



NEW FRONTIER
ADVISORS, LLC

**Error de estimación y optimización de cartera:
Una solución de remuestreo***

Richard Michaud y Robert Michaud¹

Próxima publicación en el *Journal of Investment Management*
No debe ser citado o reproducido sin el permiso de los autores.
Comentarios bienvenidos

© 2007 Richard Michaud y Robert Michaud

¹ New Frontier Advisors, LLC, 10 High Street, Boston, MA 02110

* Presentado a: The Center for Advanced Studies in Finance and The Institute for Quantitative Finance and Insurance, Eight Annual Financial Econometrics Conference, University of Waterloo, March 2006 and the Journal of Investment Management Fall Conference, Boston, septiembre de 2006. Agradecemos a Abigail Gabrielse por su asistencia editorial y un árbitro anónimo por sus útiles comentarios en las revisiones.

Resumen

Markowitz (1959) la optimización de carteras de varianza media (MV) ha sido el estándar práctico para la asignación de activos y la gestión de carteras de acciones durante casi cincuenta años. Sin embargo lo es se sabe que es demasiado sensible al error de estimación en las estimaciones de riesgo-rendimiento y tiene características de rendimiento deficientes fuera de la muestra. Las técnicas Resampled Efficiency™ (RE) presentadas en Michaud (1998) introducen métodos de Monte Carlo para representar adecuadamente la incertidumbre de la información de inversión en el cálculo de la optimización de la cartera de MV y en la definición de reglas comerciales y de seguimiento. Este documento revisa y actualiza la literatura sobre el error de estimación y la optimización y el reequilibrio de la cartera de RE. Resolvemos varios problemas abiertos y malentendidos que han surgido desde Michaud (1998). En particular, mostramos que la optimización de RE es una generalización basada en Bayesiana y una mejora de la solución de Markowitz.

La optimización de la varianza media (MV) de Markowitz (1959) ha sido el estándar para la construcción eficiente de carteras durante casi cincuenta años. Casi todos los optimizadores de carteras comerciales para la asignación de activos y la gestión de carteras de acciones se basan en alguna variación del método de Markowitz. Si bien teóricamente es importante para las finanzas modernas, la sensibilidad de la optimización de MV a la incertidumbre en las estimaciones de riesgo-rendimiento generalmente da como resultado un marco de gestión de activos inestable, una optimización de cartera ambigua y un desempeño deficiente fuera de la muestra. Las pruebas demuestran que las carteras optimizadas de MV ilimitadas están dominadas por la misma ponderación y esencialmente no tienen valor de inversión práctico.²

En la práctica, la optimización de MV se usa principalmente como un marco conveniente para imponer restricciones ad hoc y proporcionar una apariencia científica con fines de marketing (Michaud 1989). Mostramos que las limitaciones de optimización de MV resultan principalmente de la forma en que se utiliza la información de inversión. La optimización y el reequilibrio Resampled Efficiency™ (RE), propuesta por primera vez en Michaud (1998, caps. 6, 7), utiliza técnicas de Monte Carlo para definir carteras optimizadas de Markowitz y reglas de supervisión y reequilibrio de cartera más eficaces para la inversión.³

Este documento revisa y resume la investigación reciente y los nuevos desarrollos en el error de estimación y la optimización de la cartera de MV.⁴ Incluye resoluciones de problemas abiertos y malentendidos que surgieron desde Michaud (1998). Los argumentos se resumen brevemente para mantener el informe de una longitud manejable, con referencias proporcionadas para una mayor discusión.

Revisión de la investigación

Este documento aborda la optimización y el reequilibrio de la cartera de MV con restricciones lineales desde una perspectiva estadística o de incertidumbre estimada con evaluación en un contexto fuera de la muestra. Los pioneros de una perspectiva estadística de incertidumbre estimada de optimización de MV incluyen Roll (1979), Jobson y Korkie (1980, 1981), Shanken (1985), Jorion (1986, 1992), Frost y Savarino (1986, 1988) y Ledoit (1997). Curiosamente, la mayor parte de la investigación tradicional en esta área se ha centrado en la optimización ilimitada de MV en la muestra o en la maximización de la utilidad, ignorando la incertidumbre de la estimación o el rendimiento fuera de la muestra. Los ejemplos incluyen el procedimiento de Black y Litterman (1992), la fórmula de Grinold (1989), los principios de Grinold y Kahn (1994, capítulo 6), la justificación de Clarke et al (2002, 2006), la utilidad de Campbell y Viceira (2002) y Knight y Análisis de Satchell (2006). Si bien un marco analítico dentro de la muestra puede ser manejable y conveniente, la optimización ilimitada del MV sin tener en cuenta el error de estimación a menudo conduce a operaciones irrelevantes o engañosas, al diseño del universo de optimización y a políticas de restricción que pueden afectar negativamente a billones de dólares bajo la administración actual.⁵

² Jobson y Korkie (1981). En un estudio más reciente, DeMiguel et al (2006) prueban el desempeño de catorce modelos de elección de cartera de MV sin límites en el contexto del error de estimación y encuentran, como en Jobson y Korkie, que ninguno parece mejorar de manera confiable en comparación con la ponderación equitativa.

³ La optimización de ER, inventada por Richard Michaud y Robert Michaud, está protegida por patentes estadounidenses e israelíes y patentes pendientes en todo el mundo. New Frontier Advisors, LLC (NFA) es licenciataria mundial exclusiva.

⁴ Ver Michaud y Michaud (2008a) para una discusión más detallada.

⁵ Consulte Michaud y Michaud (2005b) para obtener más información.

La investigación académica sobre el error de estimación se ha centrado en gran medida en la maximización de la utilidad esperada (ilimitada en la muestra).⁶ Sin embargo, los profesionales suelen preferir la eficiencia de MV para definir la optimización de la cartera, ya que los inversores se sienten más cómodos estimando los riesgos y rendimientos de los activos que los parámetros de una función de utilidad. Levy y Markowitz (1979) muestran que las carteras en la frontera eficiente de MV son a menudo muy buenas aproximaciones de las carteras que maximizan la utilidad esperada para muchas funciones de utilidad y procesos generadores de rendimiento en la práctica.⁷ Además, Rubenstein (1973) muestra que la incertidumbre de los parámetros a menudo es un serio problema en la estimación de la utilidad esperada. Si bien la máxima utilidad esperada que utiliza funciones sofisticadas o momentos más altos de la distribución puede reclamar superioridad sobre la optimización de MV en la muestra, el aumento del error de estimación a menudo puede conducir a un rendimiento inferior ajustado al riesgo fuera de la muestra.

Alcance

Nuestro enfoque, el rendimiento ajustado al riesgo fuera de la muestra de carteras optimizadas de MV con restricciones lineales, es el marco de elección para la gestión de activos en la práctica. Siguiendo a Jobson y Korkie (1981), nuestros resultados fuera de la muestra se basan en pruebas de simulación para evitar la falta de confiabilidad de las pruebas retrospectivas y los resultados analíticos poco realistas dentro de la muestra. Los algoritmos informáticos que incluyen restricciones lineales como en Markowitz (1956) se utilizan para calcular carteras óptimas prácticas de MV.⁸

Limitaciones de optimización de MV

El problema que limita el valor de inversión de las carteras optimizadas de MV no es la teoría de Markowitz.⁹ Markowitz proporciona la forma correcta de invertir dado que sabe que tiene exactamente las entradas correctas. El problema más grave es el error de estimación, o la incertidumbre de los parámetros, en las entradas de optimización. Las estimaciones de riesgo-rendimiento son muy inciertas en la práctica de inversión y la sensibilidad a los cambios en las entradas de optimización conduce a la ambigüedad de la optimización de la cartera. El problema de las estimaciones inciertas se ve agravado por la forma en que se representa la información de inversión en las optimizaciones de las computadoras digitales. Una estimación de rendimiento del 10% se almacena en registros informáticos con 15 ceros al final.¹⁰ En la práctica, es una inversión sin sentido considerar que existe información significativa en el décimosexto o incluso el quinto lugar decimal; (muchos profesionales de la inversión admiten que están contentos de tener la señal correcta). Sin embargo, esta visión extremadamente poco realista de la información de inversión está implícita en el funcionamiento de muchos algoritmos de optimización.¹¹ Lo que falta es cualquier sentido de diferencias estadísticamente significativas en las entradas de riesgo-rendimiento, un problema particular en el contexto de la optimización con desigualdad.

⁶ Una de las primeras referencias es Bawa, Brown y Klein (1979). Ejemplos más recientes incluyen a Jorion (1986), Harvey et al (2006), DeMiguel et al (2006) y Brandt (2007).

⁷ Véase también Cremers et al (2004).

⁸ Consulte Boyd y Vandenberghe (2004) para obtener una revisión actualizada de los algoritmos para resolver problemas de optimización convexa, incluida la optimización de la cartera de Markowitz.

⁹ Michaud (1998, Ch. 3) y Michaud y Michaud (2008a, Ch. 3) revisan las críticas tradicionales de MV mejoramiento.

¹⁰ El estándar de computadora digital IEEE 754 implica el almacenamiento de datos de esencialmente 10 de precisión simple o 16 de precisión doble. decimales de datos de punto flotante. Los autores utilizan software de doble precisión para el cálculo.

¹¹ El problema de la representación poco realista de la información y las optimizaciones inestables o de punta es un problema general, aunque ampliamente ignorado, que afecta a una variedad de aplicaciones industriales, militares, médicas, robóticas, económicas y financieras.

restricciones Como resultado, la optimización de MV crea carteras poco realistas que conducen a un bajo rendimiento probable incluso con entradas informativas.

Tecnología renovable

La tecnología RE introduce métodos de remuestreo y arranque de Monte Carlo en la optimización de MV para reflejar de manera más realista la incertidumbre en la información de inversión. El resultado final es generalmente carteras optimizadas de MV más estables, realistas y efectivas para la inversión. La tecnología RE también incluye reglas y pruebas de control y negociación de cartera estadísticamente rigurosas para activos significativos que evitan los reequilibrios, a menudo ineficaces y costosos, típicos del proceso de gestión de activos de optimización de MV.

En términos generales, las carteras óptimas de ER se construyen de la siguiente manera (cada paso se analiza con más profundidad más adelante en el documento):

Paso 1. Muestree un vector medio y una matriz de covarianza de rendimientos de una distribución de ambos centrados en los valores originales (estimación puntual) normalmente utilizados en la optimización de MV.¹²

Paso 2. Calcule una frontera eficiente de MV en función de estas estimaciones de riesgo y rendimiento muestreadas.

Paso 3. Repita los pasos 1 y 2 (hasta que haya suficientes observaciones disponibles para la convergencia en paso 4).

