

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

Desarrollo del tema.-

- **1. Circuitos reales de corriente alterna.**
- **2. Circuito en serie resistencia – bobina.**
- **3. Circuito en serie resistencia – condensador.**
- **4. Circuito en serie bobina – condensador – resistencia.**
- **5. Circuitos de corriente alterna en paralelo.**
- **6. Circuitos de corriente alterna mixtos.**
- **7. Resolución de circuitos de corriente alterna: Leyes y principios.**
- **8. Circuitos oscilantes.**

- **1. Circuitos reales de corriente alterna.**

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

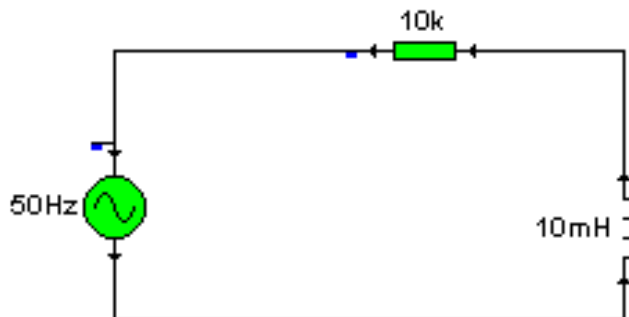
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

En la realidad, no existen receptores lineales; una resistencia óhmica siempre posee una componente inductiva; en los condensadores se produce una disipación de corriente mediante fuga por el dieléctrico que se encuentra entre las armaduras; las bobinas, además de la autoinducción, presenta una cierta resistencia.

Por este motivo, siempre existirán desfases entre la intensidad y la tensión, diferentes a los previstos teóricamente. Por este motivo, se han de estudiar combinaciones de estos elementos (resistencia, bobina y condensador) en serie, paralelo o mixto para conocer el desfase real de la corriente alterna conducida.

● **2. Circuito en serie resistencia – bobina.**

Consideremos el circuito de la figura:



La diferencia de potencial o tensión entre las araduras del generador será :

$$U = U_R + U_L$$

$$U_R = R \cdot I$$

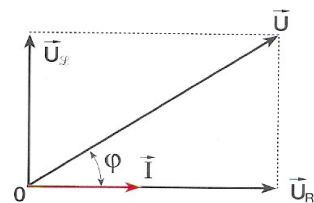
$U_L = X_L I = L\omega j I$;; al sumarse las dos expresiones quedará:

$$U = I (R + L\omega j)$$

$$Z = R + L\omega j$$

De acuerdo con la notación compleja polar : $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$

El argumento será : $\varphi = \arctg \frac{L\omega}{R}$;;

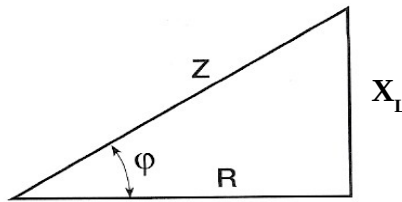


Si utilizamos el diagrama de resistencias, se observa que :

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$Z = \frac{U}{I}$$



En el caso del circuito anterior, $Z = \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2} = 10 \text{ K}\Omega$

$$\varphi = \arctg \frac{L \cdot \omega}{R}$$

Problema 1.- Un circuito RL en serie, está formado por una bobina de 100 mH de autoinducción y una resistencia de 10 Ω . Si se conecta a una fuente de corriente alterna de 220 V y 50 Hz , determinar:

- La caída de tensión que existe en la bobina y en la resistencia.
- El ángulo de desfase.

Datos .- $L = 0,1 \text{ H} ; ; R = 10 \Omega ; ; V_{ef} = 220 \text{ V} ; ; f = 50 \text{ Hz} ; ; \omega = 2 \pi f = 314,15 \text{ s}^{-1}$

Resolución.- a. $Z = \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2} = 32,95 \Omega$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z} = \frac{220}{32,95} = 6,67 \text{ A}$$

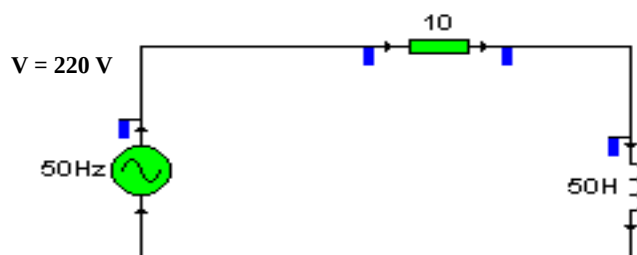
$$U_R = 10 \cdot 6,67 = 66,7 \text{ V}$$

$$U_L = 314,15 \cdot 0,1 \cdot 6,67 = 209,5 \text{ V}$$

$$U = \sqrt{209,5^2 + 66,7^2} = 220 \text{ V}$$

$$\text{b. } \varphi = \arctg \frac{L \cdot \omega}{R} = 72,33^\circ = 72^\circ 20' 5''$$

Problema 2.- Dado el circuito de la figura, determinar gráficamente la intensidad, las tensiones e impedancia.



CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

Resolución.- $X_L = L \cdot \omega = 50 \cdot 2 \pi \cdot 50 = 15,707 \Omega$

$$R = 10 \Omega$$

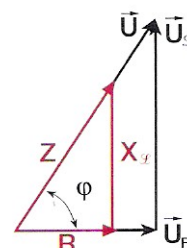
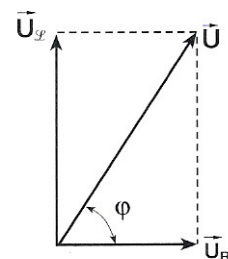
$$Z = \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2} = \sqrt{10^2 + 15,707^2} = 18,62 \Omega$$

$$I = \frac{V_{ef}}{Z} = \frac{220}{18,62} = 11,81 \text{ A}$$

$$U_R = R \cdot I = 10 \cdot 11,81 = 118,1 \text{ V}$$

$$U_{XL} = X_L \cdot I = 185,49 \text{ V}$$

$$U = (118,1 + 185,49 j) \text{ V}$$



Problema 3.- Un circuito en serie de AC está formado por una autoinducción de $1/10 \pi \text{ H}$ y resistencia óhmica despreciable y por dos resistencias de 5Ω y 11Ω respectivamente. La tensión de la red es de 100 V y la frecuencia de 60 Hz . Calcular la lectura del volúmetro conectado entre los bornes de la autoinducción y la resistencia de 5Ω .

