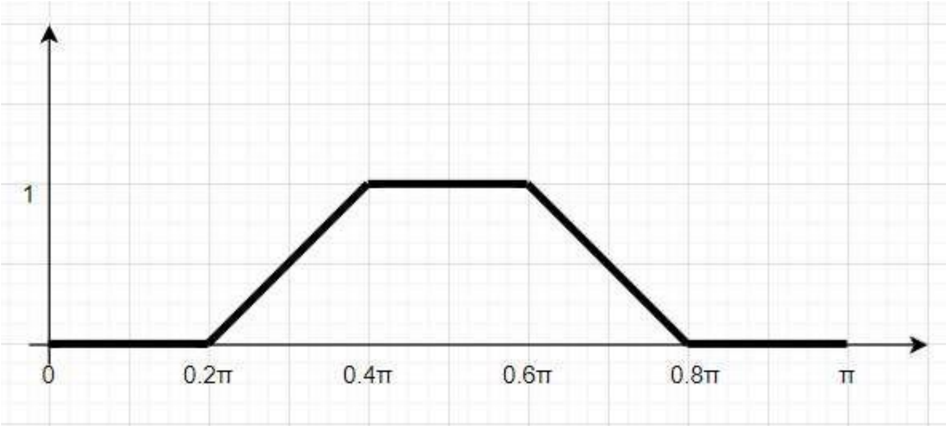
<u>ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ</u>

<u>Εργασία MATLAB 2022/2023</u>

Πέτρογλου Σπυρίδων 03185

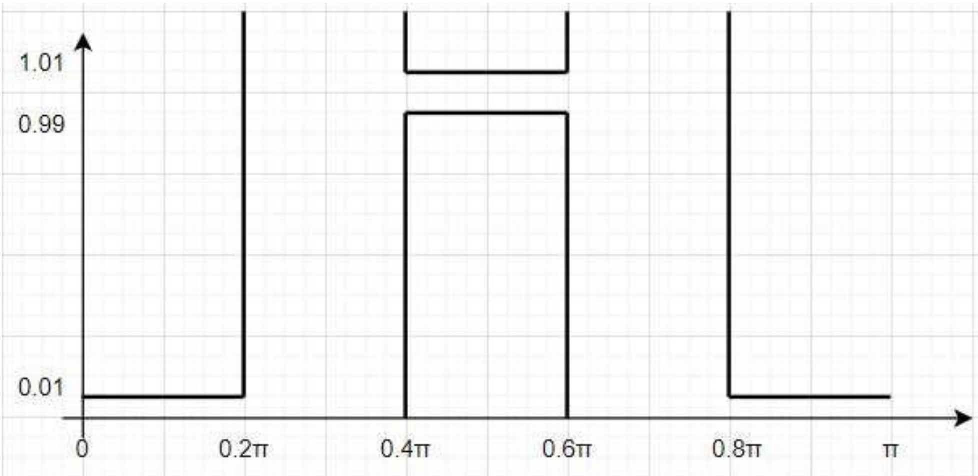
Καπάκος Γεώργιος 03165

Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται το ζωνοπερατό φίλτρο που μας ζητείται να σχεδιάσουμε.



Οι προδιαγραφές των παραθύρων που θα χρησιμοποιήσουμε φαίνονται στις παρακάτω εικόνες

i) Παράθυρο Hann: Peak approximation error = -44dB, οπότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δ=0.01



ii) Παράθυρο Hamming: Peak approximation error = -53dB, παίρνουμε και πάλι δ=0.01, το σχήμα δεν αλλάζει

iii) Παράθυρο Blackman: Peak approximation error = -74, οπότε μπορούμε να πάρουμε δ=0.001

Για όλα τα παράθυρα, ισχύει: Δω1 = 0.4π – 0.2π = 0.2π

Δω2 = 0.8π – 0.6π = 0.2π

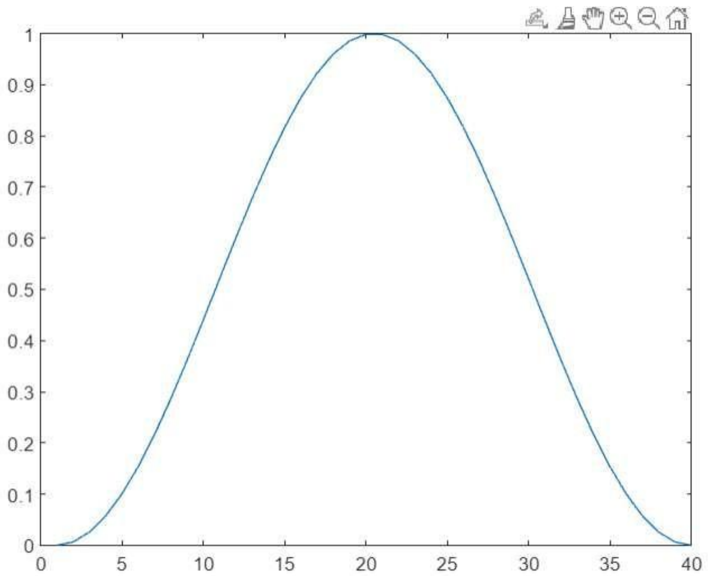
Άρα Δω = min{Δω1, Δω2} ⇔ <u>Δω = 0.2π</u>

Και ω_{c1} = (0.4π + 0.2π) / 2 ⇔ <u>ω_{c1} = 0.3π</u> , ω_{c2} = (0.6π + 0.8π) / 2 ⇔ <u>ω_{c2} = 0.7π</u>

<u>Ερώτημα Α1</u>

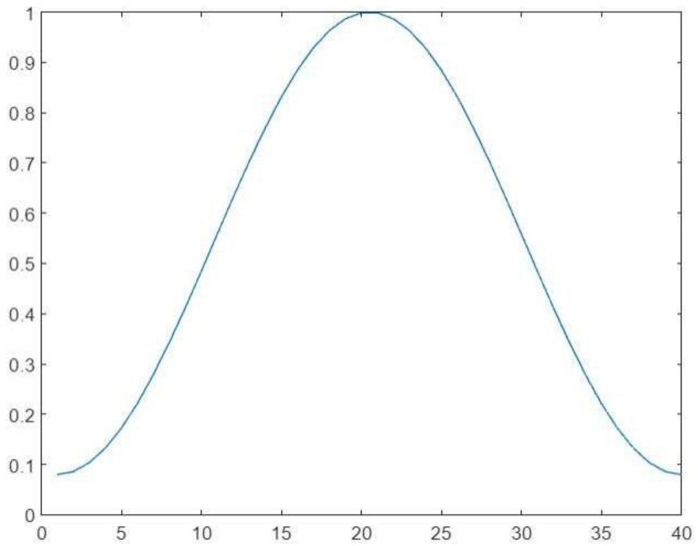
Μήκος παραθύρου Hann: Δω = 8π/M ⇔ 8π/M = π/5 ⇔ <u>M = 40</u>