Paso 4. Promediar las ponderaciones de la cartera del paso 2 para formar la cartera óptima de RE.

Paso 5. (opcional) Aplicar restricciones de invertibilidad a 4.

El panel de la izquierda en la Figura 1 ilustra el procedimiento de frontera eficiente MV simulado remuestreado para 20 acciones de gran capitalización elegidas al azar en el índice S&P 500.^{13,14} La curva roja es la frontera eficiente clásica Markowitz MV. También se muestran veinticinco (cian) fronteras eficientes de MV simuladas, utilizando los dos pasos repetidos.¹⁵ Tenga en cuenta la enorme dispersión de las fronteras simuladas. Algunas fronteras simuladas tienen aproximadamente la mitad del rango de riesgo de

¹² Esto normalmente se hace con remuestreo o bootstrapping. En este documento, bootstrapping generalmente se refiere a la técnica de redibujar observaciones históricas con reemplazo. El remuestreo generalmente se refiere a recrear el historial simulado a partir de una distribución de probabilidad supuesta, como la normalidad multivariada. El remuestreo no normal puede ser apropiado en algunas aplicaciones, pero está más allá del alcance de este informe. Ver Efron y Tibshirani (1993) para una discusión autorizada de estos procedimientos. En la práctica, el remuestreo suele ser conveniente ya que pocas estrategias de inversión se basan únicamente en estimaciones de riesgo-rendimiento a partir de datos históricos de rendimiento.

¹³ Siguiendo a Jobson y Korkie (1981), las optimizaciones se ilustran con base en el riesgo y los rendimientos de veinte acciones estadounidenses elegidas aleatoriamente de las 100 acciones de mayor capitalización en el índice S&P 500 con rendimientos mensuales continuos desde enero de 1997 hasta diciembre de 2006. La lista de acciones, sus rendimientos promedio anualizados, desviaciones estándar y correlaciones durante el período y más detalles se brindan en el Apéndice.

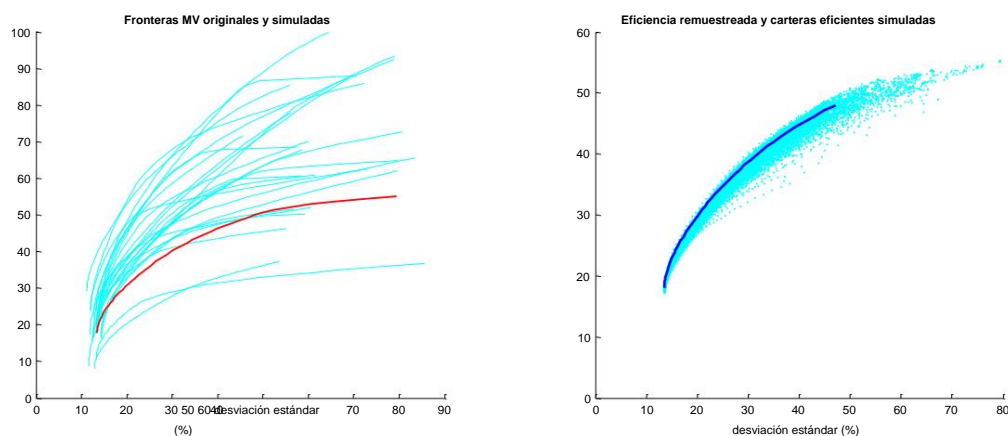
¹⁴ Cada frontera eficiente simulada se define para que sea consistente con la incertidumbre en el conjunto de datos original; es decir, Se calculan 120 rendimientos mensuales simulados para cada activo; los rendimientos simulados asumen una distribución normal multivariada. Las carteras optimizadas están restringidas para tener pesos no negativos y sumar uno.

El procedimiento de frontera eficiente MV simulado puede tener una serie de variaciones. Por ejemplo, se puede cambiar la suposición de distribución de retorno o se pueden reiniciar los datos históricos. En muchos casos, en la práctica, el número de rendimientos simulados para calcular las fronteras eficientes de MV simuladas no está asociado con un conjunto de datos de rendimiento histórico y debe asumirse. Este problema conduce al importante concepto (pendiente de patente) del nivel de Forecast Confidence™ (FC) que se analiza más adelante y en Michaud y Michaud (2004a).

¹⁵ En aplicaciones prácticas, se simulan muchas fronteras más eficientes. Sin embargo, sirve a nuestros propósitos pedagógicos en este caso mostrar solo veinticinco fronteras simuladas.

la frontera eficiente original de MV, mientras que otros tienen un riesgo significativamente mayor. El rango de rendimientos entre las fronteras simuladas es aún más impresionante considerando que el experimento refleja diez años de datos de valores conocidos en un índice importante. Dado que cada una de estas fronteras representa la optimización de la cartera de MV, la eficiencia de MV puede parecer casi imposible de definir cuando se considera el error de estimación. El panel de la izquierda proporciona una explicación vívida de por qué los administradores de inversiones generalmente evitan usar la optimización de MV en la práctica o administran en exceso el proceso e imponen muchas restricciones.¹⁶

Figura 1: Frontiers MV originales y simulados y el Efficient Frontier™ remuestreado



Cada frontera eficiente simulada en el panel de la izquierda consta de 51 carteras de bajo a alto rendimiento. El panel de la derecha traza los riesgos y rendimientos de todas las carteras calculadas a partir de todas las fronteras eficientes simuladas en el panel de la izquierda en términos de las estimaciones de riesgo-rendimiento del Apéndice. La optimización de RE convierte las fronteras eficientes de MV simuladas en una sola frontera, como se muestra en el panel de la derecha.

El procedimiento para calcular Resampled Efficient Frontier™ (REF) en el panel de la derecha se puede motivar de la siguiente manera. Cada frontera eficiente MV simulada en el panel izquierdo de la Figura 1 es la forma correcta de invertir dado un conjunto de entradas. Pero las entradas son muy inciertas. ¿Cómo debe lidiar un inversionista con la incertidumbre de la optimización de la cartera?

En el caso de un inversor altamente averso al riesgo, la cartera de varianza mínima es la cartera óptima para cualquier frontera eficiente dada. Dado que todas las fronteras simuladas son igualmente probables, la cartera de varianza mínima óptima de RE se define como el promedio de los pesos de cartera de todas las carteras de varianza mínima simulada. La cartera de varianza mínima óptima de RE se traza en la base de la curva en el panel de la derecha en la Figura 1 en relación con las estimaciones de rendimiento de riesgo de los datos en el Apéndice.

¹⁶ Las fronteras eficientes de MV simuladas que son el punto de partida de la optimización de RE son consistentes con el procedimiento "empírico Bayes" de Efron (2005). Al igual que en Efron, el remuestreo se emplea como una poderosa herramienta estadística para comprender la variabilidad en la estimación de parámetros y para crear priorizaciones "objetivas".

Alternativamente, considere a un inversionista que es indiferente al riesgo. En este caso, la cartera de rendimiento máximo es la cartera óptima para cualquier frontera eficiente simulada dada. La cartera de rentabilidad máxima óptima RE se define como el promedio de los pesos de cartera de todas las carteras óptimas de rentabilidad máxima MV simuladas; se traza en la parte superior de la curva en el panel de la derecha.

De manera similar, la optimización de RE se puede definir para la función de utilidad que caracteriza el comportamiento de un inversor. El promedio de las carteras tangentes en las fronteras eficientes de MV simuladas en relación con la curva de utilidad esperada constante define la cartera óptima de RE. La Frontera Eficiente Remuestreada es la colección de todas las carteras óptimas de ER posibles con parámetros de aversión al riesgo de las curvas de utilidad esperadas que van desde la aversión total al riesgo hasta la indiferencia total al riesgo. Fronteras eficientes de MV. Matemáticamente, es una integral en el espacio de la cartera, sobre todas las posibles distribuciones de rendimiento consistentes con el pronóstico, del valor esperado de los pesos óptimos de la cartera MV condicionados a las restricciones. El proceso de remuestreo/bootstrap es un método de Monte Carlo para estimar esta integral.¹⁸ Dado que las carteras REF son un promedio de muchas carteras óptimas MV debidamente asociadas, son inversiones más seguras y menos extremas.

Propiedades de MV vs. Optimización de RE

La Figura 2 muestra las fronteras de RE y MV para los datos del Apéndice. La REF se traza por debajo de la frontera eficiente clásica. Superficialmente, la optimización de las energías renovables parece ser inferior como marco de inversión porque espera menos retorno y restringe el riesgo a un rango más estrecho.¹⁹ Cualquier estudio dentro de la muestra, como el de Harvey et al (2006), concluirá que la REF no es óptima, ya que es poco probable que la REF maximice la utilidad dentro de la muestra. Tenga en cuenta que las restricciones hacen lo mismo; es decir, bajar y acortar la frontera. La optimización de RE se puede considerar como una restricción basada en el nivel de información en los pronósticos. En la práctica, los analistas casi siempre imponen restricciones con el objetivo de mejorar el desempeño. Frost y Savarino (1988) muestran que las restricciones, mientras reducen las expectativas dentro de la muestra, mejoran el desempeño fuera de la muestra.

La interpretación adecuada de REF frente a la optimización clásica de MV es simple de explicar. Si está 100% seguro de sus estimaciones de riesgo-rendimiento (con una precisión de 16 decimales o más), entonces la frontera eficiente de Markowitz es la frontera eficiente para usted. Si estás por debajo del 100%

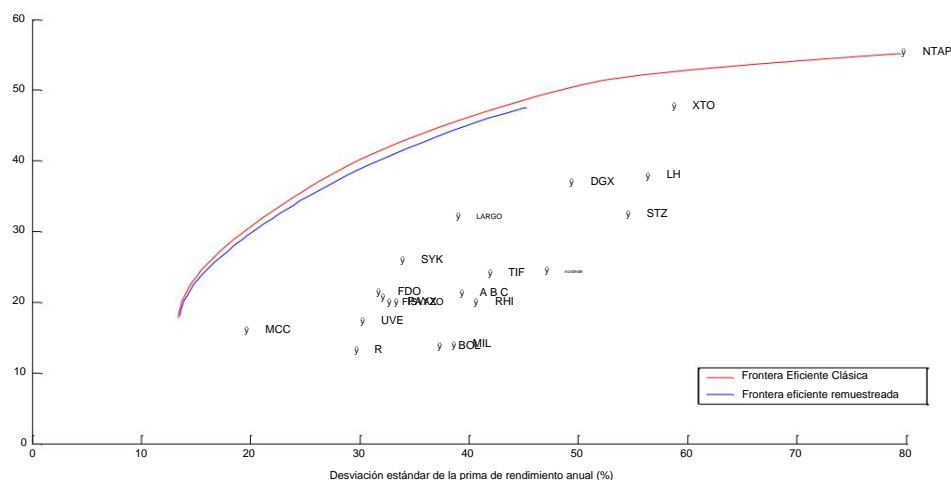
¹⁷ El proceso de construcción descrito es consistente con el apéndice de Michaud (1998, Cap. 6). Destaca cómo los agentes racionales pueden tomar decisiones de inversión que conduzcan a la optimización de REF. Markowitz y Usmen (2003) expresan su preocupación de que la optimización de las ER requiera una revisión de los axiomas de la utilidad esperada. Como muestra nuestra discusión, la optimización de RE se basa fundamentalmente en consideraciones de utilidad esperada. Sus preocupaciones pueden deberse a la descripción original del procedimiento en el cuerpo del texto de Michaud (1998) que utilizó un proceso de construcción heurística desprovisto de consideraciones de función de utilidad. Observamos que los algoritmos de aproximación de la REF se han encontrado convenientes y efectivos como inversión en relación con las consideraciones de estimación de estabilidad estadística y eficiencia de cómputo (ver Michaud 1998, Capítulo 6, Apéndice). Nuestros puntos de vista sobre los axiomas de racionalidad y los sistemas basados en reglas se analizan en Michaud (2003, nota al pie 6).