Resolución.- $\omega = 2 \pi f = 376,99 \text{ s}^{-1}$

$$X_L = L \cdot \omega = \frac{1}{10 \cdot \pi} \cdot 120 \cdot \pi = 12 \Omega \quad Z = \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20 \Omega$$

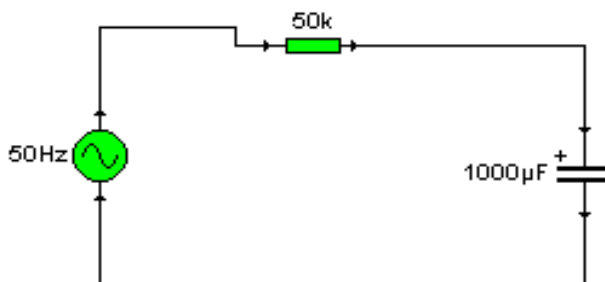
$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z} = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$

$$V_R = R \cdot I_{ef} = 5 \cdot 5 = 25 \text{ V}; V_L = X_L \cdot I_{ef} = 12 \cdot 5 = 60 \text{ V}$$

3. Circuito en serie resistencia – condensador.

Cuando disponemos de una resistencia óhmica en serie con un condensador, la tensión proporcionada por la fuente de alimentación, será la suma vectorial de las tensiones de la resistencia y del condensador.

$$U = U_R + U_{XC}$$



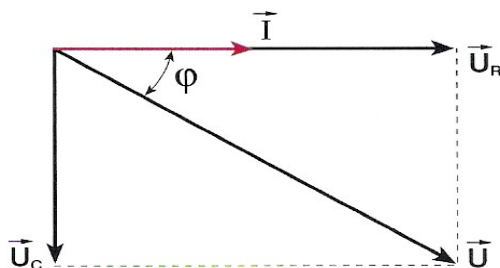
CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

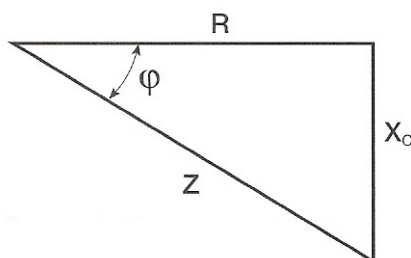
$$U_R = R \cdot I \quad ; \quad U_{XC} = -X_C j \cdot I = - \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot j \cdot I$$

$$U = \left(R - \frac{1}{C \cdot \omega} j \right) I \quad ; \quad Z = R - \frac{1}{C \cdot \omega} j$$

$$\varphi = \arctg \left(- \frac{1}{C \cdot \omega \cdot R} \right) \text{ La representación fasorial es la siguiente:}$$



La representación de las impedancias será la siguiente:



Problema 4.- Un circuito de AC se encuentra alimentado por un generador de 220 V y 50 Hz y se encuentra formado por una resistencia de 25 Ω y un condensador de 100 μF de capacidad, hallar :

- La impedancia equivalente del circuito.
- La intensidad eficaz.
- La tensión en cada uno de los elementos pasivos del circuito.

Resolución.-

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(C \cdot \omega)^2}} = 40,47 \, \Omega \quad ; \quad X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = 31,83 \, \Omega$$

$$I_{ef} = \frac{220}{40,47} = 5,43 \, A \quad ; \quad U_C = 5,43 \cdot 31,83 = 172,8 \, V$$

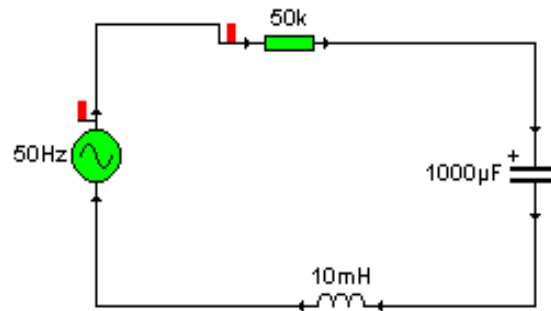
$$U_R = 5,43 \cdot 25 = 135,7 \, V$$

4. Circuito en serie bobina – condensador – resistencia.

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

Se va a estudiar ahora un circuito en serie formado por un condensador, una bobina y una resistencia óhmica.



$$U = U_L + U_C + U_R$$

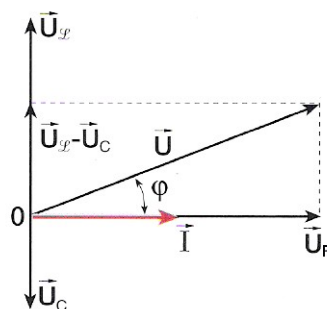
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$U = Z \cdot I \quad ; \quad \varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

Pueden ocurrir los siguientes casos:

1. $X_L > X_C$, la tensión se adelantará a la intensidad φ
2. $X_L < X_C$, la tensión se retrasará a la intensidad φ
3. $X_L = X_C$, $\varphi = 0$ y la intensidad y tensión se encontrarán en fase y el circuito será resonante.

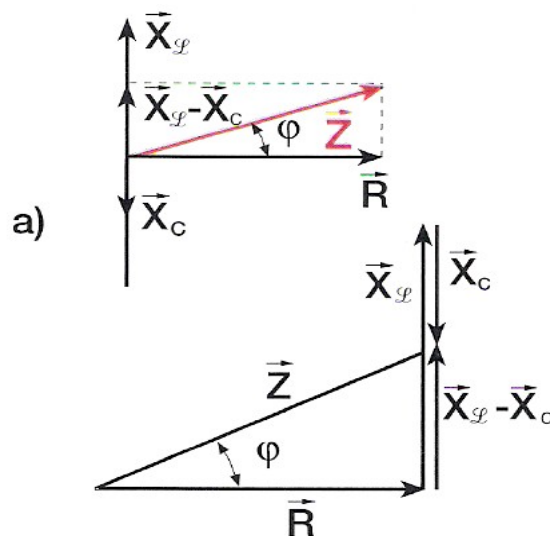
La representación fasorial será:



La representación de las impedancias será la siguiente :

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna



Problema 5.- En un circuito RLC en serie, los elementos pasivos poseen las siguientes características: $R = 15 \, \Omega$, $L = 150 \, \text{mH}$ y $C = 100 \, \mu\text{F}$. Si se aplica una tensión de $220 \, \text{V}$ y $50 \, \text{Hz}$, calcular:

- Los valores de las reactancias inductiva y capacitiva.
- La impedancia del circuito, expresada en forma compleja y polar, así como su módulo.
- La intensidad de la corriente.
- El ángulo de desfase entre la intensidad y la tensión.
- Las caídas de tensión en cada uno de los elementos.
- Expresar gráficamente en el plano complejo de tensiones e intensidad.

Resolución.-

$$a. X_L = L \cdot \omega = 150 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \pi \cdot 50 = 47,123 \, \Omega \quad \longrightarrow \quad X_L = 47,123 \, j \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{0,0001 \cdot 314,15} = 31,83 \, \Omega \quad \longrightarrow \quad X_C = -31,83 \, j \, \Omega$$

$$b. Z = (R + (L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega}) j) \, \Omega = (15 + 15,29 j) \, \Omega$$

$$Z = \sqrt{15^2 + 15,29^2} = 21,41 \, \Omega \quad ;;; \quad \phi = \arctg \frac{15,29}{15} = 45,54^\circ = 45^\circ 32' 54''$$

$$Z_\phi = 21,41_{45,54}$$

$$c.- I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z} = 10,27 \, \text{A}$$