Με την χρήση της εντολής plot(hann(40)) θα λάβουμε το ζητούμενο παράθυρο Hann



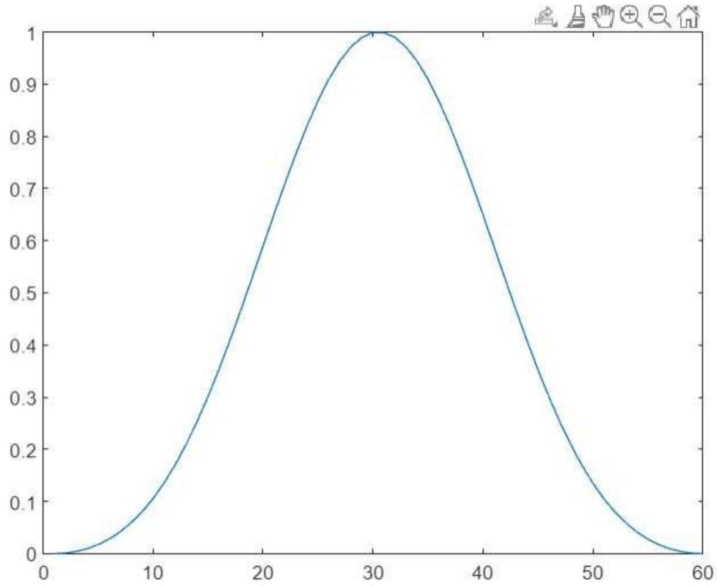
Μήκος παραθύρου Hamming: Δω = 8π/M ⇔ 8π/M = π/5 ⇔ <u>M = 40</u>

Αντίστοιχα, θα χρησιμοποιήσουμε την εντολή plot(hamming(40)) για να λάβουμε το ζητούμενο παράθυρο Hamming



Μήκος παραθύρου Blackman: Δω = 12π/M ⇔ 12π/M = π/5 ⇔ <u>M = 60</u>

Τέλος, χρησιμοποιούμε την εντολή plot(blackman(60)) για το παράθυρο Blackman



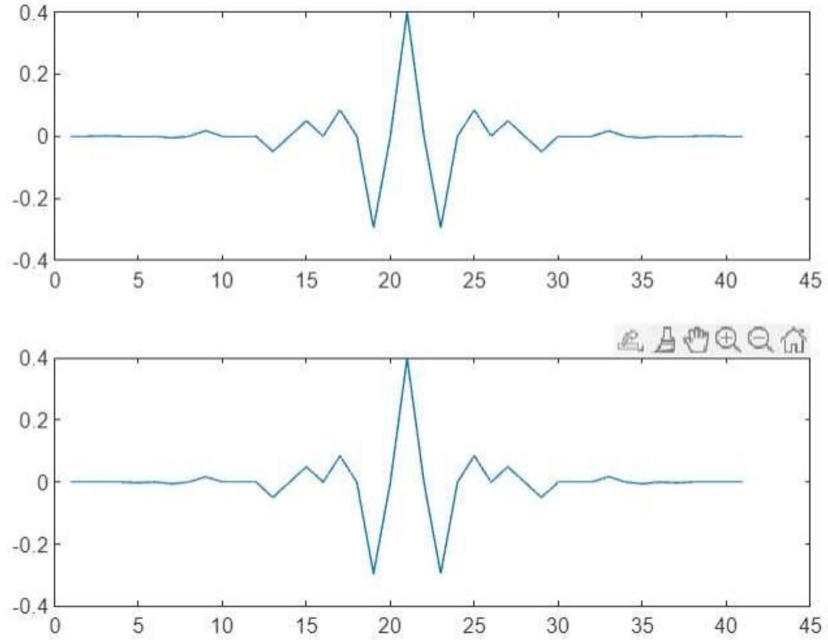
<u>Ερώτημα Α2</u>

Παραθέτουμε τον κώδικα MATLAB που χρησιμοποιήσαμε για να υλοποιήσουμε αυτό το ερώτημα. Το ζητούμενο φίλτρο το βρήκαμε και με τους 2 τρόπους, και πολλαπλασιάζοντας την ιδανική κρουστική απόκριση με το κατάλληλο παράθυρο, και με την εντολή fir1 του MATLAB.

```
%%% For Hann and Hamming windows, we use M=40
%%% For Blackman window, M is 60
M=40;

%%% Window type can be Hann, Hamming or Blackman
wn = hann(M+1);

%%% 1st way: multiply the ideal impulse response
%%% with the appropiate window
n = linspace(0, M, M+1);
hideal1 = -0.3 * sinc(0.3*(n-(M/2)));
hideal2 = 0.7 * sinc(0.7*(n-(M/2)));

hideal = hideal1 + hideal2;
hideal = hideal';
hfir = hideal .* wn;

subplot(2, 1, 1)
plot(hfir)

%%% 2nd way: using fir1 command
subplot(2, 1, 2)
plot(fir1(M, [0.3, 0.7], wn))

%%% For the A3 question
fvtool(fir1(M, [0.3, 0.7], wn))
```

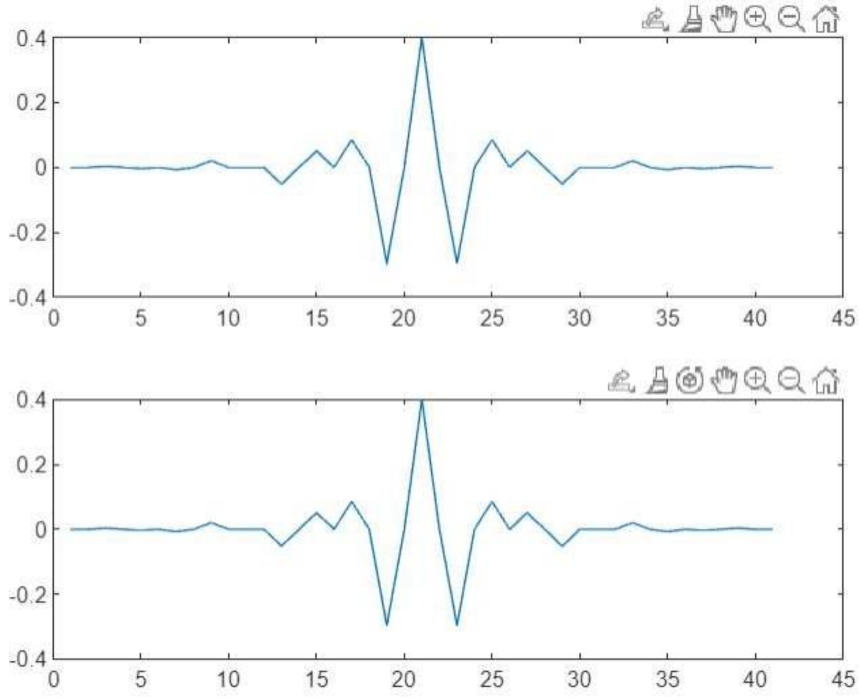
Ο παραπάνω κώδικας βρίσκει το φίλτρο για παράθυρο Hann. Αν θέλουμε παράθυρο Hamming αρκεί στην μεταβλητή wn να αντικαταστήσουμε την εντολή hann(M+1) με την εντολή hamming(M+1), ενώ για παράθυρο Blackman, πρέπει πρώτα να θέσουμε το M = 60 και να θέσουμε στην wn το παράθυρο blackman(M+1)