¹⁸ Los métodos de remuestreo y bootstrap en estadística generalmente se ocupan de explorar la variabilidad implícita en los datos históricos como en Efron (2005). La optimización de RE utiliza la variabilidad expuesta por el remuestreo para definir una nueva estadística que no existía antes.

¹⁹ El rango de riesgo del REF puede ser mayor que la eficiencia del MV en algunos casos; este tema no es material para nuestro discusión aquí.

seguro de sus estimaciones de riesgo y rendimiento, espera menos rendimiento y está menos dispuesto a arriesgar su dinero. Además, considere a un inversionista con una completa falta de certeza en la información de inversión. En este caso, la frontera eficiente óptima es la cartera previa sin información, ya sea ponderada por igual o por referencia.²⁰ La cartera REF colapsa en la cartera sin información, mientras que la optimización de Markowitz permanece insensible a la incertidumbre de la información. La optimización de RE es el paradigma de elección para la toma de decisiones racionales en condiciones de incertidumbre de la información.

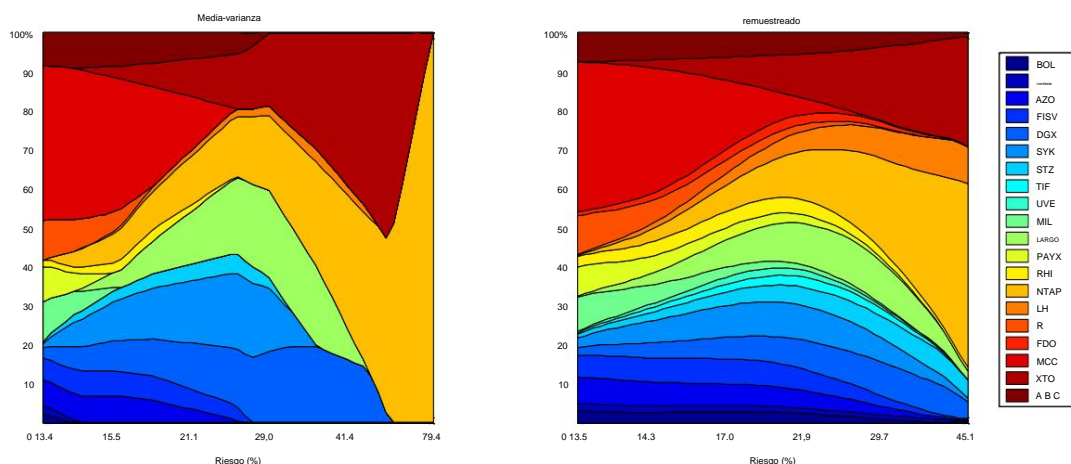
Figura 2. Fronteras eficientes clásicas y remuestreadas



La Figura 2 ilustra que las fronteras de RE y MV pueden estar cerca en el espacio de MV. Superficialmente, esto puede sugerir que los procedimientos producen soluciones similares. La Figura 3 proporciona una ilustración de las diferencias en la composición de la cartera en la optimización de MV y RE. El anexo es un mapa de composición de cartera de las asignaciones óptimas de activos de MV y RE en la Figura 2; muestra las asignaciones desde el riesgo mínimo en el lado izquierdo de los gráficos hasta el rendimiento máximo en el lado derecho de los gráficos. Cada color representa una acción en particular. Un segmento vertical del gráfico muestra los pesos de cada acción en la cartera en ese nivel de riesgo. El panel de la izquierda es el mapa de composición para la eficiencia de MV; el panel de la derecha representa la optimización de RE.

En el caso clásico, no más de siete de las veinte acciones están incluidas en la frontera eficiente de MV para la mitad superior de la curva, mientras que faltan tres acciones en todo el espectro de riesgo. Se pueden encontrar ejemplos similares en casi todas las fronteras de MV.

²⁰ Es una condición necesaria que el espectro de riesgo para la eficiencia de la cartera de MV sensible al error de estimación converja a la cartera sin información a medida que aumenta la incertidumbre. Esta propiedad contradice las propiedades de los métodos heurísticos de Ibbotson-Feldman (2003) y Ceria-Stubbs (2005) donde el espectro de riesgo es siempre constante e igual a la eficiencia clásica cualquiera que sea el nivel de certeza en la información de inversión. Nótese también que, en contraste con las enseñanzas de Chopra y Ziemba (1993), la Figura 2 muestra que considerar el error de estimación tanto en el riesgo como en el rendimiento es fundamentalmente importante para definir la optimización de la cartera en condiciones de incertidumbre de la información.

Figura 3. Mapas de Composición de la Cartera Fronteriza de MV y RE

El mapa de composición del REF ilustra propiedades muy diferentes. La optimización de REF incluye todos los activos. Hay una transición suave de un nivel de riesgo a otro. RE

la optimización es robusta y fundamentalmente diferente en carácter y asignaciones incluso cuando las dos fronteras son similares en el espacio de media-varianza.

Una de las características más atractivas de las carteras optimizadas por REF es que a menudo reflejan sentido de inversión. Como ejemplo, considere las carteras eficientes de MV y RE de rendimiento máximo en la Figura 2. Como indica la Figura 3, la cartera óptima de MV de rendimiento máximo representa una apuesta del 100 % en acciones de NTP. Por el contrario, la cartera REF de máxima rentabilidad está muy bien diversificada y es una inversión mucho menos arriesgada y más aceptable.²¹ En términos más generales, REF las carteras optimizadas a menudo son consistentes con la intuición de los gerentes profesionales en toda la frontera sin necesidad de restricciones ad hoc.

Pruebas de rendimiento de

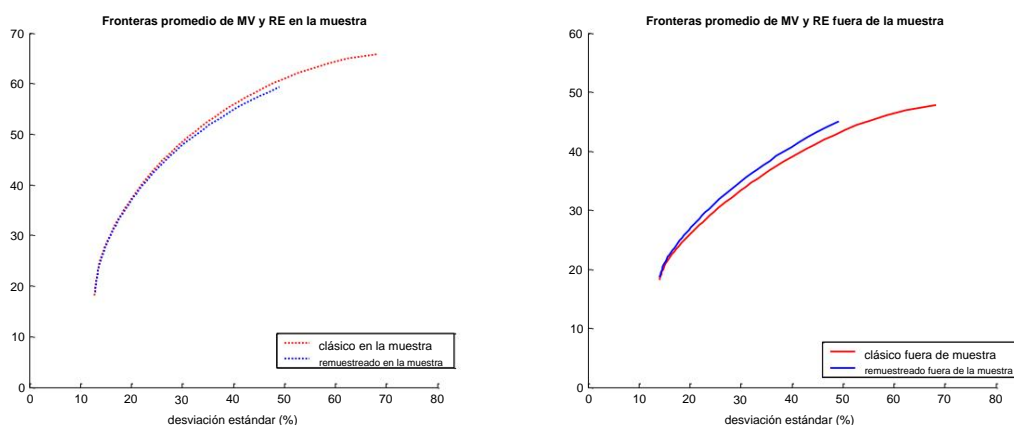
simulación Las carteras optimizadas de RE tienen muchas propiedades de inversión deseables en relación con la eficiencia de MV. Sin embargo, la característica más importante de la optimización de RE es su demostrable superioridad de rendimiento en promedio. Usamos una prueba de simulación en lugar de una prueba inversa para demostrar el rendimiento de las estrategias alternativas, ya que una prueba inversa depende del período de tiempo y no hay suficientes observaciones disponibles para probar la significancia estadística.²²

²¹ Tenga en cuenta que cada peso de activo en la cartera REF de rendimiento máximo es igual a la probabilidad de que sea realmente el activo de máxima rentabilidad.

²² Una prueba de simulación de superioridad requiere suposiciones sobre la distribución "verdadera" de los activos para que los resultados sean válidos. En particular, el conjunto de datos reales y el marco de simulación deben tener sentido financiero. Un conjunto de datos históricos con rendimientos promedio negativos para algunos activos no tiene sentido como verdad en una prueba de simulación con restricciones de signo. En casos más sutiles, algunos activos pueden dominar estadísticamente a otros en algún espectro de riesgo y rendimiento. Si bien no se puede demostrar que la optimización de energía renovable tenga un riesgo-rendimiento más alto fuera de la muestra en todas las pruebas de simulación posibles, si se implementa correctamente, tiene un rendimiento superior en casos financieramente relevantes de interés práctico. Michaud y Michaud (2008a, Capítulo 6, Apéndice B) proporcionan una prueba geométrica de superioridad que es independiente del conjunto de datos. Como se analiza a continuación, las pruebas de simulación para el caso relativo al índice y corto largo requieren ciertas consideraciones adicionales para su validez (ver también Michaud y Michaud 2008a, Capítulo 9 para una discusión más detallada).

Siguiendo a Jobson y Korkie (1981) y Michaud (1998, capítulo 6), realizamos una prueba de simulación para comparar la optimización de RE frente a la de MV. En una prueba de simulación, se supone que un árbitro conoce los valores reales de los riesgos y rendimientos de los activos. Los datos de riesgo-rendimiento de veinte acciones, que se muestran en el Apéndice, sirven como la "verdad" en nuestros experimentos de simulación. El árbitro crea un historial simulado y proporciona rendimientos que son estadísticamente consistentes con las verdaderas estimaciones de rendimiento de riesgo. Estos rendimientos pueden considerarse como observaciones históricas de una distribución de rendimiento estacionaria o como una serie de estimaciones ruidosas del rendimiento del próximo período. Los inversores de Markowitz y RE calculan sus carteras eficientes en función de los rendimientos proporcionados por el árbitro. El árbitro utiliza los verdaderos valores de riesgo-rendimiento para puntuar las carteras optimizadas. La Figura 4 da el promedio de los resultados después de muchas pruebas de simulación.