$$d. - U = Z \cdot I = 21,41_{45,54} \cdot 10,27_0 = 220_{45,54}$$

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

La tensión se adelantará a la intensidad $\varphi = 45,54^\circ$

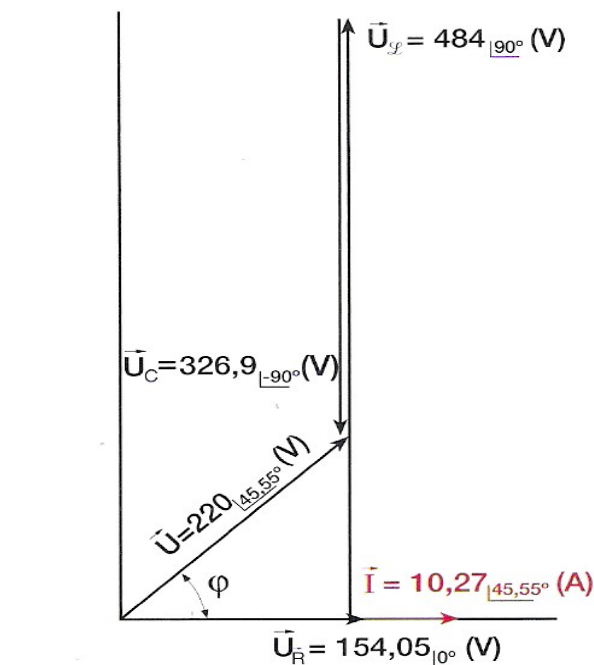
e.- Las caídas de tensión serán:

$$U_R = R \cdot I = 15 \cdot 10,27 = 154,05 \text{ V}$$

$$U_L = X_L \cdot I = 47,123 \cdot 10,27 = 484,90 \text{ V}$$

$$U_C = X_C \cdot I = 31,83 \cdot 10,27 = 326,89 \text{ V}$$

f. La representación gráfica será la siguiente:



5. Circuitos de corriente alterna en paralelo.

Cuando un circuito de corriente alterna soporta varios receptores conectados en paralelo, se puede hacer el cálculo fácilmente utilizando el concepto de admitancia.

La admitancia es el cociente entre la intensidad que circula a través de una rama y la tensión aplicada en sus extremos.

$$Y = \frac{I}{U}$$

$$Y = \frac{1}{Z} \angle -\varphi = \frac{1}{Z} \angle \Psi$$

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

Si la impedancia $Z = R + Xj$

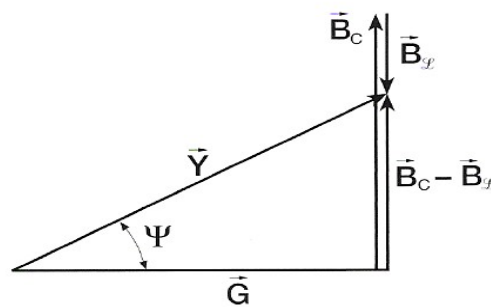
La admitancia $Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + Xj}$, multiplicando y dividiendo por el conjugado y separando los sumandos se obtiene:

$$Y = \frac{R}{Z^2} - \frac{X}{Z^2} j$$

El primer término recibe el nombre de conductancia (G) y el segundo se le asigna el nombre de susceptancia (B)

$$Y = G + B j$$

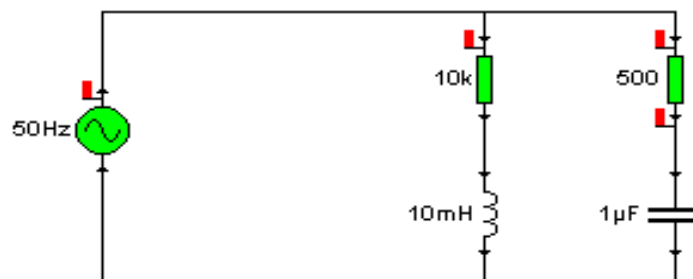
En la siguiente representación aparece el triángulo e las admitancias:



Triángulo de admitancias:

- a) en un circuito inductivo ($\psi = -\varphi < 0$);
- b) en uno capacitivo ($\psi = -\varphi > 0$).

La utilización de las admitancias nos permite resolver fácilmente los circuitos de corriente alterna en paralelo, puesto que la intensidad total será la suma de las intensidades de las ramas y la admitancia total será la suma de las admitancias de cada una de las ramas.



Cuando se conectan dos impedancias en paralelo la impedancia total será :

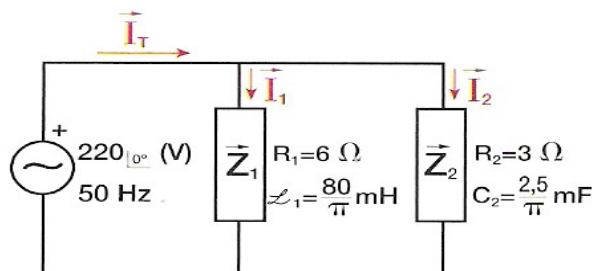
CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Problema 6.- En el siguiente circuito, calcular:

1. Impedancia equivalente.
2. Intensidad total.
3. Intensidad que absorbe cada impedancia.



$$Z_1 = 6 + 8 j$$

$$Z_2 = 3 - 4 j; \quad Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = 50 \angle 9,84_{23,9} = 5,08 \angle -23,9 \Omega$$

$$Z_1 = 10_{53,13} \quad ; \quad Z_2 = 5_{-53,13}$$

$$Z_1 + Z_2 = 9 + 4 j = 9,84_{23,9}$$

b. La intensidad $I = \frac{220/0}{5,08/-23,9} = 43,3_{23,9} \text{ A}$

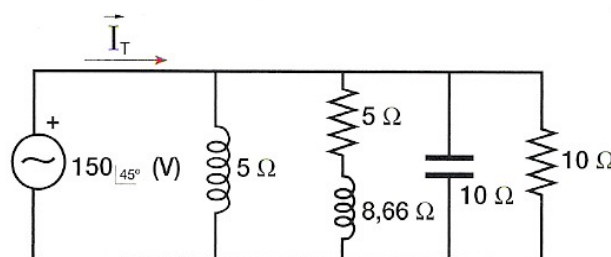
c. $I_1 = \frac{220/0}{10/53,13} = 22_{-53,13} \text{ A} = 13,2 - 17,6 j \text{ A}$

$$I_2 = \frac{220/0}{5/-53,13} = 44_{53,13} \text{ A} = 26,4 + 35,2 j \text{ A}$$

Se puede comprobar que $I = I_1 + I_2$

Problema 7.- Hallar la impedancia y admitancia equivalente del circuito de la figura y obtener la intensidad que suministra el generador.

Resolución.-



$$Y_1 = \frac{1}{L \cdot \omega} = 0,2_{-90} \quad Y_2 = 0,1$$

$$Y_3 = 0,1_{90} \quad Y_4 = 0,1_0$$

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$Y_1 = -0,2 j \quad ; ; \quad Y_2 = 0,05 - 0,086 j \quad Y_3 = 0,1 j \quad ; ; \quad Y_4 = 0,1$$

$$Y_T = \Sigma Y = 0,15 - 0,182 j \quad ; \quad Y = 0,235_{-50,50} \text{ (S)}$$

$$Z = 1/Y = 4,25_{50,50} \Omega$$

$$I = \frac{150/45}{4,25/50,50} = 35,29_{-5,5} \text{ A}$$

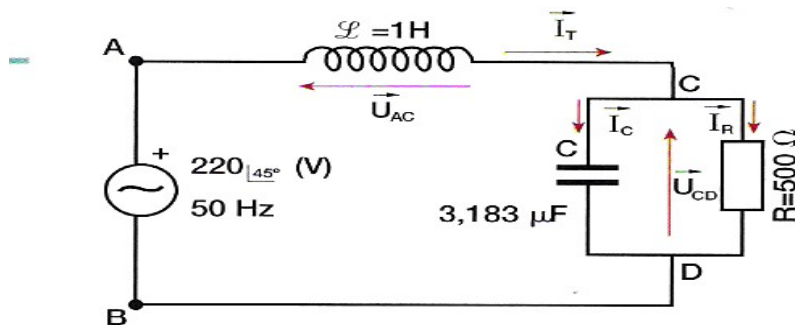
6. Circuitos de corriente alterna mixtos.