Τρέχοντας τον κώδικα για παράθυρο Hann, θα πάρουμε το παρακάτω φίλτρο

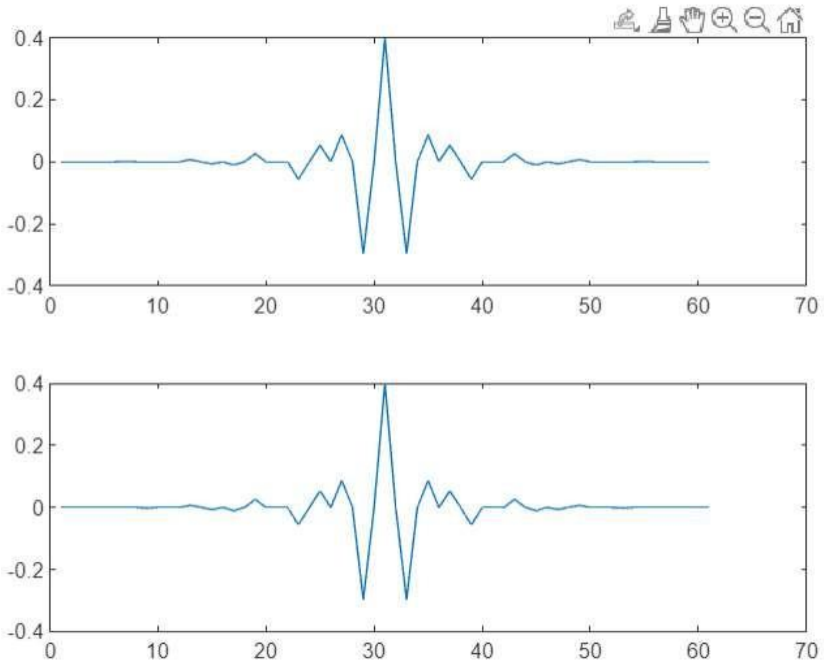


Το αποτέλεσμα του πρώτου τρόπου (hideal * window) φαίνεται στην επάνω γραφική παράσταση, ενώ το αποτέλεσμα του δεύτερου τρόπου (εντολή fir1) στο κάτω γράφημα. Τα δύο γραφήματα είναι ίδια, οπότε και οι 2 παραπάνω τρόποι είναι ισοδύναμοι.

Αντίστοιχα, αν τρέξουμε τον κώδικα για παράθυρο Hamming θα προκύψει το παρακάτω φίλτρο



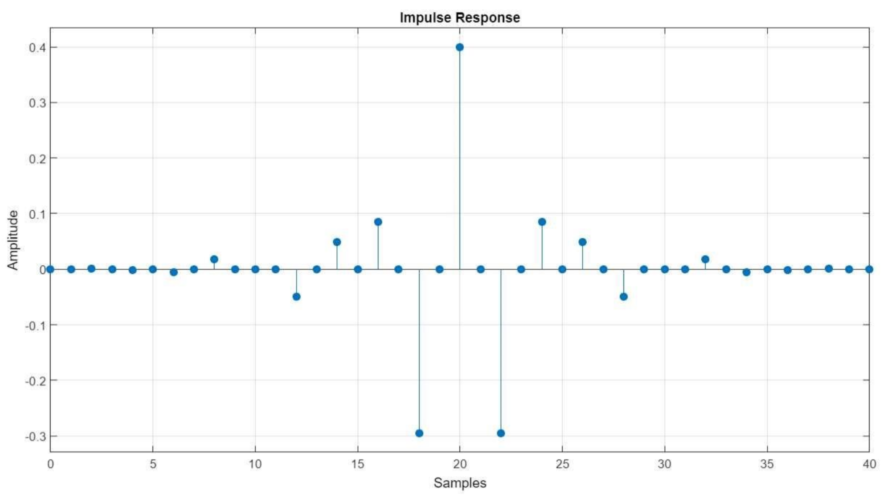
Τέλος, με το παράθυρο Blackman, προκύπτει το παρακάτω φίλτρο

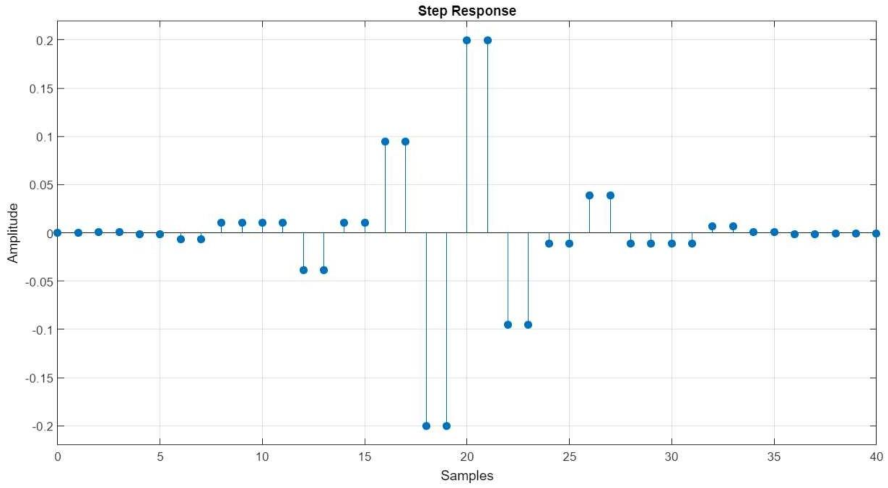


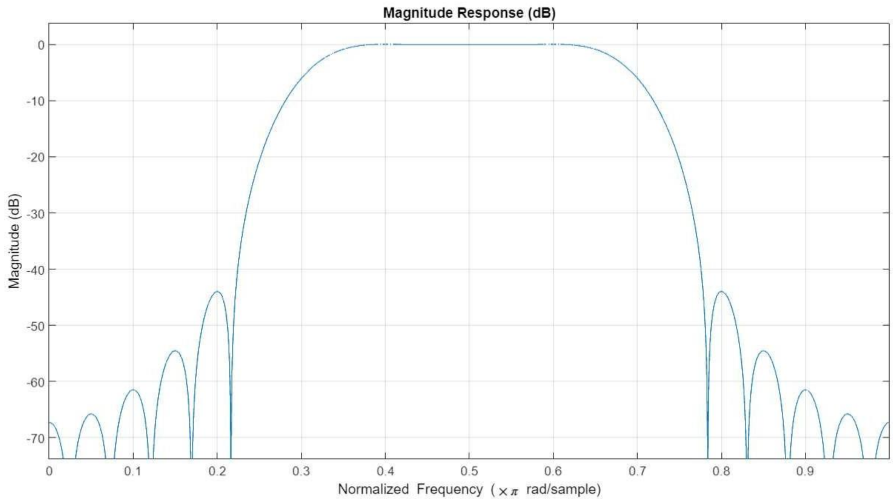
Ερώτημα Α3

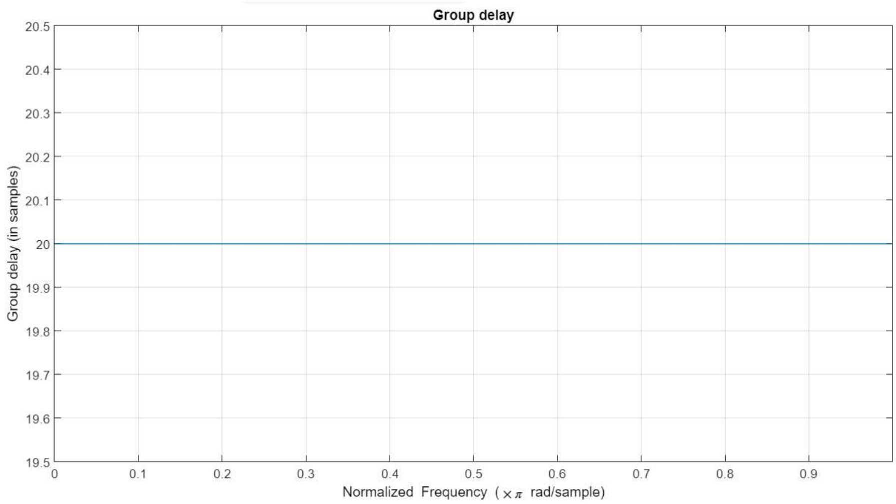
Για βρούμε την κρουστική και την βηματική απόκριση (impulse response, step response), αλλά και την απόκριση συχνότητας (magnitude response) και group delay, θα χρησιμοποιήσουμε το Filter Visualization Tool (εντολή fvtool, τελευταία γραμμή του κώδικα), όπου θα προκύψουν τα παρακάτω αποτελέσματα