Figura 4: Comparación del rendimiento de MV y RE



Las curvas que se muestran en la Figura 4 representan los resultados promediados de la prueba de simulación. El panel de la izquierda muestra las fronteras eficientes promedio de MV y RE calculadas a partir de las declaraciones del árbitro, las carteras que se enviaron al árbitro para su puntuación. La curva punteada más alta (roja) es la frontera eficiente de MV; la curva punteada inferior (azul) es la REF. El panel de la izquierda representa lo que los inversores de Markowitz y RE ven en promedio según los datos del árbitro. El panel de la derecha de la Figura 4 ilustra los resultados promedio de cómo se desempeñaron las carteras de frontera eficiente presentadas cuando el árbitro aplicó los retornos de riesgo verdaderos. La curva continua superior (azul) representa los resultados del optimizador RE; la curva sólida inferior (roja) da como resultado el optimizador de Markowitz. El panel de la derecha de la Figura 4 muestra que el optimizador de ER, en promedio, logra aproximadamente el mismo rendimiento con menos riesgo, o alternativamente más rendimiento con el mismo nivel de riesgo, en relación con el optimizador de Markowitz.²³

El experimento de simulación ilustra que las carteras optimizadas de ER son, en promedio, más efectivas para mejorar el rendimiento de la inversión ajustada al riesgo.²⁴ Carteras optimizadas de ER

²³ Markowitz y Usman (2003) replicaron el Michaud (1998, Cap. 6).

²⁴ Los resultados asumen una optimización de MV para carteras optimizadas, de rendimiento total o real, con restricciones de signo y de presupuesto. Los resultados pueden generalizarse para incluir el apalancamiento. Los marcos de optimización relativos al índice o al índice de referencia y largo a corto se analizan en una sección posterior; las pruebas de simulación están disponibles en Michaud y Michaud (2008a, cap. 9). No hay mejora de rendimiento para la optimización de MV ilimitada.

funcionan mejor porque se gestionan mejor los riesgos y evitan el uso poco realista de la información de inversión que caracteriza a las soluciones de optimización de MV de Markowitz.²⁵

Optimizer o Inputs Los

administradores de activos han ignorado en gran medida las limitaciones de la tecnología de optimización de MV en su proceso de inversión. En cambio, las limitaciones de las carteras optimizadas en la práctica de inversión generalmente se abordan con propuestas para mejorar las estimaciones de riesgo-rendimiento y asignar un porcentaje considerable de recursos al esfuerzo. La literatura financiera profesional y académica está repleta de diversas propuestas estadísticas y de inversión exóticas para mejorar las entradas de optimización. Nuestros estudios de simulación sugieren que existe una ruta adicional para mejorar el rendimiento de la cartera optimizada: un mejor optimizador. La noción de que un optimizador mejorado puede ser tan o más importante que las entradas mejoradas es ajena a muchos.

Los métodos de estimación de parámetros bayesianos se encuentran entre las herramientas más importantes de las estadísticas modernas para mejorar las estimaciones de riesgo-rendimiento.²⁶ Estimación bayesiana en un estudio de simulación a menudo refleja un nivel superior de estimación de riesgo-rendimiento que el que se puede lograr en la práctica de inversión. Markowitz y Usmen (2003) abordan la cuestión de la importancia relativa de la estimación bayesiana frente a la optimización RE. Desarrollan un procedimiento previo difuso bayesiano para mejorar la estimación del riesgo-rendimiento. Utilizando un marco de prueba de simulación como en Michaud (1998, capítulo 6), comparan el rendimiento de sus estimaciones de rendimiento de riesgo mejoradas bayesianas y la optimización de MV con la optimización de RE con estimaciones de rendimiento de riesgo no mejoradas. Para su sorpresa, las carteras optimizadas de ER exhibieron un desempeño superior en promedio y en cada una de sus 30 pruebas individuales.²⁷

Implicaciones de Markowitz-Usmen

Puede parecer que los resultados de Markowitz-Usmen desafían la intuición de inversión. Una explicación simple es que la optimización de MV siempre asume una precisión poco realista, independientemente de la calidad de las entradas. El nivel de información de inversión asumido por el proceso de optimización (16 lugares decimales de precisión) casi siempre es inconsistente con la información de inversión. El resultado final es que la optimización clásica abusa de la información de inversión y crea carteras extremas que normalmente funcionan mal en la práctica.

La estimación de parámetros bayesianos no siempre es un mejor procedimiento; un previo perverso puede conducir a estimaciones más pobres, no mejores. Markowitz y Usmen (2003) hábilmente refinan el problema anterior bayesiano perverso mediante el uso de un anterior difuso en su estudio.²⁸ El anterior bayesiano perverso

²⁵ Knight y Satchell (2006) no encuentran ningún beneficio en la optimización de las ER. Sin embargo, sólo examinan lo ilimitado. caso. ²⁶

Una referencia útil es Robert (1994).

²⁷ Las pruebas de Harvey et al (2008) que cuestionan a Markowitz y Usmen (2003) se basan en un procedimiento diferente para calcular carteras optimizadas de ER que el utilizado en Markowitz y Usmen. Se ha demostrado que este procedimiento alternativo tiene un rendimiento fuera de muestra inferior al utilizado por Markowitz y Usmen (ver Michaud 1998, Capítulo 6, Apéndice). Esta diferencia podría explicar sus resultados. Además, su prueba de un paso adelante en realidad está dentro, no fuera de la muestra y su caracterización del comportamiento de los inversores a largo plazo para racionalizar sus resultados no se ajusta a ninguna en nuestra experiencia. Ver Michaud y Michaud (2008b) para una discusión más detallada.

²⁸ Harvey et al (2006) afirman mejorar el procedimiento de estimación bayesiano de Markowitz-Usmen mediante el manejo de momentos más altos. Sin embargo, sus resultados no están en el marco de Levy-Markowitz (1979) asumido en este documento o utilizado por la mayoría de los profesionales. Además, señalan que sus resultados están dirigidos a mejorar en la muestra

es una preocupación importante en la teoría de la estimación estadística. Efron (2005), en su discurso presidencial de la American Statistical Association, aboga por los métodos "empíricos de Bayes" para evitar los efectos de un anterior perverso en el análisis bayesiano mientras intenta conservar su mejora del poder de estimación estadística. Los métodos de remuestreo y arranque que defiende Efron se asemejan conceptualmente a la optimización de ER.

En el proceso de optimización de RE, las restricciones de cartera económicamente significativas sirven como mecanismo fundamental para mejorar las carteras optimizadas de RE. Por ejemplo, las restricciones de no negatividad expresan la creencia bayesiana difusa de que todos los activos en el universo de optimización son inversiones deseables.²⁹ Las restricciones previas bayesianas difusas operan en la estructura de cartera optimizada de RE al imponer restricciones confiables sobre los pesos de cartera para cada cartera optimizada remuestreada. La mejora en las carteras optimizadas de RE resulta de la interacción de las restricciones previas bayesianas con el proceso de promedio de optimización de RE.

Los resultados de Markowitz-Usmen se pueden racionalizar observando que las restricciones no negativas y la optimización de RE a menudo pueden ser más restrictivas para definir la optimización que la estimación de parámetros bayesianos en la optimización clásica.

30

Si bien es interesante comparar el valor relativo de las entradas mejoradas estadísticamente frente a la optimización de ER, los procedimientos son conceptualmente complementarios, no exclusivos.

Los procedimientos para mejorar el valor de inversión de las estimaciones siempre valen la pena.

Nivel de Certeza y Optimalidad RE Hasta

ahora, hemos evitado el tema del nivel de información en las estimaciones de riesgo-rendimiento.

Salvo que se indique lo contrario, nuestros estudios de rendimiento se basaron en la simulación de diez años de rendimientos mensuales. Si bien es consistente con nuestro conjunto de datos históricos y apropiado desde un punto de vista académico, el marco de prueba de simulación tiene limitaciones para la práctica.

Muy generalmente, los inversionistas no saben que sus estimaciones de riesgo-rendimiento reflejan la información contenida en diez años de rendimientos mensuales estacionarios como se refleja en las simulaciones de los datos del Apéndice. Una de las razones es que, en la práctica, las estimaciones de riesgo-rendimiento rara vez se basan únicamente en datos históricos de rendimiento. Más importante aún, la certeza varía según el inversionista, la estrategia y las perspectivas económicas y de mercado entre muchos factores. Para ser útil, la optimización de ER debe ser personalizable según las percepciones de muchos tipos de inversores, estrategias y horizontes de inversión.

El número de observaciones simuladas utilizadas para calcular las fronteras eficientes de MV simuladas en cada remuestreo de estimaciones de riesgo-rendimiento es un parámetro libre del proceso de optimización de RE. A medida que aumenta el número de observaciones, cada conjunto de

utilidad esperada en lugar de rendimiento ajustado al riesgo fuera de la muestra como en Markowitz-Usmen y Michaud (1998, cap. 6). Si bien no cuestionamos sus resultados dentro de la muestra, nuestro enfoque está en las propiedades de inversión fuera de la muestra.

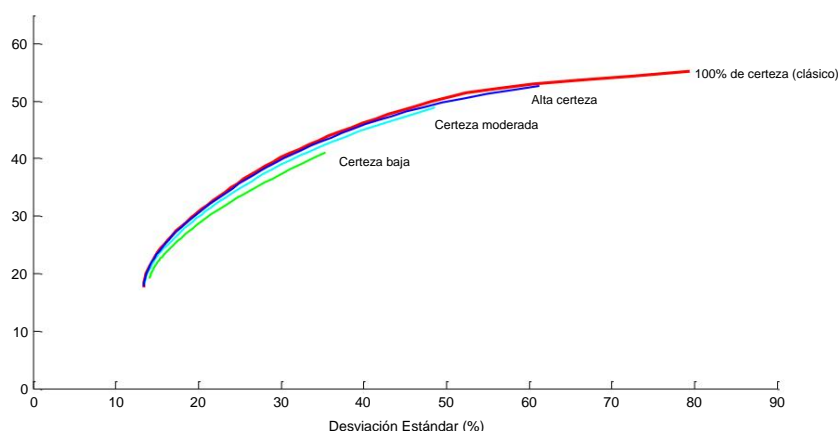
²⁹ Como se indica a continuación, las restricciones previas bayesianas difusas para el caso relativo al índice o largo-corto son diferentes.