En este caso los elementos pasivos se conectan en serie y en paralelo. Para ello, se calcula las asociaciones en derivación, mediante las admitancias y se calculan por impedancias los elementos en serie.

Como ejemplo estudiaremos el siguiente circuito:

Problema 8.- Dado el circuito de la figura, calcular:

- La impedancia equivalente del circuito.
- La intensidad total de corriente.
- Las caídas de tensión parciales.
- Las intensidades de corriente que circula por cada rama.



a. Se calcula la impedancia de la bobina y el condensador.

$$X_L = L \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f = 314,15 \Omega \quad X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} = 1000 \Omega$$

$$\overline{X}_L = 314 j \Omega ; ; \overline{X}_C = -1000 j \Omega$$

Se procede a calcular la admitancia en la asociación en paralelo.

$$\overline{Y}_R = \frac{1}{500} ; ; \overline{Y}_C = \frac{j}{1000} ; ; \overline{Y}_T = \overline{Y}_R + \overline{Y}_C = 2 \cdot 10^{-3} + 10^{-3} j = (2,23 \cdot 10^{-3})_{26,5}^{\circ}$$

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$\bar{Z} = \frac{1}{\bar{Y}} = \frac{1}{(2,23 \cdot 10^{-3})_{26,5^\circ}} = 448,4_{-26,5^\circ}$$

$$Z_T = 399,17 - 203,5j + 314j = 399,17 + 110,5j = 414_{17^\circ}$$

La intensidad será :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220/45}{414/17} = 0,53_{28} \text{ A}$$

$$\text{Las caídas de tensión serán : } U_{AC} = 314_{90} \cdot 0,53_{28} = 166,42_{118} \text{ V}$$

$$U_{CD} = 448_{-30} \cdot 0,53_{28} = 237,4_{-2} \text{ V}$$

$$\text{Comprobar que } U = U_{CD} + U_{AC}$$

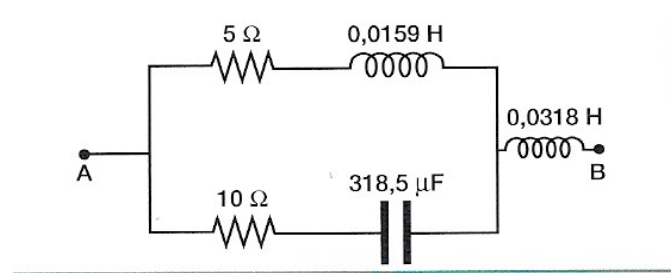
Las intensidades de cada rama serán:

$$I_C = \frac{U}{Z} = \frac{237,4/-2}{1000/-90} = 0,237_{88} \text{ A}$$

$$I_R = \frac{U}{Z} = \frac{237,4/-2}{500/0} = 0,474_{-2} \text{ A}$$

$$\text{Comprobar que } I = I_R + I_C$$

Problema 9.- Determinar la tensión que se debe de aplicar entre A y B, con una frecuencia de 50 Hz , para que por el condensador circule una corriente de 20 A.



Resolución.-

$$X_L = L \omega = 0,0159 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 5 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = 10 \Omega \quad Z_1 = 5 + 5j = 7_{+45} \quad Z_2 = 10 - 10j = 14_{-45}$$

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{7/45} = 0,142_{-45} = 0,10 - 0,10j$$

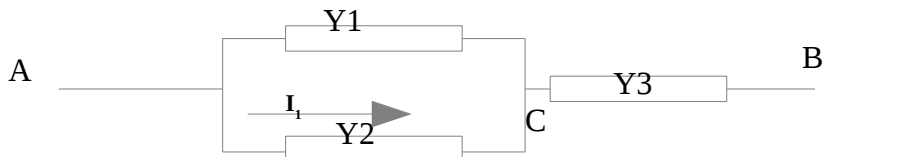
CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{14/-45} = 0,071_{45} = 0,05 + 0,05j$$

$$X_L = 0,0318 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \omega = 10 \Omega \quad X = 10j, \quad Y_3 = \frac{1}{10/90} = 0,1_{90} = -0,1j \text{ (S)}$$

Al final el esquema es el siguiente:



$$U_{AC} = I_2 \cdot Z_2 = 20_0 \cdot 14_{-45} = 280_{-45} = 200 - 200j \text{ (V)}$$

$$I_1 = Y_1 U_{AC} = 0,1414_{-45} \cdot 280_{-45} = -40j \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 20 - 40j \text{ A}$$

$$U_{CB} = I \cdot Z = 44,7_{-63} \cdot 10_{90} = 447_{26,5} \text{ V}$$

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} = 200 - 200j + 400 + 200j = 600 \text{ V}$$

7. Resolución de circuitos de corriente alterna: Leyes y principios.

Para resolver los circuitos de corriente alterna, se recurre a las mismas reglas y principios que en los circuitos de DC con muy pequeñas modificaciones.

Aplicaremos las siguientes reglas :

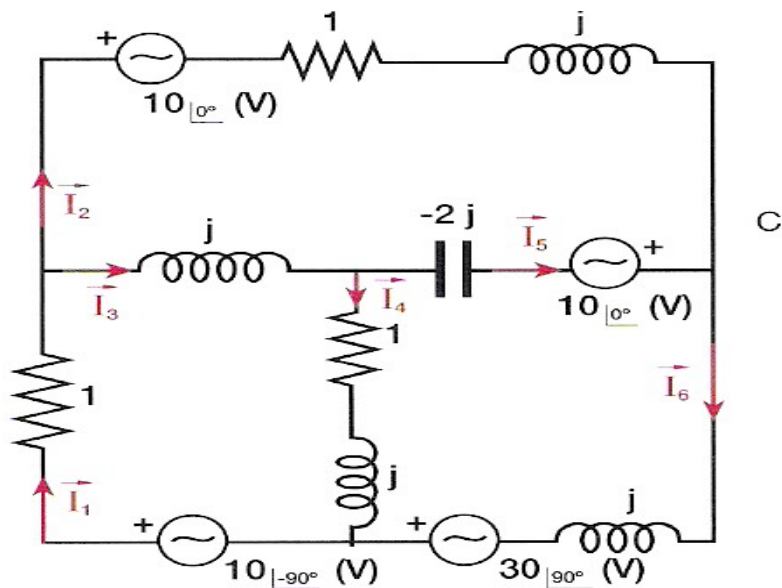
1. Leyes de Kirchhoff. En este caso aplicaremos las leyes ya descritas:

$$\Sigma I = 0 \quad ;;; \quad \Sigma \xi = \Sigma I \cdot Z$$

Aplicaremos las leyes de Kirchhoff al siguiente circuito:

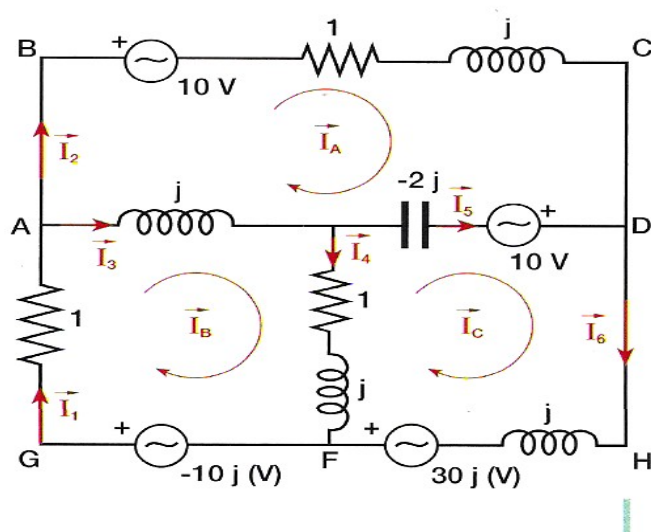
Problema 10.- Determinar la intensidad que pasa por cada rama en el circuito siguiente :

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna



Es un circuito que posee las siguientes mallas:

$$m = r - n + 1 = 6 - 4 + 1 = 3 \text{ mallas.}$$



Aplicamos las tres ecuaciones de las mallas:

Malla 1 .- $I_A (1 + j - 2j + j) - I_B j + I_C 2j = -10 - 10 = -20$

$$I_A - j I_B + 2 j I_C = -20$$

Malla 2 .- $I_B (2 + 2j) - j I_A - (1 + j) I_C = -10 j$

Malla 3 .- $I_C (1 + 2j - 2j) - I_B (1+j) - I_A (-2j) = 10 + 30 j$

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$I_A - j I_B + 2 j I_C = -20$$

$$-j I_A + (2+2j) I_B - (1+j) I_C = -10 j$$

$$2 j I_A - (1+j) I_B + I_C = 10 + 30 j$$

Los datos obtenidos al resolver este sistema será:

$$I_B = 0,28 - 8,29 j \text{ (A)} \quad ; \quad I_A = -5 - 1,5 j \text{ (A)} \quad ; \quad I_C = 10,6 + 13,4 j \text{ (A)}$$

$$I_1 = I_B = 0,28 - 8,29 j \text{ (A)} \quad ; \quad I_3 = I_B - I_A = 0,28 - 8,29 j - (-5 - 1,5 j) = 5,28 - 6,79 j \text{ (A)}$$

$$I_2 = I_A = -5 - 1,5 j \text{ (A)} \quad ; \quad I_4 = I_B - I_C = 0,28 - 8,29 j - (10,6 + 13,4 j) = -10,32 - 21,69 j \text{ (A)}$$

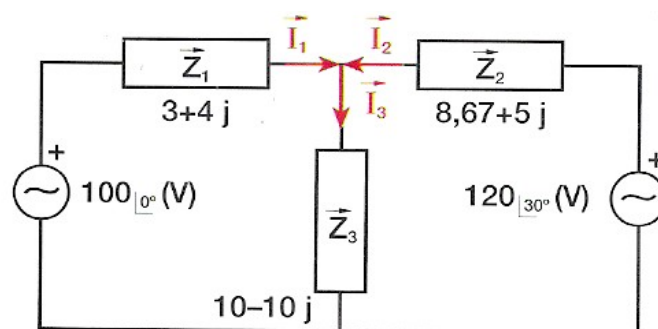
$$I_5 = I_C - I_A = 10,6 + 13,4 j - (-5 - 1,5 j) = 15,6 + 14,9 j \text{ (A)}$$

$$I_6 = I_C = 10,6 + 13,4 j \text{ (A)}$$

2. Principio de superposición.-

Si en una red existen varios generadores, las tensiones y las corrientes en todos los elementos se obtienen sumando vectorialmente las producidas por cada generador actuando independientemente y prescindiendo de los demás. Las fuentes de tensión se sustituyen por cortocircuitos y las corrientes por circuitos abiertos.

Problema 11.- Determinar las intensidades que atraviesan cada una de las ramas en el circuito siguiente:

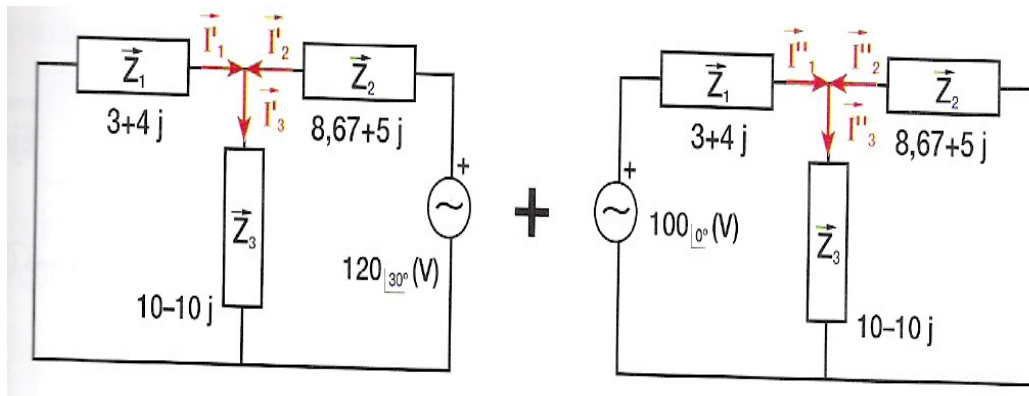


Según el principio de superposición, el circuito anterior es la suma de los dos siguientes :

Circuito 1

Circuito 2

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna



Circuito 1 .- nº Mallas = 2

$$\text{Malla 1 .- } 120_{30} = (8,67+5j) I'_2 + (10 - 10j) I'_3$$

$$\text{Malla 2 .- } 0 = (3 + 4j) I'_1 + (10 - 10j) I'_3$$

$$\text{Nudo 1 .- } I'_3 = I'_1 + I'_2$$

Al resolver el sistema se obtiene $I'_2 = 8,05 \angle -1^\circ (\text{A}) = 8,05 - 0,14j (\text{A})$

$$120_{30} = 8,05 \angle -1^\circ \cdot 10_{30} + 14,14 \angle -45^\circ I'_3$$

$$103,9 + 60j = 80,5_{29} + 14,14 \angle -45^\circ I'_3$$

$$103,9 - 70,40 + 60j - 39,02j = 33,5 + 21j = 39,5_{28,2} = 14,14 \angle -45^\circ I'_3$$

$$I'_3 = 2,79_{73,2} = 0,80 + 2,67j (\text{A})$$

$$0 = (3 + 4j) I'_1 + (10 - 10j) I'_3$$

$$5_{53} I'_1 + 14,14 \angle -45^\circ \cdot 2,79_{73,2} = 0 \quad I'_1 = -7,8 \angle -24,8^\circ = -7,08 + 3,27j (\text{A})$$

Circuito 2 .- nº Mallas = 2

$$\text{Malla 1 .- } 120_0 = (3 + 4j) I''_1 + (10 - 10j) I''_3$$

$$\text{Malla 2 .- } 0 = (8,67 + 5j) I''_2 + (10 - 10j) I''_3$$

$$\text{Nudo 1 .- } I''_3 = I''_1 + I''_2$$

Al resolver el sistema se obtiene :

$$I''_2 = -6,6 \angle -51,2^\circ = -4,13 + 5,14j (\text{A})$$

$$0 = 10_{30} \cdot -6,6 \angle -51,2^\circ + 14,14 \angle -45^\circ I''_3$$

$$I''_3 = 4,66_{23,8} (\text{A}) = 4,26 + 1,88j (\text{A})$$

$$120 = 5_{53} \cdot I''_1 + 14,14 \angle -45^\circ \cdot 4,66_{23,8} = 5_{53} \cdot I''_1 + 65,89 \angle -21,20^\circ$$

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$120 - 62,27 + 21,53 j = 5_{53} \cdot I'_{1} = 57,73 + 21,53 j$$

$$I''_{1} = 12,32_{30,20} \text{ A} = 11 + 6,16 j \text{ (A)}$$

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = -7,08 + 3,27 j + 11 + 6,16 j = 4 + 9,4 j \text{ (A)}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 8,05 - 0,14 j - 4,13 + 5,14 j = 3,92 + 5 j \text{ (A)}$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 0,80 + 2,67 j + 4,26 + 1,88 j = 5 + 4,55 j \text{ (A)}$$

3. Teoremas de Thévenin y Norton.

El teorema de Thévenin se puede enunciar de la siguiente forma:

Una red con dos terminales es equivalente a un generador de tensión de fuerza U_0 e impedancia interna Z_{eq} .