i) Παράθυρο Hann

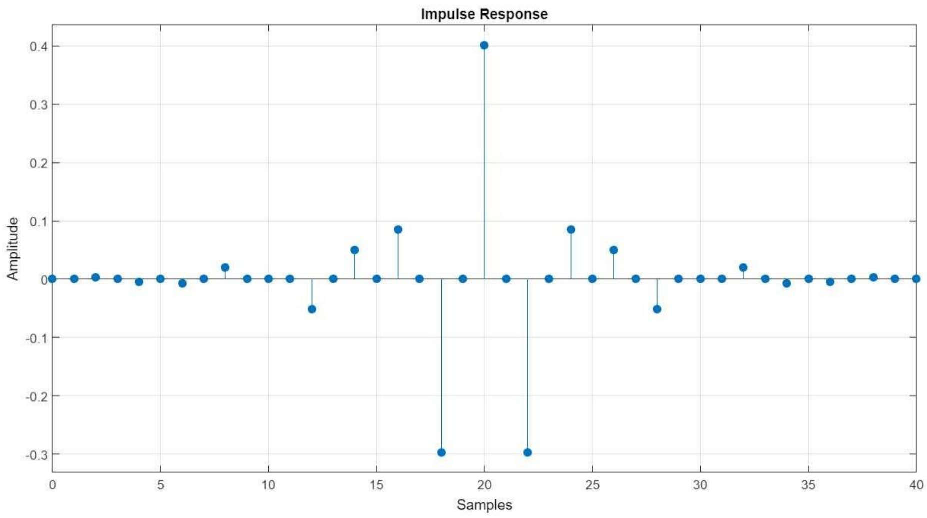


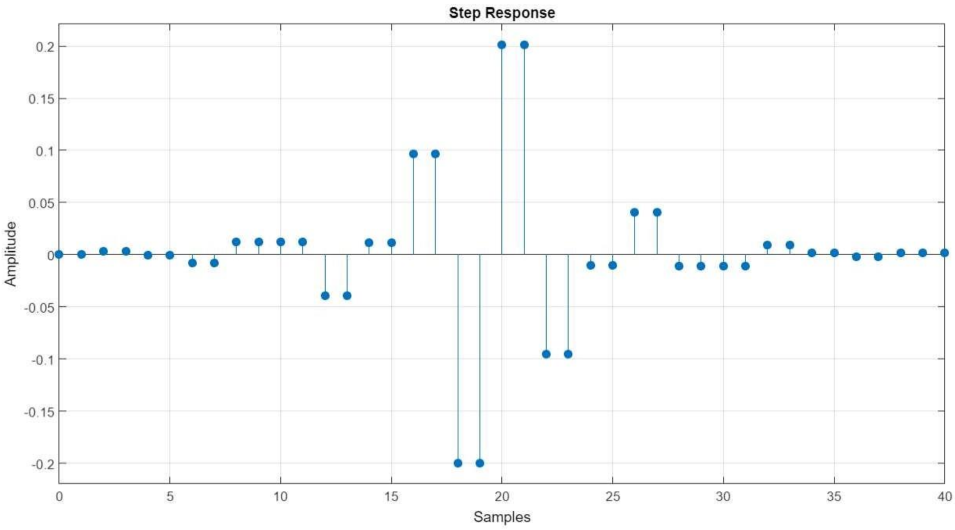


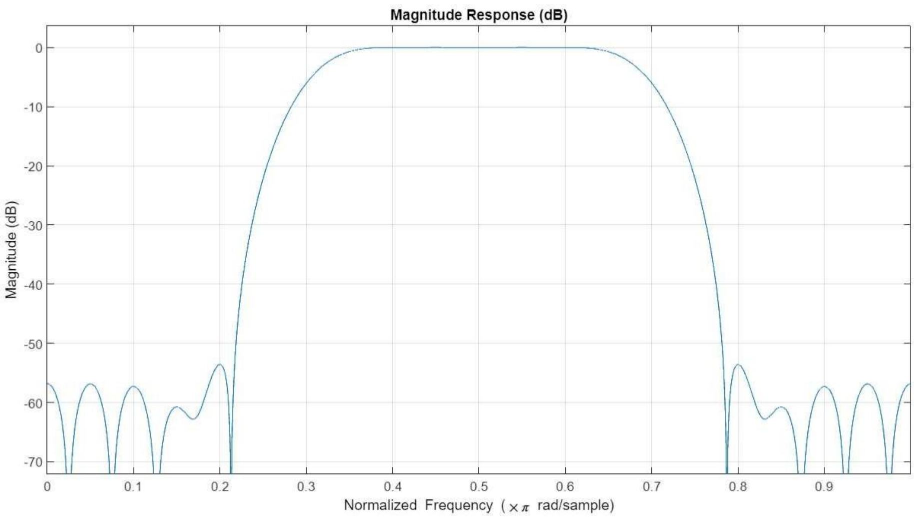


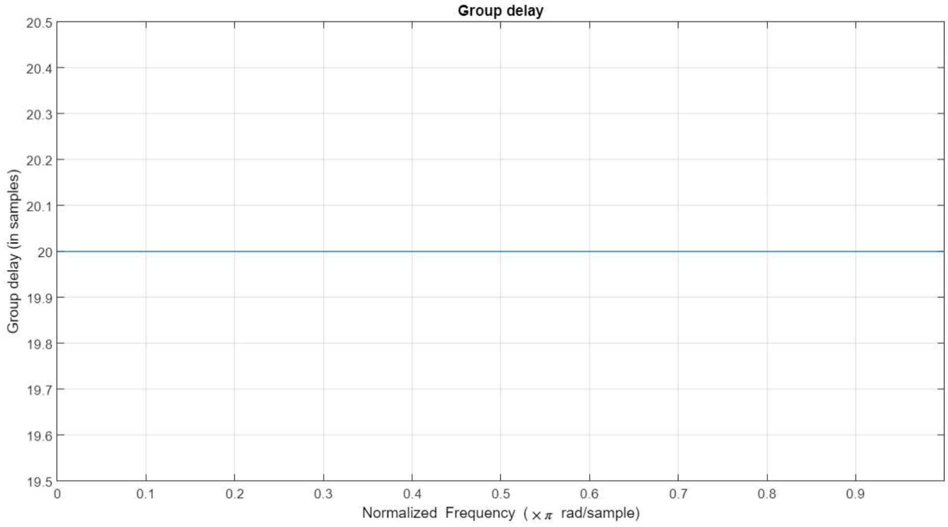


ii) Παράθυρο Hamming

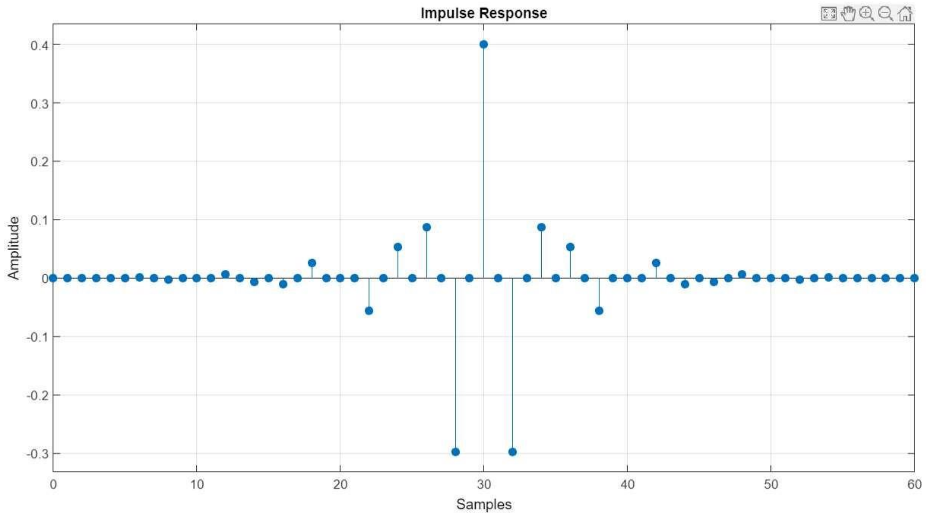

Impulse Response
Amplitude
Samples

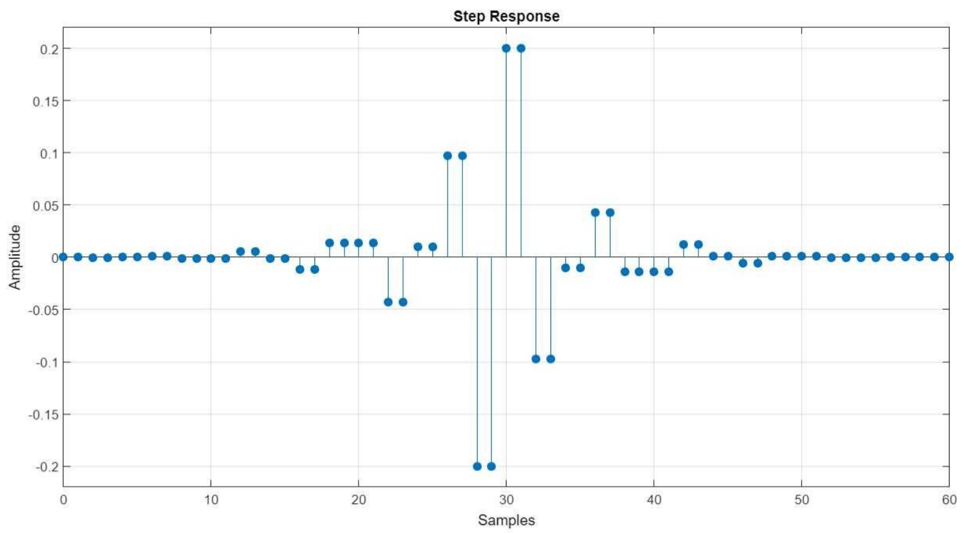

Step Response
Amplitude
Samples

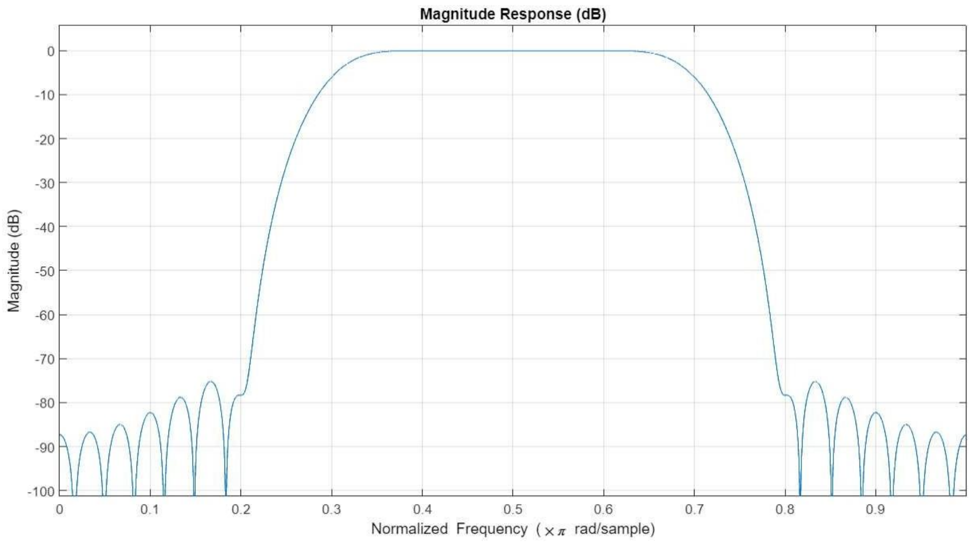

Magnitude Response (dB)
Magnitude (dB)
Normalized Frequency ($\times\pi$ rad/sample)