³⁰ Tenga en cuenta que Harvey et al (2006) caracterizan el enfoque de remuestreo de optimización de Michaud como un cambio en el orden de la integración bayesiana. Los resultados de Markowitz-Usmen indican que el orden de integración no es trivialmente importante. El orden de integración es importante porque las restricciones difusas pueden ser antecedentes bayesianos informativos altamente confiables sobre la estructura óptima de la cartera.

las estimaciones de riesgo-rendimiento simuladas se vuelven cada vez más similares al conjunto original, y el REF se acerca a la frontera eficiente de MV. Cuando el número de observaciones se vuelve pequeño, el REF se acerca a la cartera eficiente previa sin información.

El número de observaciones simuladas es una forma natural de modelar la cantidad de confianza que un inversor tiene en sus estimaciones de riesgo-rendimiento.³¹ La Figura 5 proporciona una ilustración de las fronteras resultantes en diferentes niveles de información. A medida que aumenta la confianza, las carteras REF se vuelven menos diversificadas porque utilizan la información de manera más activa a medida que la frontera se acerca a la clásica. El número de observaciones simuladas es un mecanismo para ajustar el proceso de optimización según el nivel de certeza y el horizonte temporal asociado a las estimaciones.³²

Figura 5. Fronteras eficientes clásicas y remuestreadas: niveles de confianza del pronóstico



Las consideraciones sobre el nivel de confianza de la información conducen a una conclusión importante. La optimización de RE es simplemente una generalización de la optimización de MV de Markowitz que permite al inversor controlar la cantidad de confianza que tiene en su información de inversión en el proceso de optimización.

Optimalidad e Inversión

Teóricamente, el REF incluye asignaciones distintas de cero para todos los activos en el universo de optimización. Dadas suficientes simulaciones, habrá al menos una que incluya una asignación distinta de cero a un activo dado en una frontera de MV simulada. Esto es similar a la cartera de mercado o la cartera de varianza mínima global, las cuales teóricamente incluyen una asignación a cada activo en el universo. Por el contrario, la optimización de MV generalmente excluye muchos activos en la frontera eficiente. Esta importante diferencia destaca el papel adecuado de un optimizador: ponderar de manera óptima los activos en el universo de optimización. Elegir activos invertibles es el papel del analista, no del optimizador. La exclusión de activos es una propiedad negativa grave, aunque a menudo ignorada, de la optimización de MV con restricciones lineales clásicas.

³¹ Para facilitar la experiencia del usuario, hemos creado una escala de nivel de Forecast Confidence™ (FC) que va del 1 al 10, indicando un nivel de información muy bajo a muy alto. En esta escala, la optimización de Markowitz es 11 y la incertidumbre completa 0. Véase una discusión más detallada en Michaud y Michaud (2004a).

³² Ver Michaud y Michaud (2004a) para aplicaciones.

Sin embargo, desde un punto de vista práctico, muchas asignaciones de REF pueden ser molestias para la inversión. El problema de las asignaciones “demasiado pequeñas” es de invertibilidad, no de optimización. Muchas asignaciones óptimas REF distintas de cero pueden no ser invertibles dependiendo de la cantidad de capital invertido y otras consideraciones de liquidez. Durante un segundo paso de optimización utilizando la mejor aproximación de programación de enteros mixtos. Este proceso de dos pasos permite al inversionista superponer la cartera óptima con operaciones prácticas y otras consideraciones.

El Punto de Retorno Máximo REF

Un enfoque estadístico de la optimización de la cartera conduce a algunas diferencias significativas con respecto a la optimización clásica de MV. Una diferencia significativa es que la curva REF puede alcanzar su punto máximo y luego inclinarse hacia abajo.³⁴ Si la cartera de riesgo máximo en la REF no es también la cartera de rendimiento máximo, llamamos a esto el “punto de máxima rentabilidad” (MRP) de la REF. La posible existencia de un MRP es una propiedad importante y muy útil de la optimización de la cartera REF.

La Figura 6 ilustra cómo puede surgir el REF MRP. En cada panel hay tres activos de alto riesgo; la incertidumbre se indica mediante la región de confianza elíptica alrededor de cada punto. El panel de la izquierda muestra el caso de Markowitz, donde la certeza perfecta en la información implica que el riesgo y el rendimiento son estimaciones puntuales. Aquí, la cartera de rendimiento máximo incluye solo el activo de rendimiento máximo y no es posible MRP. El panel central muestra una cantidad moderada de incertidumbre en la distribución de rendimiento de los tres activos. Dado que el verdadero activo de máxima rentabilidad ya no se puede conocer con certeza, la cartera de máxima rentabilidad REF incluye una cantidad significativa del activo medio (aunque no tanto como el activo superior) y tiene una rentabilidad esperada menor que la cartera de máxima rentabilidad de Markowitz.

El panel de la derecha muestra un alto nivel de incertidumbre en las estimaciones de rendimiento esperado de los tres activos. Dado que hay poca distinción estadística entre los tres activos, el REF incluye asignaciones significativas en los tres activos. En este caso, puede surgir un MRP donde el REF tiene un segmento ineficiente con pendiente negativa. Cualquier riesgo más allá del MRP no es óptimo y no está en el REF por definición.

El MRP surge porque la optimización de RE utiliza información de todos los activos en el universo de optimización para formar las expectativas de rendimientos de la cartera: la presencia de activos riesgosos de bajo rendimiento significa que los activos igualmente riesgosos de alto rendimiento pueden no obtener rendimientos tan altos en el futuro. El MRP define un nuevo límite superior en el nivel de riesgo que podemos estar seguros de que conducirá a un aumento de la rentabilidad esperada de la cartera.^{35,36}

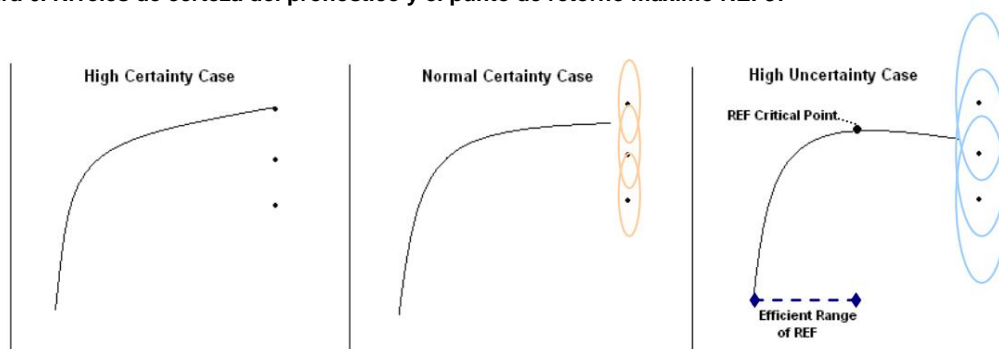
³³ Véase también Michaud (1998, cap. 12, p. 135).

³⁴ Véase Michaud y Michaud (2004b).

³⁵ Las pruebas preliminares de simulación son consistentes con la replicación fuera de la muestra de los REF MRP dentro de la muestra.

³⁶ La existencia del MRP es una forma útil de justificar gran parte de la práctica de inversión institucional en la que el error de seguimiento asumido en la optimización de la cartera de acciones suele ser mucho menor que el máximo disponible.

Alternativamente, no conocer los límites del riesgo eficiente en una cartera optimizada puede afectar negativamente la gestión de activos para muchos administradores de fondos de cobertura apalancados.

Figura 6. Niveles de certeza del pronóstico y el punto de retorno máximo REF37

Un REF MRP es relativamente raro en los estudios de asignación de activos, porque los activos en el universo de optimización a menudo tienen características de riesgo-rendimiento atractivas similares. Por el contrario, un REF MRP se observa a menudo en optimizaciones de carteras de acciones de universos de acciones grandes. Esto se debe a que el universo de optimización puede tener muchos activos que tienen poco rendimiento y alto riesgo. La identificación del MRP evita el uso excesivo de inversiones inferiores, ya que generalmente tienen asignaciones pequeñas antes del MRP, pero pueden tener asignaciones grandes a mayores niveles de riesgo. El MRP ayuda a identificar la cantidad de información en los pronósticos y tiene aplicaciones útiles para escalar adecuadamente los pronósticos de retorno.

Pero, ¿por qué un inversor incluiría un activo inferior en el universo de optimización en primer lugar cuando no se permite la venta corta? Merton (1987) enseña que el universo de optimización siempre debe definirse en términos de lo que sabes. Un activo con alto riesgo y bajo rendimiento puede no tener información de inversión estadísticamente significativa. Un optimizador no está diseñado para decir qué inversiones deben ignorarse. Esto es muy parecido a incluir datos inapropiados en un previo bayesiano. Sin embargo, el consejo de Merton en el contexto de un gran universo de optimización de acciones que solo incluye acciones estadísticamente significativas puede resultar en un riesgo de error de seguimiento inaceptable con muchos sectores e industrias subrepresentados. Michaud y Michaud (2005a) describen una solución simple para resolver estos objetivos contrapuestos: incluya un activo compuesto ponderado por índice de las acciones estadísticamente insignificantes en el índice en la optimización.³⁸ El principio de Merton de invertir solo en lo que sabe sigue siendo el apropiado.

La información de

optimización de la cartera **de reequilibrio** inmobiliario suele ser insignificante. En particular, es probable que muchas estimaciones de alfas de acciones en una optimización de cartera de acciones en relación con un índice grande sean estadísticamente insignificantes. La optimización de MV es insensible a la insignificancia de la inversión, lo que resulta en frecuentes reequilibrios de cartera que pueden no tener valor de inversión. La familiaridad con las limitaciones de la optimización de MV para la gestión de activos ha dado lugar a numerosas reglas de reequilibrio ad hoc. Los gerentes a menudo reequilibran en un cronograma arbitrario, como mensual, trimestral o anual. Alternativamente, se asignan rangos arbitrarios a los pesos de la cartera, como más o menos 10%; si la ponderación de un activo en la cartera actual está fuera del rango, el

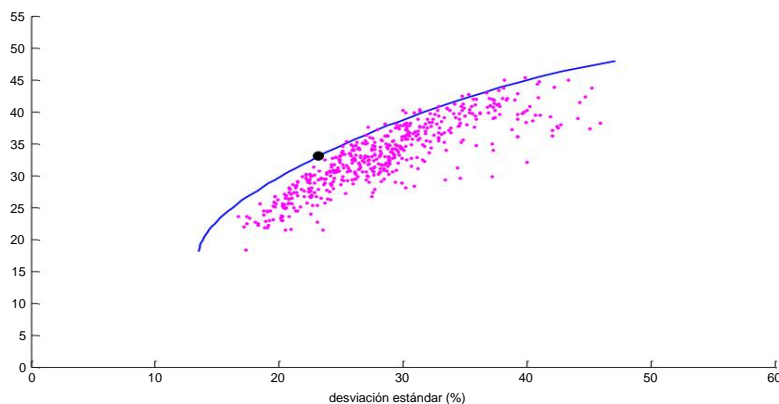
³⁷ Esta figura es del capítulo 6 de Michaud y Michaud (2008a).