U_0 representa la diferencia de potencial entre los terminales cuando entre ellos no se conecta impedancia alguna.

Z_{eq} . Impedancia equivalente entre ambos terminales al cortocircuitar todas las fuentes de tensión de la red y abrir todas las fuentes de corriente.

El teorema de Norton establece:

Una red conectada con dos terminales es equivalente a una fuente de intensidad I_0 en paralelo con la impedancia Z_{eq} , siendo:

I_0 la intensidad de corriente que circula al cortocircuitar los terminales.

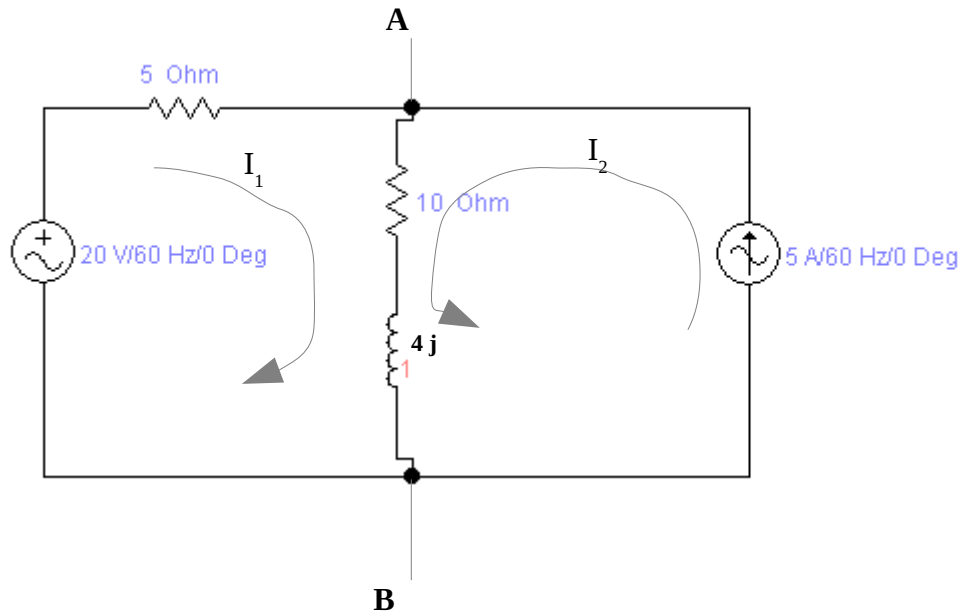
Z_{eq} es la impedancia equivalente entre dichos terminales al cortocircuitar todas las fuentes de tensión de la red y abrir todas las fuentes de corriente.

$$I_0 = \frac{U}{Z}$$

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

Problema 12.- Determinar el valor de U entre los puntos A y B, en el siguiente circuito:



En primer lugar, se determina $Z_{eq} = \frac{5 \cdot (10 + 4j)}{5 + 10 + 4j} = 3,47_{6,9} \Omega$

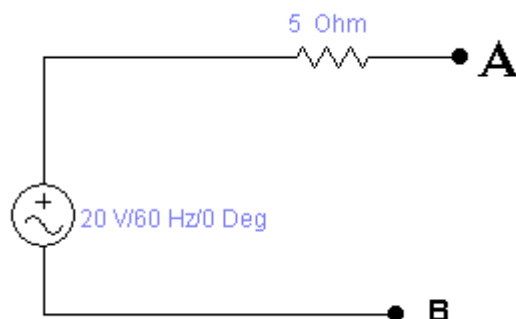
Aplicamos en primer lugar el teorema de mallas:

$$\text{Malla 1.- } 20_0 = (5 + 10 + 4j) I_1 + 5_0 (10 + 4j) ;; \quad I_1 = 2,32_{-160,93} A = -2,19 - 0,75j (A)$$

$$U_{AB} = 20_0 - I_1 \cdot 5_0 = 20_0 + 2,318,7 \cdot 5_0 = 20 + 10,89 + 3,68j = 30,89 + 3,68j =$$

$$U_{AB} = 31,20_{6,79} (V)$$

Aplicamos el Teorema de Thévenin:
Cortocircuito entre AB

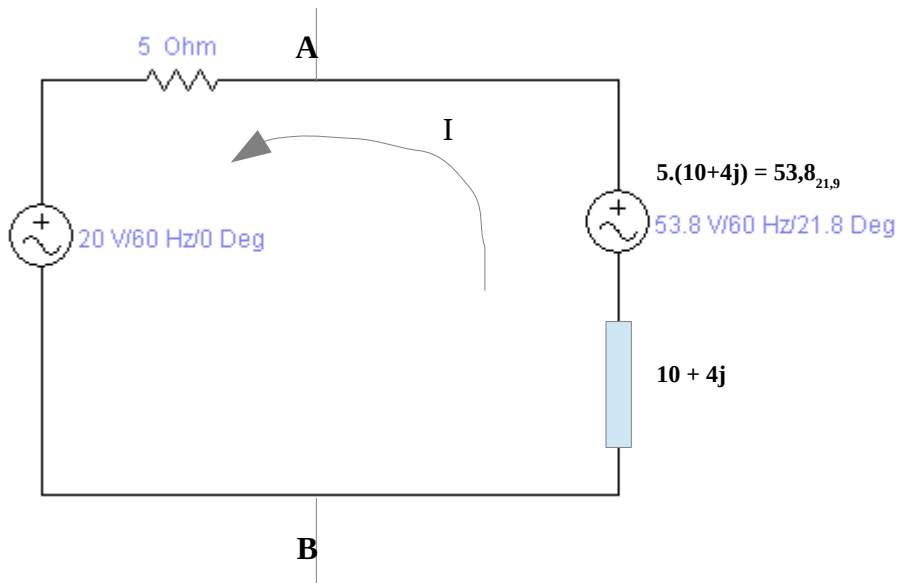


CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$0 = U - I \cdot Z = 20 - 5I \rightarrow I = \frac{20}{5} = 4_{0^\circ} A; ; I_N = 4 + 5 = 9_{0^\circ} A; ; U_{AB} = I_N \cdot \overline{Z}_{eq} = 9_{0^\circ} \cdot 3,47_{6,9^\circ} = 31,23_{6,9^\circ} V$$