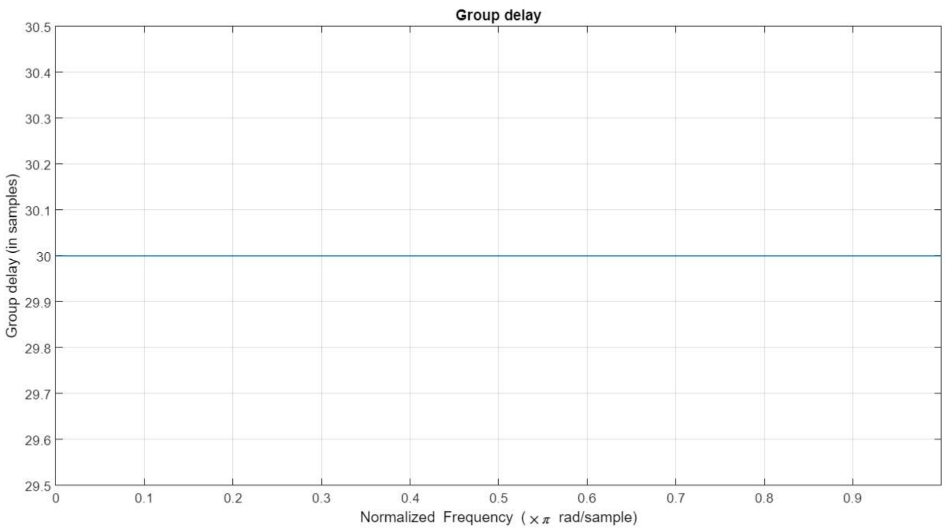


iii) Παράθυρο Blackman



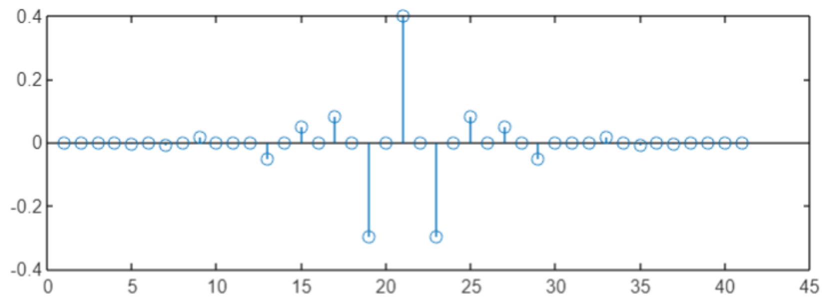


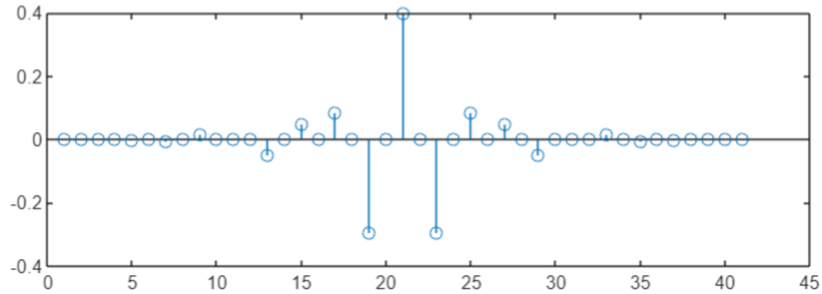




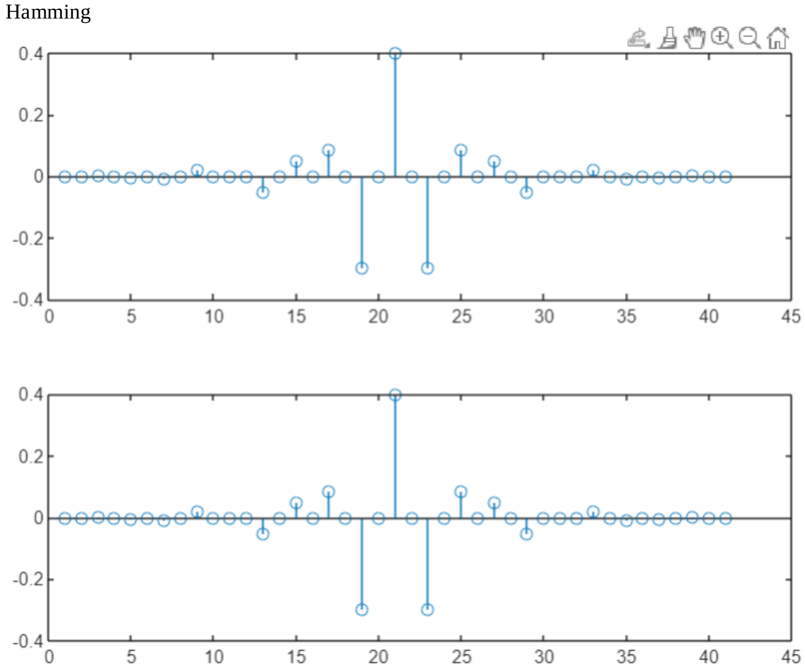
*Στο Α2 ερώτημα, αν χρησιμοποιήσουμε την εντολή stem αντί για plot, θα λάβουμε τα ακόλουθα σχήματα

i) Παράθυρο hann

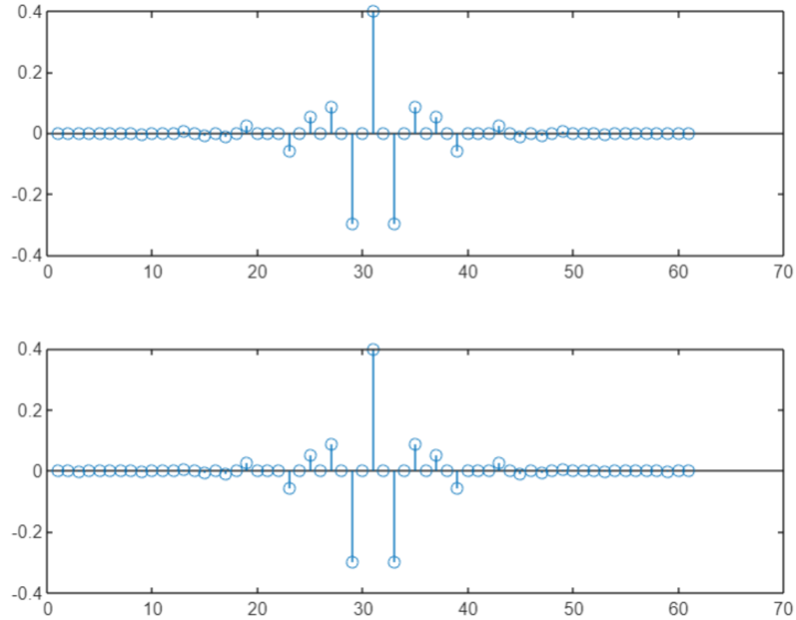




ii) Παράθυρο Hamming



iii) Παράθυρο Blackman



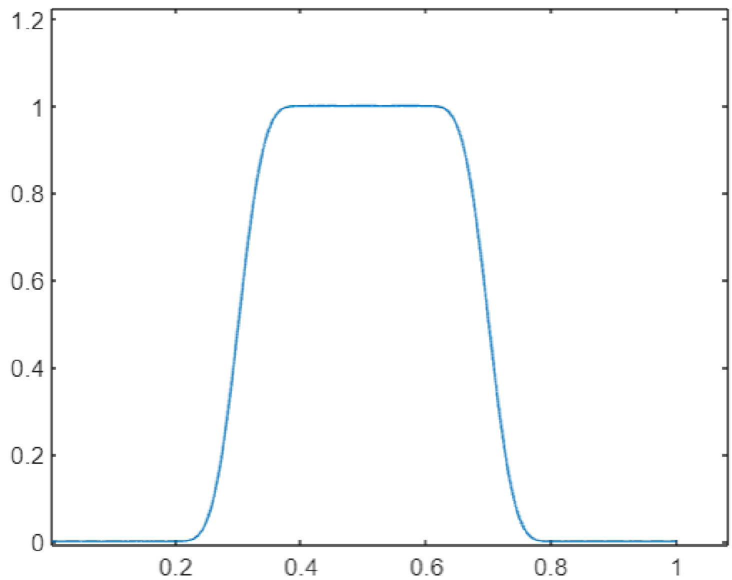
Ερώτημα Α4

Η επέκταση του κώδικα που θα χρειαστούμε για το αυτό το ερώτημα φαίνεται παρακάτω

```
%%% For the A4 question
nw1a=0.2;
nw1b=0.4;
nw2a=0.6;
nw2b=0.8;

nw1 = (0.2 + 0.4)/2;
nw2 = (0.6 + 0.8)/2;

N=8192;
N0=1;
N1=ceil(N/2*nw1a);
N2=ceil(N/2*nw1b);
N3=ceil(N/2*nw2a);
```

```
N4=ceil(N/2*nw2b);
N5=N/2;

%% error function, comes from fft of a filter with a long length
err = fir1(M, [nw1, nw2], wn);
H1=abs(fft(err, N));