³⁸ En la referencia se proporciona una descripción más detallada y las implicaciones del uso del activo compuesto.

inversor reequilibra la cartera. El reequilibrio de la cartera en la práctica es esencialmente el mantenimiento de la cartera con poca o ninguna evidencia de efectividad de la inversión. Conceptualmente, el reequilibrio de la cartera debe basarse en diferencias estadísticamente significativas en relación con la optimización.³⁹ El reequilibrio de RE proporciona la herramienta adecuada para comprender las diferencias estadísticamente significativas.

La Figura 7 ilustra cómo funciona la regla de reequilibrio de RE. Por definición, cada cartera en el REF es un promedio de carteras debidamente asociadas. El punto grande indica una cartera REF óptima "media" seleccionada.⁴⁰ Los puntos pequeños (magenta) que rodean la cartera seleccionada indican las carteras de frontera eficiente simuladas asociadas. Las carteras asociadas proporcionan un marco para definir la "cercanía" para una métrica, un nivel de riesgo y un nivel de confianza determinados. La varianza relativa o "error de seguimiento" entre las carteras óptima y asociada proporciona una métrica conveniente.⁴¹ Usando esta métrica, la varianza relativa se calcula para la cartera actual y para cada cartera óptima asociada en relación con la cartera óptima REF indicada. La regla de reequilibrio de RE define la probabilidad de "necesidad de negociar" como el porcentaje de variaciones relativas de la cartera asociada más cercana a la cartera óptima en comparación con la cartera actual. Una probabilidad de necesidad de operar del 10 % implica que solo el 10 % de las variaciones de la cartera asociada están más cerca que la cartera actual en la métrica.

Figura 7. Eficiencia remuestreada y carteras eficientes asociadas



La regla de reequilibrio de la cartera de RE tiene algunas propiedades de inversión interesantes. La probabilidad de necesidad de negociar mide la similitud de la estructura de la cartera teniendo en cuenta las medias, las varianzas y las covarianzas de todos los activos en el universo de optimización. Una sobreponderación en acciones de gran capitalización y una infraponderación en acciones de mediana capitalización no son tan significativas como una sobreponderación similar en mercados emergentes y una infraponderación en bonos no estadounidenses. el reequilibrio

³⁹ Los métodos académicos para comprender las diferencias estadísticamente significativas entre carteras, generalmente asociados con las pruebas del modelo de fijación de precios de activos de capital, como Shanken (1985), se basan en un marco de optimización de MV ilimitado y no son útiles para las carteras en la práctica. Ver también Michaud (1998, Cap. 7, Apéndice A).

⁴⁰ La cartera intermedia utilizada en las Figuras 7 y 8 se define como la cartera REF de rango 31 del espectro de carteras computadas de rango 1 a 51. Las carteras simuladas magenta son todas carteras de frontera eficiente meta-remuestreadas clasificadas de manera similar. Consulte Michaud y Michaud (2008a, cap. 6) para obtener más detalles.

⁴¹ Otras métricas también pueden ser de interés según las aplicaciones y se pueden usar para definir la regla de reequilibrio de RE.

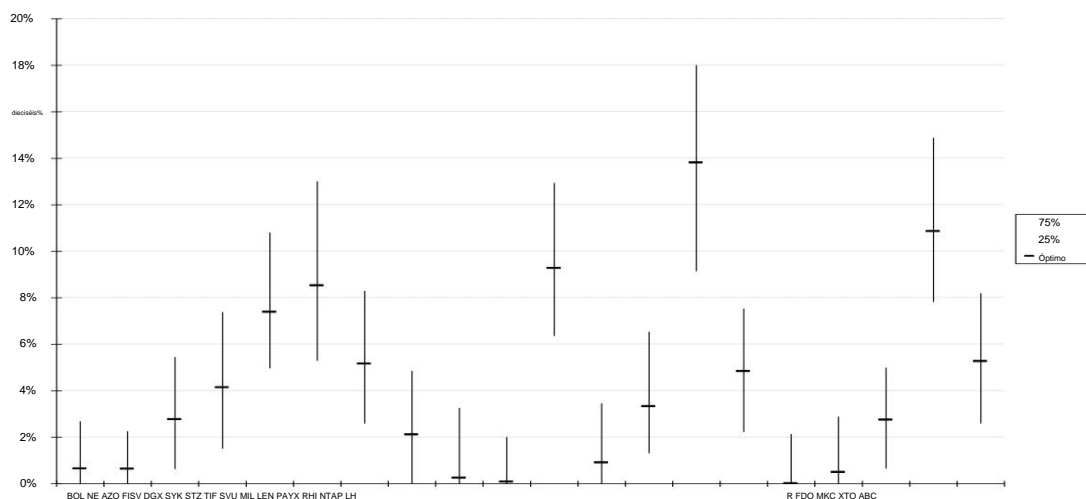
la probabilidad es una medida de cuán similar se desempeñará la cartera actual en relación con la cartera óptima en el período de inversión. El reequilibrio de RE proporciona una medida estadísticamente rigurosa y significativa para la inversión de cuándo es necesario reequilibrar.

42

La probabilidad de necesidad de negociación de RE es una regla de reequilibrio de cartera. No indica desequilibrios de cartera a nivel de activos. Sin embargo, las carteras asociadas en la Figura 7 también se pueden utilizar para calcular un análisis estadístico que es útil para comprender los desequilibrios a nivel de activos y para el seguimiento de la cartera. Cada cartera asociada tiene una asignación óptima para cada activo en el universo de optimización. Los rangos de percentiles y las desviaciones estándar se pueden calcular para cada activo, lo que da como resultado un análisis estadístico de tipo regresión lineal para la cartera óptima.

La Figura 8 muestra los resultados de dicho análisis estadístico para los datos del Apéndice para una cartera intermedia óptima REF. Puede que no haya una relación directa entre el tamaño de una asignación y el tamaño de los límites. Por ejemplo, tenga en cuenta que la asignación óptima a TIF y MKC es casi la misma aunque diferente en importancia o importancia en la optimización. Cuando las ponderaciones actuales de la cartera se encuentran fuera de los límites del percentil, se puede indicar un reequilibrio. El procedimiento también se puede utilizar para mejorar el procedimiento de análisis de estilo basado en rendimientos de Sharpe (1992) al incluir estimaciones estadísticas de la importancia de los coeficientes de estilo.

Figura 8. Límites medios de la cartera REF (rango de ponderación de activos de percentil 25/75)



La regla de reequilibrio de RE se ha mejorado con técnicas de meta-remuestreo desde que se describió en Michaud (1998, capítulo 7).⁴³ El nuevo procedimiento proporciona

⁴² La prueba de reequilibrio de cartera también se puede utilizar para estimar una minimización de costos estadísticamente equivalente a la cartera óptima.

⁴³ Michaud y Michaud (2002). El nuevo procedimiento fue autorizado como patente en agosto de 2005, Robert Michaud y Richard Michaud co-inventores. A los efectos de la estimación estadística, cada frontera de eficiencia de MV simulada se convierte en la base para calcular una frontera de eficiencia remuestreada asociada; el meta-remuestreo utiliza las carteras en las fronteras eficientes remuestreadas asociadas en la regla comercial y estimaciones de parámetros estadísticos. Consulte Michaud y Michaud (2008a, cap. 7) para obtener detalles adicionales.

y un poder estadístico relativamente uniforme en toda la gama de carteras de la REF.

El método de reequilibrio de meta-remuestreo presenta capacidades de personalización para diversas estrategias de inversión, aplicaciones y características de gestión de activos. El procedimiento mejorado también reduce notablemente la asimetría de las distribuciones de peso de los activos.

44

Optimización relativa a los puntos de

referencia Los puntos de referencia surgen naturalmente en muchos contextos de gestión de activos. El desempeño del administrador activo generalmente se evalúa en relación con el rendimiento residual o el error de seguimiento con respecto a algún punto de referencia o índice.⁴⁵ La optimización de MV se define como maximizar el rendimiento residual de la cartera en relación con un nivel determinado de riesgo residual o error de seguimiento.⁴⁶ La incertidumbre del error de estimación es como importante en la optimización relativa al índice o al punto de referencia, como en la optimización de MV con restricción de signo. Sin embargo, la optimización de ER requiere adaptación a la presencia de activos (relativamente) poco atractivos, así como atractivos, en el universo de la optimización.

Las restricciones de optimización no ad hoc deben ser una expresión de sus creencias. Actúan como previas bayesianas en la optimización de MV y RE.⁴⁷ Las restricciones consistentes en el signo relativo al índice (menor/mayor o igual que el peso del índice para los activos de rendimiento residual negativo/positivo) realizan la misma función bayesiana que las restricciones de signo en total. Optimizaciones de retorno.

48

Además, al igual que en la optimización del rendimiento total con restricciones de signo, las pruebas de simulación muestran que la optimización relativa del índice RE con restricciones relativas al índice adecuadas supera a la optimización MV.⁴⁹

La optimización relativa al índice se puede describir como una optimización larga-corta sin apalancamiento. La optimización de la cartera de acciones a corto y largo plazo es actualmente muy actual. Esto se debe a que muchos índices de cartera de acciones estándar, como el S&P 500, son muy asimétricos. En solo largo optimización, la asimetría del peso del índice afecta la naturaleza de la cartera optimizada. Esto se debe a que las acciones de pequeña ponderación del índice solo pueden recibir una pequeña infraponderación en relación con la información negativa, pero pueden sobreponderarse en relación con la información positiva con pocas limitaciones. Por el contrario, las acciones de ponderación de índice grande están menos sesgadas por información positiva o negativa en relación con las ponderaciones de índice. Suponiendo que el error de estimación es relativamente simétrico con respecto a la ponderación del índice, el optimizador puede invertir fuertemente en acciones atractivas con una ponderación de índice pequeña, pero no puede compensar

⁴⁴ Las estimaciones de rango de Britten-Jones (1999) de ponderaciones de cartera optimizadas solo son útiles para MV ilimitado mejoramiento. Nuestro procedimiento de meta-remuestreo produce coeficientes relevantes para la inversión para el caso práctico de carteras optimizadas de MV con restricciones lineales con menos varianza.

⁴⁵ El índice o punto de referencia en los estudios de asignación de activos puede ser un índice o un pasivo de retorno. En cartera de renta variable optimización, el riesgo de la cartera se define típicamente en un marco CAPM o APT. Consulte Michaud y Michaud (2008a, capítulos 9 y 10) para obtener más información.