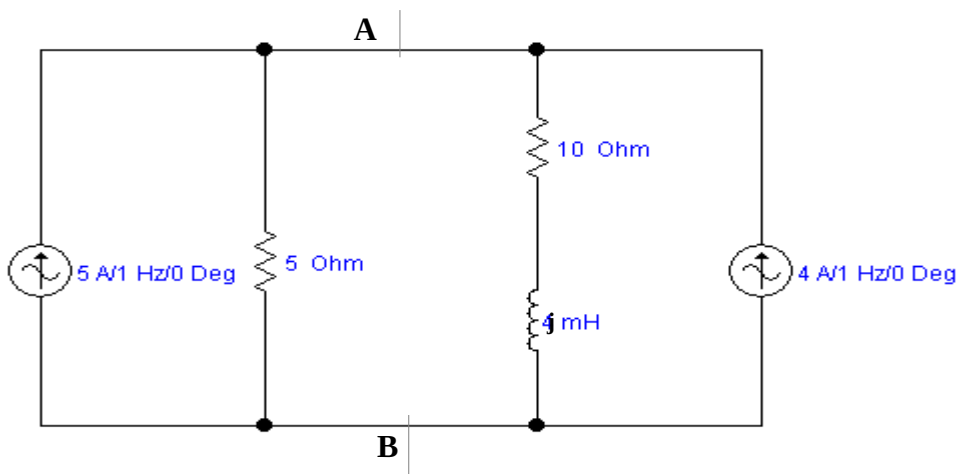
Circuito equivalente de tensión.-



$$I = \frac{-20_{0^\circ} + 53,8_{21,8^\circ}}{5 + 10 + 4j} = \frac{-20 + 50 + 20j}{15 + 4j} = \frac{30 + 20j}{15 + 4j} = \frac{36,05_{37,4^\circ}}{15,5_{16,59^\circ}} = 2,3_{20,8^\circ} A$$

$$U_{AB} = 20 + 5_{0^\circ} \cdot 2,3_{20,8} = 20 + 11,5_{20,8} = 20 + 11 + 3,6j = 31 + 3,6j = 31,2_{7,36^\circ} V$$

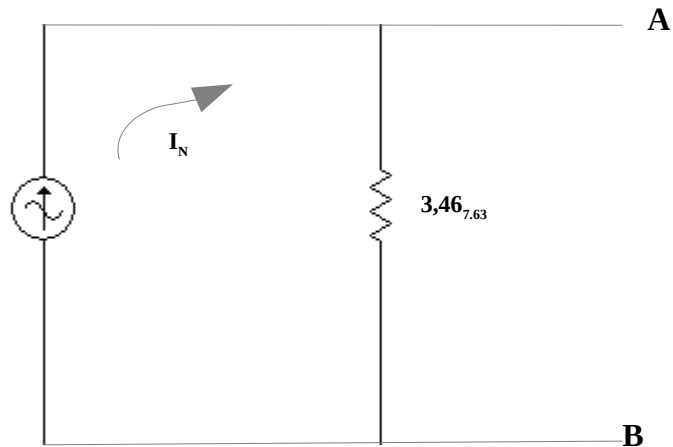
Circuito equivalente de intensidades:



CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$\bar{Z} = \frac{5(10+4j)}{5+10+4j} = \frac{53.85_{24.22^\circ}}{15.52_{16.59^\circ}} = 3.46_{7.63^\circ} \Omega ; ; U_{AB} = \bar{I} \cdot \bar{Z} = 9 \cdot 3.46_{7.63^\circ} = 31.14_{7.63^\circ} V$$

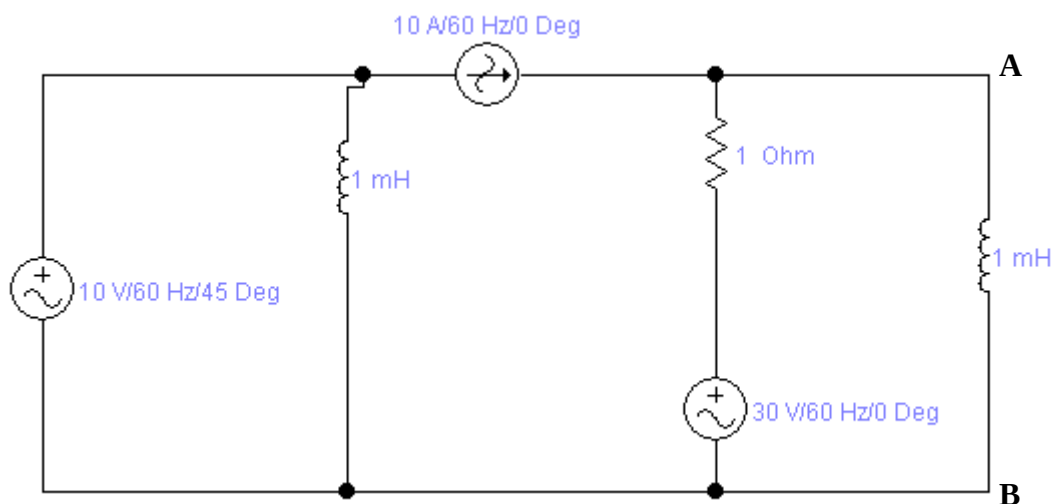
El equivalente de Norton :



$$I_N = 9 A ; ;$$

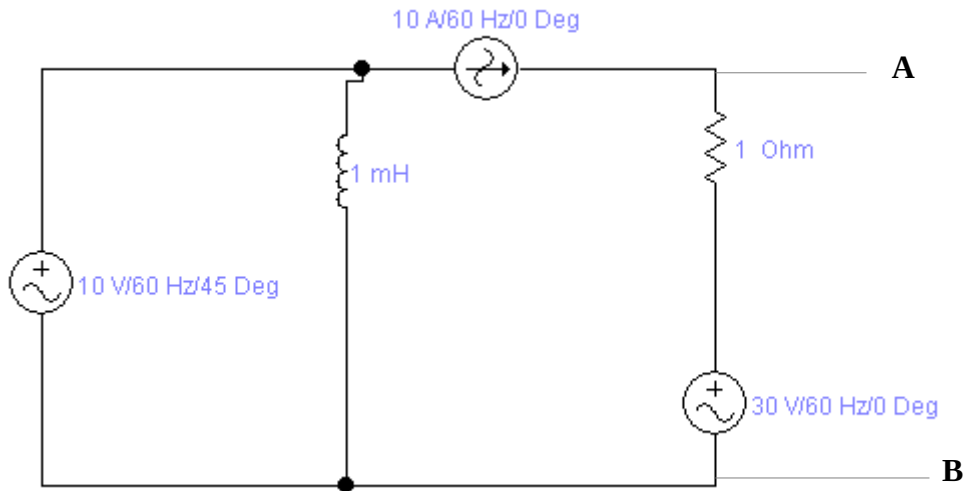
$$U_{AB} = 9 \cdot 3.46_{7.63} = 31.23_{7.63}(V)$$

Problema 13.- Determinar el valor de la Intensidad de la rama AB y la tensión existente entre esos dos puntos, del siguiente circuito de AC :



Se aplica en primer lugar el teorema de Thévenin:

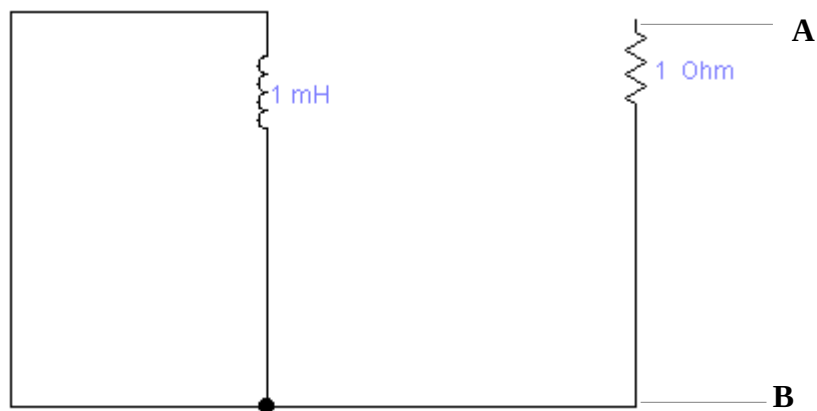
CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna



Calculamos la tensión $U_{AB} = 30 + 10 \cdot 1 = 40 \text{ V}$

Esa tensión es la equivalente de Thévenin.

