}} = \frac{2a}{\left(\sqrt[3]{-2^3 \cdot a^3}\right)^{-1}}$$

$$\frac{2a}{(2a)^{-1}} = 2a \cdot 2a = 4a^2$$

Anexo 4

Resolução 6ª questão

6) Determine a raiz quadrada de $(x-1)^2$

$$\sqrt{(x-1)^2} = |x-1| \geq 0$$

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{se } x > 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ 1-x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

Anexo 5