⁴⁶ El índice de referencia redefine el riesgo en términos del rendimiento de un objetivo relevante de inversión.

⁴⁷ Como señala Theil (1971, págs. 346-350), los analistas a menudo tienen información superflua valiosa, incluida la introspección sobre el valor de los coeficientes, donde la "estimación pura" o la dependencia exclusiva de los datos no es óptima. Los métodos de optimización de RE pueden verse como una tecnología habilitadora para incluir restricciones lineales confiables en muchos contextos de estimación y maximización multivariados.

⁴⁸ Existen excepciones importantes a las reglas generales simples que imponen una ponderación relativa del índice de rendimiento residual. restricciones de signo. Una alternativa, definir restricciones previas bayesianas que dependen de la importancia estadística de la información relativa al índice, está más allá del alcance de este informe. Estos temas se abordan con más detalle en Michaud y Michaud (2008a, cap. 9).

⁴⁹ Véase Michaud y Michaud (2008a, cap. 9).

esto con grandes infraponderaciones en acciones poco atractivas de ponderación de índice pequeño, lo que a menudo resulta en un sesgo de cartera de acciones de ponderación de índice pequeño.⁵⁰

Un diseño de optimización adecuado requiere evitar trampas como un sesgo de pequeña capitalización para índices asimétricos. Una estrategia larga-corta 120/20 o 130/30 puede permitir restricciones relativamente simétricas sobre las acciones en un universo de optimización.^{51,52} Las estrategias largas y cortas de dos fondos también pueden limitar el impacto de las restricciones asimétricas del índice en la optimización de la cartera.⁵³ Otra alternativa simple es una optimización en dos etapas; la primera etapa determina la cartera teóricamente óptima con restricciones simétricas al índice; la segunda etapa intenta replicar de cerca esta cartera mientras se satisfacen las restricciones de invertibilidad.

Las restricciones que reflejan las creencias están íntimamente asociadas con el carácter particular de la información de inversión para un administrador de activos o estrategia determinada. La optimización de las energías renovables, correctamente implementada, puede ser tan importante para mejorar la inversión a corto y largo plazo como para contextos más tradicionales. Comprender el papel bayesiano no ad hoc de las restricciones es esencial para gestionar los sesgos involuntarios y aprovechar los beneficios de un enfoque estadístico para la optimización de la cartera.⁵⁴

Propiedades adicionales

La optimización de RE puede entenderse como una restricción de nivel de información. Por ejemplo, en un caso de dos activos, el REF se encuentra en, pero no se extiende tan lejos como la frontera eficiente clásica.

El REF más corto indica que el riesgo que probablemente será recompensado con un mayor rendimiento es menor que el activo de rendimiento máximo. Cabe señalar que este resultado es coherente con gran parte de la práctica profesional; pocas asignaciones de activos recomendadas involucran carteras cerca de la parte superior de la frontera eficiente de MV. La optimización de RE cuantifica esta importante intuición de inversión. Incluso para dos casos de activos, la optimización de RE proporciona información de inversión útil.

El REF puede exhibir un comportamiento desconcertante en el espacio MV dentro de la muestra. Un ejemplo es que el REF puede tener un segmento no cóncavo. Si bien una combinación lineal de carteras en la REF puede estar por encima de la REF, este hecho no tiene ninguna consecuencia particular ya que las carteras siempre existen por encima de la REF en el espacio MV. La no concavidad de REF puede estar asociada con una brecha o escasez de estimaciones en una región de la frontera eficiente o estimaciones inconsistentes con racional

⁵⁰ Un gestor puede considerar deseable un sesgo de cartera de pequeña capitalización. El objetivo del ejemplo es señalar que surge un sesgo de pequeña capitalización en la optimización de cartera relativa al índice a partir de restricciones de solo posiciones largas en índices asimétricos, independientemente de cualquier asimetría de información basada en la capitalización.

⁵¹ Las carteras optimizadas a largo y corto plazo generalmente necesitan cumplir ciertas condiciones (Jacobs et al 2006a) para tener un valor de inversión práctico. Algunas condiciones adicionales pueden ser necesarias para controlar eventos extremos improbables en el proceso de remuestreo.

⁵² Véase Jacobs y Levy (2006b).

⁵³ En el caso clásico largo-corto analizado en Michaud (1993), antes del corto, tanto el largo como el corto las carteras tienen restricciones de signo, lo que crea restricciones relativamente simétricas en la cartera total.

⁵⁴ La discusión enseña que las restricciones bien pensadas sobre la estructura óptima de la cartera son sus amigos y siempre deben incluirse. Tenga en cuenta cómo evitar el error de estimación en el marco analítico de optimización de MV ilimitado en Clarke et al (2002, 2006) conduce a conclusiones muy diferentes.

fijación de precios.⁵⁵ Alternativamente, la no concavidad puede simplemente indicar que la simulación no ha convergido y requiere más simulaciones.

Dado que REF siempre está por debajo de la frontera clásica en el espacio MV, el análisis de utilidad en la muestra siempre indica de manera trivial menos "utilidad" o "índices de información" para las carteras óptimas de RE. La optimización de RE no maximiza los parámetros dentro de la muestra, sino que tiene en cuenta la posibilidad de que estos parámetros sean incorrectos.

Conclusión

La tecnología RE es una generalización de la optimización de MV de Markowitz que permite a los inversores incluir el nivel de certeza en las estimaciones de riesgo-rendimiento en el proceso de optimización, reequilibrio y seguimiento. Evitar el uso literal de la información de inversión implícita en la optimización de Markowitz es una condición necesaria, aunque no suficiente, para mejorar el rendimiento ajustado al riesgo. Al tener en cuenta el error de estimación en un marco de tipo bayesiano, la optimización de RE evita los principios de diseño y gestión poco fiables y contraproducentes que se derivan de los análisis de optimización de cartera de MV de certeza de parámetros en la muestra. La optimización de RE también se beneficia de la previsión bayesiana mejorada y otras mejoras en las entradas de optimización. Cuando se usa correctamente, surge un nuevo marco que proporciona una ruta mucho más confiable y productiva para la investigación y la gestión eficaz de activos.

⁵⁵ Una fuente importante del problema del universo de optimización no homogéneo es la desconexión entre la rentabilidad y la estimación del riesgo en la optimización de la cartera de acciones. Normalmente, Alpha se estima independientemente de los modelos de riesgo comerciales. Como consecuencia, el rendimiento de la distribución del riesgo puede no exhibir una fijación de precios racional.

Bibliografía

- Bawa, V., S. Brown y R. Klein. 1979. *Riesgo de estimación y elección de cartera óptima*. Ámsterdam: Norte Holanda.
- Negro, F. y R. Litterman. 1992. "Optimización de la cartera global". *Revista de analistas financieros* 48 (5): 28-43.
- Brandt, Michael W. 2007. "Problemas de elección de cartera". en Y. Ait-Sahalia y LP Hansen Eds. *manual de Econometría Financiera*. Ámsterdam: Elsevier Science, Ltd.
- Britten-Jones, M. 1999. "Error de muestreo en pesos de cartera eficiente de media-varianza". *Diario de Finanzas* 54(2): 655-671.
- Boyd, S. y L. Vandenberghe. 2004. *Optimización convexa*. Cambridge: Prensa de la Universidad de Cambridge.
- Campbell, J. y L. Viceira. 2002. *Asignación estratégica de activos: elección de cartera para Inversores a largo plazo*. Nuevo York: Oxford University Press.
- Ceria, S. y R. Stubbs. 2005. *Incorporación del error de estimación en la selección de cartera: Fronteras sólidas y eficientes*. Documento de trabajo de Axioma.
- Chopra, V. y W. Ziemba. 1993. "El efecto de los errores en las medias, las varianzas y las covarianzas en la elección óptima de la cartera". *Revista de Gestión de Cartera* 19(1): 6-11.
- Clarke, R., H. deSilva y S. Thorley. 2002. "Restricciones de Cartera y la Ley Fundamental de Activo Administración." *Revista de analistas financieros* 58 (3): 48-66.
- Clarke, R., H. deSilva y S. Thorley, 2006. "La ley fundamental de la gestión activa de carteras". *Revista de Gestión de Inversiones* 4(3): 54-72.
- Cremers, JH., M. Kritzman y S. Page. 2004. "Formación de cartera con momentos más altos y utilidad plausible". Serie de documentos de trabajo de Revere Street: Economía financiera (noviembre).
- DeMiguel, V., L. Garlappi y R. Uppal. 2006. "1/N." Reuniones de la EFA en Zúrich, 22 de junio.
- Efron, B. 2005. "Bayesianos, frecuentistas y científicos". *Revista de la Asociación Estadounidense de Estadística* 100 (469): 1-5.
- Efron, B. y R. Tibshirani. 1993. *Introducción a Bootstrap*. Nueva York: Chapman and Hall.
- Feldman, B. 2003. "Enfoque de Ibbotson para el remuestreo". Presentado en la Conferencia de Clientes de Ibbotson (otoño) en orlando
- Frost, P. y J. Savarino. 1986. "Un enfoque bayesiano empírico para la selección eficiente de carteras". *Diario de Análisis financiero y cuantitativo* 21(3): 293-305.
- Frost, P. y J. Savarino. 1988. "Para un mejor rendimiento, restrinja los pesos de la cartera". *Revista de Gestión de Cartera* 15(1): 29-34.
- Grinold, R. 1989. "La Ley Fundamental de la Gestión Activa". *Revista de Gestión de Cartera* 15(3): 30-37.
- Grinold, R. y R. Kahn. 1995. *Gestión Activa de Cartera*. Chicago: Irwin.