E1=[H1(N0:N1), diag(zeros(N2-N1))', abs(1-H1(N2:N3)), diag(zeros(N4-N3))',
Hc(N4:N5)];
f2 = figure;
plot([0:1/(N/2):1-1/(N/2)], H1(1:N/2));
f3 = figure;
plot([0:1/(N/2):1-1/(N/2)], H1(1:N/2));
```

και παρακάτω φαίνεται και το σχήμα που προκύπτει

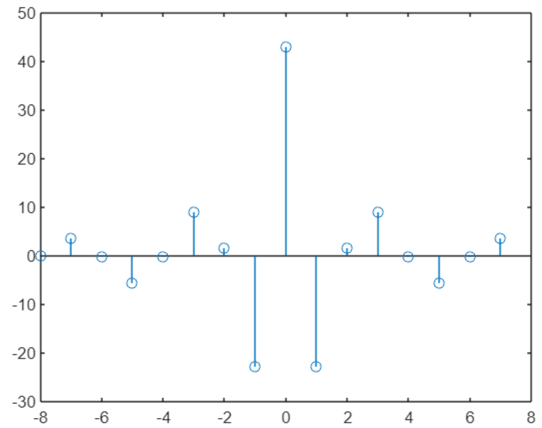


Με την απόκλιση δ να είναι πολύ μικρή (φαίνεται η διαφορά από το 0 και την μπλε γραμμή)

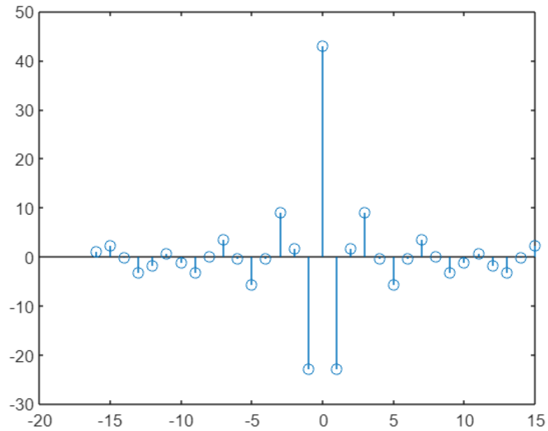
Ερώτημα Β1

Στο συγκεκριμένο ερώτημα παίρνουμε το σήμα που μας δίνεται x[n], και το παραθυρώνουμε, με ένα ορθογώνιο παράθυρο. Αυτή η διαδικασία πραγματοποιείται με γράφοντας τις συναρτήσεις και επίσης προσέχοντας στην συνάρτηση x[n] εφόσον χρησιμοποιήσουμε το sinc, να πολλαπλασιάσουμε το προηγούμενο *1/2, λόγω των συντελεστών.Επίσης θέτουμε την τιμή στο κεντρικό σημείο να είναι ίση με την τιμή της συναρτήσεως συν του 80, το οποίο το παίρνουμε από την κρουσταική απόκριση σε αυτό το σημείο.