- Harvey, C., J. Liechty, M. Liechty y P. Müller. 2006. "Selección de Portafolio con Momentos Superiores". Universidad de Duke, documento de trabajo (16 de octubre).
- Harvey, C., J. Liechty, M. Liechty y P. Müller. 2008. "Bayes vs. Remuestreo: una revancha". *Journal of Investment Management*, próximamente.
- Jacobs, B., K. Levy y H. Markowitz. 2006a. "Recortabilidad y optimización rápida de carteras largas y cortas". *Revista de analistas financieros* 62 (2): 22-34.
- Jacobs, B. y K. Levy. 2006b. "Estrategias de capital activo mejoradas". *Revista de gestión de cartera* 32 (3): 45-55.
- Jobson, D. y B. Korkie, 1980. "Estimación de carteras eficientes de Markowitz". *Revista de la Asociación Estadounidense de Estadística* 75(371): 544-554.
- Jobson, D. y B. Korkie, 1981. "Putting Markowitz Theory to Work". *Revista de Gestión de Cartera* 7(4): 70-74.
- Jorion, P. 1986. "Estimación de Bayes-Stein para análisis de cartera". *Revista de Análisis Financiero y Cuantitativo* 21(3): 279-292.
- Jorion, P. 1992. "Optimización de cartera en la práctica". *Revista de analistas financieros* 48 (1): 68-74.
- Knight, J. y S. Satchell. 2006. "Propiedades exactas de las medidas de inversión óptima para inversores institucionales". Presentado a: The Center for Advanced Studies in Finance and The Institute for Quantitative Finance and Insurance, marzo.
- Ledoit, O. 1997. "Estimación mejorada de la matriz de covarianza de los rendimientos de acciones con una aplicación a la selección de cartera". Anderson Graduate School of Management de UCLA, documento de trabajo (marzo).
- Levy, H. y H. Markowitz. 1979. "Aproximación de la utilidad esperada por una función de media y varianza". *Revisión económica estadounidense* 69 (3): 308-317.
- Markowitz, H. 1956. "La optimización de una función cuadrática sujeta a restricciones lineales". *Naval Research Logistics Quarterly* 3 (1/2): 111-133.
- Markowitz, H. 1959. *Selección de cartera: diversificación eficiente de inversiones*. Nueva York: Wiley. 2ª ed. Cambridge, MA: Basil Blackwell, 1991.
- Markowitz, H. y N. Usmen. 2003. "Fronteras remuestreadas versus bayesiano difuso: un experimento". *Revista de Gestión de Inversiones* 1(4): 9-25.
- Merton, R. 1987. "Discurso presidencial: un modelo simple de equilibrio del mercado de capitales con información incompleta". *Revista de Finanzas* 42(3): 483-510.
- Michaud, R. 1989. "El enigma de la optimización de Markowitz: ¿Es la optimización óptima?" *Revista de analistas financieros* 45(1): 31-42.
- Michaud, R. 1993. "¿Son superiores las estrategias de equidad a corto y largo plazo?" *Revista de analistas financieros* 49 (6): 44-49.
- Michaud, R. 1998. *Gestión Eficiente de Activos*. Nueva York: Harvard Business School Press. Ahora publicado por Oxford University Press.
- Michaud, R. 2003. "Un marco práctico para la elección de cartera". *Revista de Gestión de Inversiones*, 2 . Cuarto. Reimpreso en *El mundo de la gestión de riesgos*. ed. H. GiffordFong. Nueva Jersey: World Scientific, 2006.

- Michaud, R. y R. Michaud. 2002. "Reequilibrio y seguimiento de la cartera remuestreada". Boletín New Frontier Advisors (cuarto trimestre).
- Michaud, R. y R. Michaud. 2003. "Carteras óptimas e invertibles". New Frontier Advisors Newsletter (Junio).
- Michaud, R. y R. Michaud. 2004a. "Pronóstico del nivel de confianza y optimización de la cartera". Boletín de New Frontier Advisors (julio).
- Michaud, R. y R. Michaud. 2004b. "Problemas de optimización de la equidad-I". Boletín informativo de New Frontier Advisors (Noviembre).
- Michaud, R. y R. Michaud. 2005a. "Alfas insignificantes y errores heterogéneos". Nuevos asesores fronterizos Boletín (marzo).
- Michaud, R. y R. Michaud. 2005b. "Ley fundamental de la mala gestión". Boletín de New Frontier Advisors (julio).
- Michaud, R. y R. Michaud. 2008a. *Gestión eficiente de activos*. 2 ed. Prensa de la Universidad de Oxford: Nueva York.
- Michaud, R. y R. Michaud. 2008b. "Defensa de Markowitz-Usmen". Hoja de trabajo. Asesores de Nueva Frontera. <http://www.newfrontieradvisors.com/research/Articles/ResampledEfficiencyArticles.html>.
- Robert, C. 1994. *La Elección Bayesiana: Una Motivación Teórica de la Decisión*. Nueva York: Springer.
- Roll, R. 1979. "Prueba de una cartera de eficiencia de varianza media ex ante. Estudios TIMS en Ciencias de la Gestión 11: 135-149.
- Rubenstein, M. 1973. "Un análisis estadístico comparativo de las primas de riesgo." *Revista de Negocios* 46 (4): 605-615.
- Shanken, J. 1985. "Pruebas multivariadas del CAPM Zero-Beta". *Revista de Economía Financiera* 14(3): 327-357.
- Sharpe, W. 1992. "Asignación de activos: estilo de gestión y medición del desempeño". *Revista de Gestión de Cartera* 18(1): 7-19.
- Theil, H. 1971. *Principios de econometría*. Nueva York: Wiley.

Apéndice: Conjunto de datos de veinte acciones

Se tomó una lista de Standard & Poor's 500 de acciones y sus capitalizaciones de mercado a partir de octubre de 2006. Las capitalizaciones de mercado se descontaron a través de los rendimientos totales mensuales para aproximar las capitalizaciones de mercado en enero de 1997. El conjunto de 20 acciones de gran capitalización se tomó de una muestra aleatoria de las 100 mayores de estas acciones de capitalización de mercado. Diez años de rendimientos mensuales completos para la muestra abarcan desde enero de 1997 hasta diciembre de 2006.

Nombre del recurso de teletipo		Devolver	Estándar Desviación
BOL	Bausch & Lomb	13,5%	36,9%
nordeste	Noble Corporation AZO	24,4%	46,7%
	AutoZone Inc.	19,9%	33,0%
	FISV Fiserv Inc.	20,7%	31,7%
	DGX Quest Diagnostics Stryker Corp.	36,9%	49,0%
	SYK	25,8%	33,5%
	STZ Constelación Marcas Tiffany & Co.	32,4%	54,2%
	TIF	23,9%	41,6%
UVE	SUPERVALÚ Inc.	17,2%	29,9%
MIL	Corporación Millipore.	13,9%	38,2%
LARGO	Corporación Lennar.	32,0%	38,6%
	PAYX Paychex Inc.	19,9%	32,3%
RHI	Robert Half International NTAP	19,9%	40,3%
	Network Appliance Laboratory Corp. of America	55,2%	79,4%
LH	Holdings Ryder System FDO Family Dollar Stores	37,8%	56,0%
R	MKC McCormick & Co.	13,1%	29,3%
		21,2%	31,3%
		15,9%	19,3%
	XTO XTO Energy Inc.	47,5%	58,4%
	ABC Amerisourcebergen Corp.	21,1%	38,9%

Veinte correlaciones de conjuntos de datos de existencias:

	BOL NE		AZO FISV	DGX SYK	STZ			TIF	SVU MIL		LEN PAYX	RHI		NTAP LH		R	FDO MKC	XTO ABC		
BOL	1	0	0.08	0.17	0.06	0.23	0.04	0.21	0.25	0.12	0.03	0.07	0.13	0.08	0.08	0.22	0.17	0.15	0	0.24
correlate	0	1	0.08	0.21	0.03	0.21	0.05	0.25	-0.09	0.25	0.27	0.15	0.07	0.47	0.21	0.14	0.21	0.06	0.43	-0.05
AZO	0.08	0.08	1	0.1	0	0.27	0.09	0.23	0.32	0.14	0.34	0.08	0.03	0.06	0.03	0.19	0.35	0.14	0.05	0.12
FISV	0.17	0.21	0.1	1	0.09	0.29	-0.05	0.35	0.35	-0.01	0.24	0.26	0.23	0.11	0.02	0.24	0.13	0.13	0.01	0.17
DGX	0.06	0.03	0	0.09	1	0.04	0.59	0.04	0.1	0.06	-0.01	0.15	0.09	0	0.71	0.02	0.03	0.05	0.39	0.22
SYK	0.23	0.21	0.27	0.29	0.04	1	0	0.15	0.26	0.2	0.28	0.13	0.09	0	0.08	0.12	0.27	0.19	0.15	0.13
STZ	0.04	0.05	0.09	-0.05	0.59	0	1	0.03	0.21	-0.01	0.01	0.11	-0.04	-0.07	0.48	0.09	0.24	0.16	0.38	0.09
TIF	0.21	0.25	0.23	0.35	0.04	0.15	0.03	1	0.2	0.21	0.3	0.25	0.22	0.41	-0.03	0.33	0.25	0.14	0.11	-0.08
UVE	0.25	-0.09	0.32	0.35	0.1	0.26	0.21	0.2	1	0.13	0.24	0.29	0.32	0	0.18	0.24	0.33	0.34	0.04	0.21
MIL	0.12	0.25	0.14	-0.01	0.06	0.2	-0.01	0.21	0.13	1	0.07	-0.11	0.13	0.31	0.09	0.06	-0.01	-0.01	0.14	0.03
LARGO	0.03	0.27	0.34	0.24	-0.01	0.28	0.01	0.3	0.24	0.07	1	0.24	0.09	0.18	0.03	0.19	0.46	0.25	0.16	0.24
PAYX	0.07	0.15	0.08	0.26	0.15	0.13	0.11	0.25	0.29	-0.11	0.24	1	0.29	0.35	0.12	0.12	0.34	0.18	0.18	0.02
RHI	0.13	0.07	0.03	0.23	0.09	0.09	-0.04	0.22	0.32	0.13	0.09	0.29	1	0.28	-0.02	0.29	0.09	0.02	-0.1	0.18
NTAP	0.08	0.47	0.06	0.11	0	0	-0.07	0.41	0	0.31	0.18	0.35	0.28	1	0.01	0.07	0.12	-0.09	0.12	-0.09
LH	0.08	0.21	0.03	0.02	0.71	0.08	0.48	-0.03	0.18	0.09	0.03	0.12	-0.02	0.01	1	0.06	0.09	0.09	0.41	0.19
R	0.22	0.14	0.19	0.24	0.02	0.12	0.09	0.33	0.24	0.06	0.19	0.12	0.29	0.07	0.06	1	0.29	0.12	0	0.05
FDO	0.17	0.21	0.35	0.13	0.03	0.27	0.24	0.25	0.33	-0.01	0.46	0.34	0.09	0.12	0.09	0.29	1	0.34	0.24	0.13
MCC	0.15	0.06	0.14	0.13	0.05	0.19	0.16	0.14	0.34	-0.01	0.25	0.18	0.02	-0.09	0.09	0.12	0.34	1	0.29	-0.02
XTO	0	0.43	0.05	0.01	0.39	0.15	0.38	0.11	0.04	0.14	0.16	0.18	-0.1	0.12	0.41	0	0.24	0.29	1	0.03
A B C	0.24	-0.05	0.12	0.17	0.22	0.13	0.09	-0.08	0.21	0.03	0.24	0.02	0.18	-0.09	0.19	0.05	0.13	-0.02	0.03	1