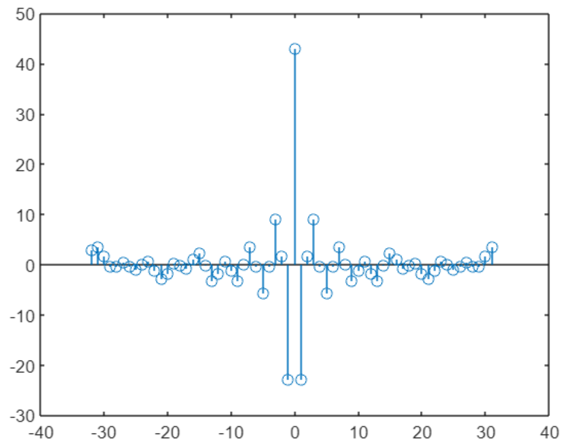
Για L=16:



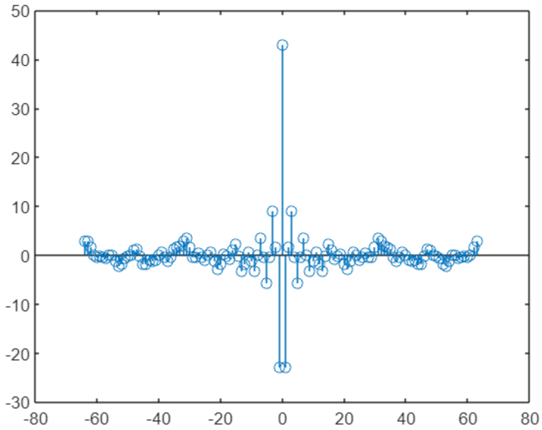
Για L=32:



Για L=64:



Για L=128:



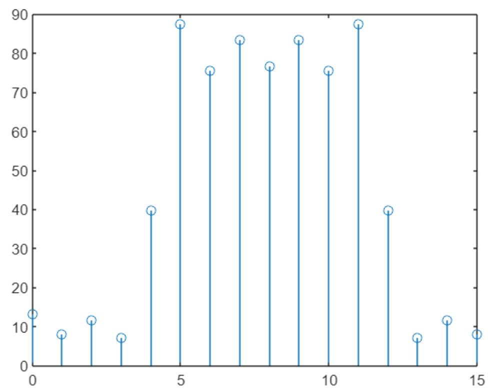
Ο πολλαπλασιασμός των σημάτων μας με τοα ορθογώνια παράθυρα μας δίνει τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις, οι οποίες, όσο παίρνουμε περισσότερα στοιχεία εμφανίζονται πιο πυκνές, βέβαια διατηρούνε την ίδια μορφή.

<u>Ερώτημα Β2:</u>

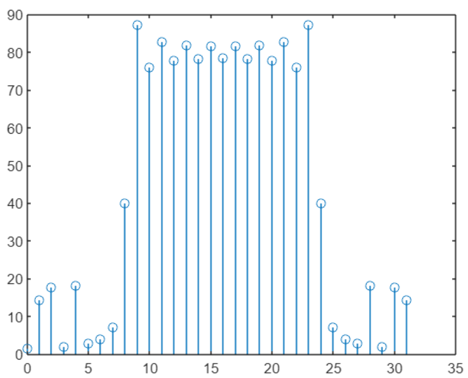
<u>Μέρος 1ο:</u>

Στο συγκεκριμένο ερώτημα έχοντας υλοποιήσει όλα τα παραπάνω απλά κάνουμε τους μετασχηματισμούς DFT, σε απόλυτο.

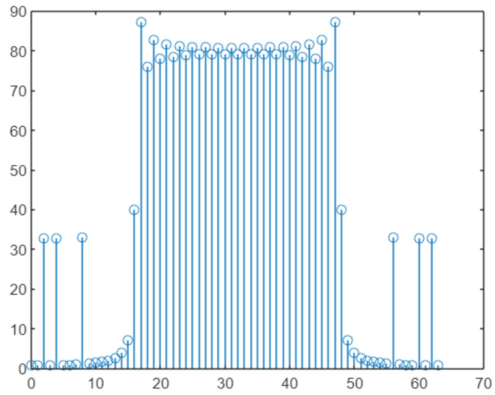
Για L=16:



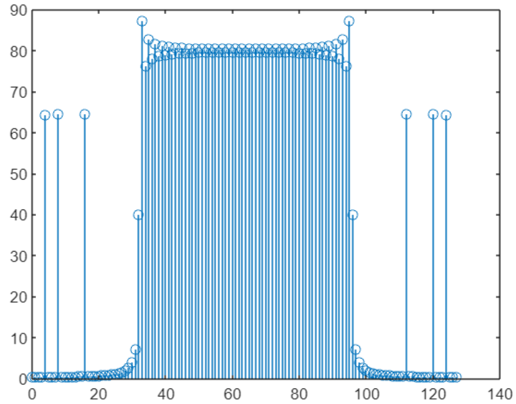
Για L=32:



Για L=64:



Για L=128:

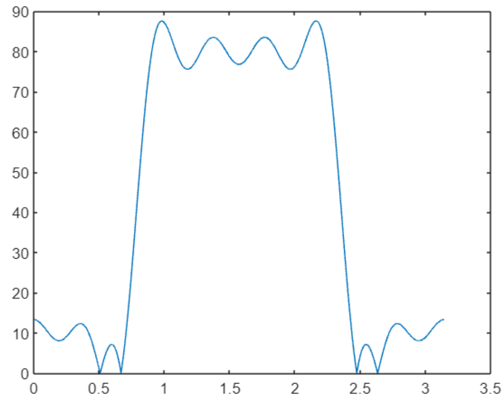


Παρατηρώντας τα παραπάνω σχήματα παρατηρούμε την γραφική απεικόνιση των DFT, των σημάτων μας για διαφορετικά L, με αποτέλεσμα αυτά τα σήματα μας να βγαίνουν πύκνοτερα, όσο περισσότερα στοιχεία παίρνουμε, αλλά το σχήμα να παραμένει στην αρχική του μορφή. Βέβαια παρατηρούμε πως κάποια στοιχεία στα άκρα τα οποία έχουν τιμές, οι τιμές τους είναι μεγαλύτερες όσο αυξάνονται τα στοιχεία.

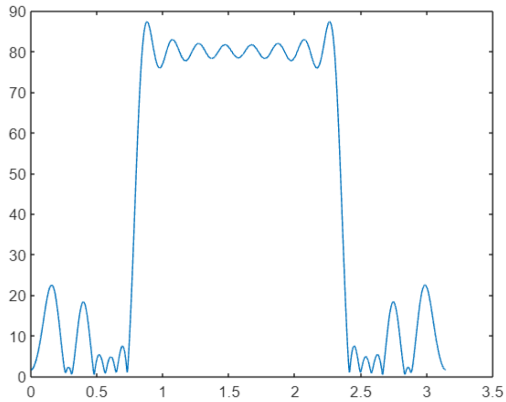
<u>*Ερώτηση Β2*</u>
<u>*Μέρος 2ο*</u>

Σε αυτό το μέρος θα πάρουμε ένα μεγαλύτερο μήκος Ν, με το οποίο θα υλοποιήσουμε την δειγματοληψία του ερωτήματος. Επίσης, θα εμφανίσουμε την γραφική του σχήματος στο διάστημα (0, π), με τον μετασχηματισμό του DFT, όπως στο προηγούμενο μέρος. Επιπλέον εκτελώντας την εντολή plot αντί για την εντολή stem, θα πάρουμε μία συνεχή γραμμή αντί για σημεία.

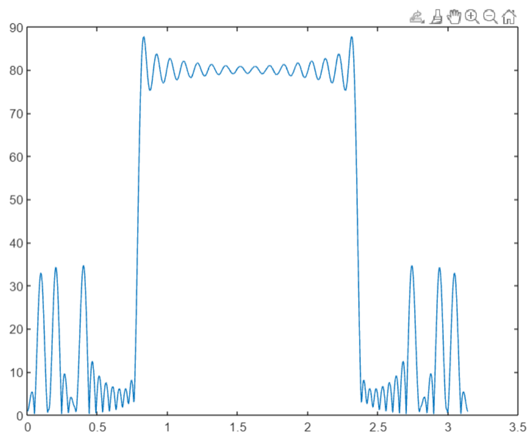
Για L=16:



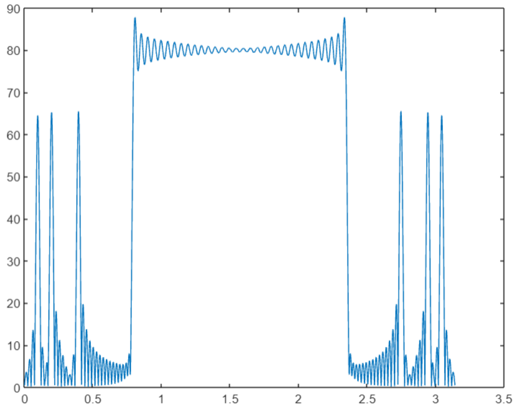
Για L=32:



Για L=64:



Για L=128:



Στα παραπάνω σχήματα παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται το L, παίρνουμε ένα πιο σταθερό σημείο στο κέντρο του σήματος ενώ στα άκρα έχουμε μεγαλύτερες αποκλίσεις από το 0.

Ερώτημα Β3

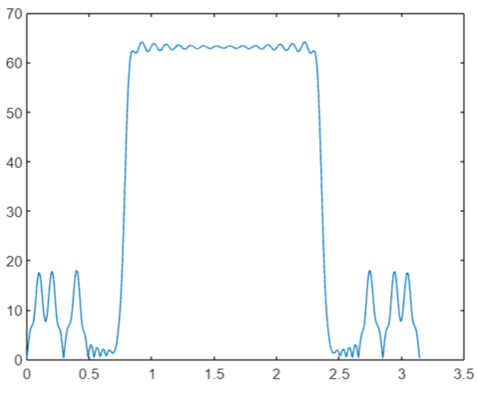
Ισχύει πως έχοντας μήκος DFT N L τα μεγαλύτερα N δίνουν πιο πυκνή δειγματοληψία συχνότητας.

Συνεπώς, το παράθυρο επηρεάζει το αποτέλεσμα στο πεδίο της συχνότητας όσον αφορά την:
♣ ευκρίνεια (resolution), λόγω του εύρους του κύριου λοβού του
♣ "διαρροή" (leakage), λόγω του ύψους των δευτερευόντων λοβών του Π.χ., για ορθογώνιο παράθυρο μήκους L,
♣ Μεγαλύτερα N παρέχουν καλύτερη δειγματοληψία.

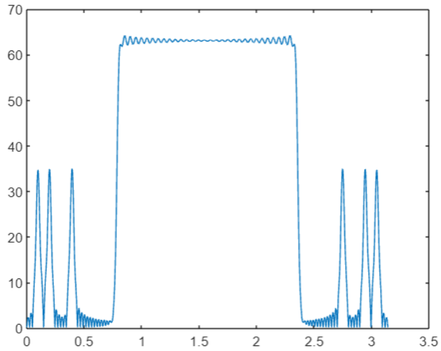
Όπως αναφέραμε και παραπάνω οι γραφικές παραστάσεις οι οποίες έχουν μικρό L και N=L, έχουν μικρά sidelobes, και μικρή ευκρίνεια. Αντίθετα, οι γραφικές παραστάσεις με μεγάλο N και N=L, έχουν ψηλά sidelobes και υψηλή ευκρίνεια.
Τα σήματα τώρα που διαθέτουν N>L, δίνουν πυκνότερη δειγματοληψία, από εκείνα που έχουν N=L, άρα παρέχουν μία καλύτερη και πληρέστερη δειγματοληψία του σήματος μας, οπότε υπάρχει μία καλύτερη ευκρίνεια, αλλά με περισσότερες διαρροές.

Ερώτημα Β4

Σε αυτό το ερώτημα υλοποιούμε ένα δικό μας φίλτρο hamming, για να μπορέσουμε να κάνουμε δειγματοληψία και αρνητικά στοιχεία. Υλοποιούμε στην παραθύρωση αυτή και παίρνουμε τα DFT των παραθύρων.
Για L=64:



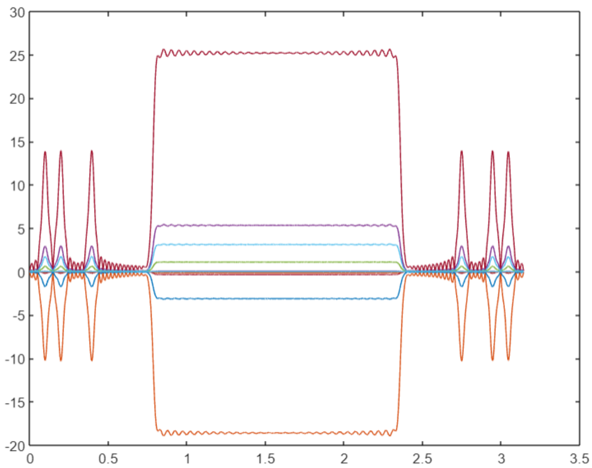
Για L=128:



Οι διαφορές ,οι οποίες παρατηρούμε στο ορθογώνιο και στο παράθυρο Hamming είναι:
♣ Το ορθογώνιο παράθυρο έχει καλύτερο resolution από το Hamming (2 x).
♣ Το παράθυρο Hamming έχει μικρότερο leakage από το ορθογώνιο.
♣ Στην πράξη, αποφεύγουμε το ορθογώνιο παράθυρο λόγω του υψηλού του leakage, οπότε προτιμούμε παράθυρο Hamming

<u>Ερώτημα Β5</u>

Σε αυτό το ερώτημα παρατηρούμε πως το φίλτρο passband, το οποίο έχουμε χρησιμοποιήσει αποκόπτει τις συχνότητες, οι οποίες δεν βρίσκονται ανάμεσα στο διάστημα [0.3, 0.7] και εμφανίζει τις υπόλοιπες συχνότητες που είναι εντός των ορίων της συχνότητας πολλαπλασιασμένες με το σήμα μας από το Β4.



Στο παραπάνω σχήμα διακρίνονται όλες επιτρεπτές συχνότητες που παίρνει το σήμα στο διάστημα [0,π]