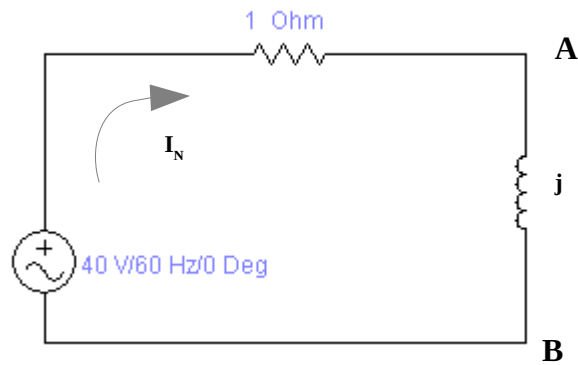
Para calcular la Z_{equ} determinamos el valor de la impedancia eliminando todas las fuentes de tensión e intensidad:



$$Z_{\text{equ}} = 1 \, \Omega$$

El circuito equivalente será :

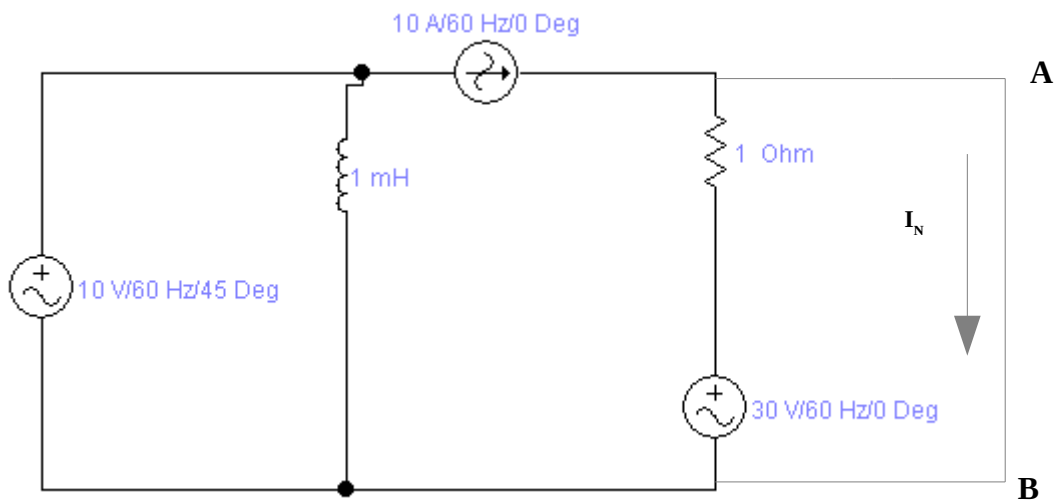
CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna



$$I_N = \frac{40/0}{1+j} = \frac{40/0}{1,41/45} = 28,3_{-45} \text{ A}$$

$$U_{AB} = 28,3_{-45} \cdot 1_{90} = 28,3_{45} \text{ V}$$

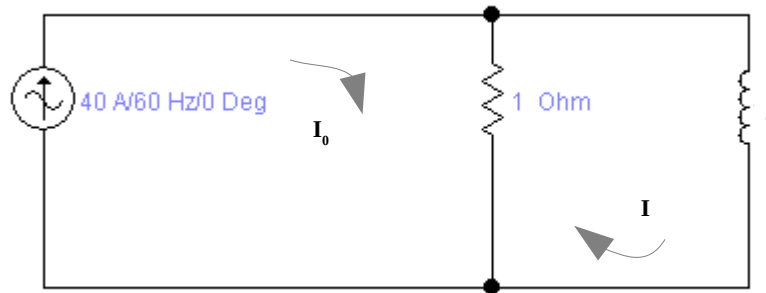
Aplicando el teorema de Norton:



$$0 = 30 + 1 (10 - I_N) \quad ; \quad I_N = 40_0 \text{ A}$$

$Z_{eq} = 1 \Omega$; el circuito equivalente de Norton será :

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna



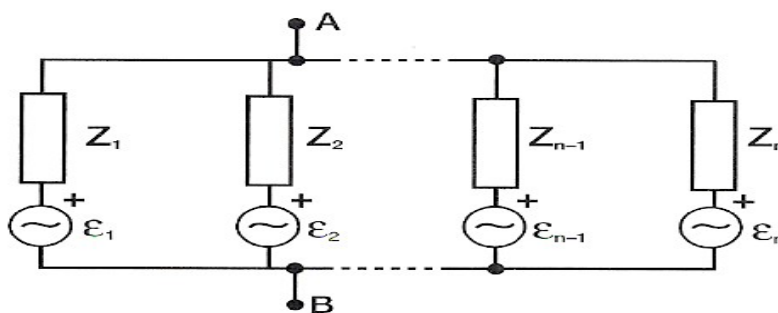
$$I \cdot 1_{90} = (I_0 - I) \cdot 1 \quad ; \quad I = \frac{40/0}{1,41/45} = 28,28_{-45} \text{ A}$$

Teorema de Millman.-

El teorema de Millman nos indica que la diferencia de potencial entre dos nudos cualesquiera de una red conectados por un cierto número de ramas es igual a la suma de los productos de las fuerzas electromotrices por las admitancias de cada rama dividida por la suma de las admitancias:

$$U_{AB} = \frac{\sum (Y_i \cdot \epsilon_i)}{\sum Y_i}$$

El circuito es el siguiente:

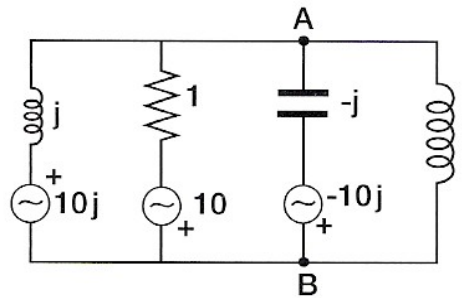


Como ejemplo realizaremos el siguiente problema:

Problema 14.- Dado el circuito de la figura, aplicando el teorema de Millman, determinar la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna



Aplicando el teorema de Millman:

$$\sum \bar{Y}_i \cdot \xi_i = \left(\frac{1}{j}\right) \cdot 10j + 1 \cdot (-10) + \left(\frac{1}{-j}\right) \cdot (10j) = 10 - 10 + (j) \cdot (10j) = 10 - 10 - 10 = -10$$

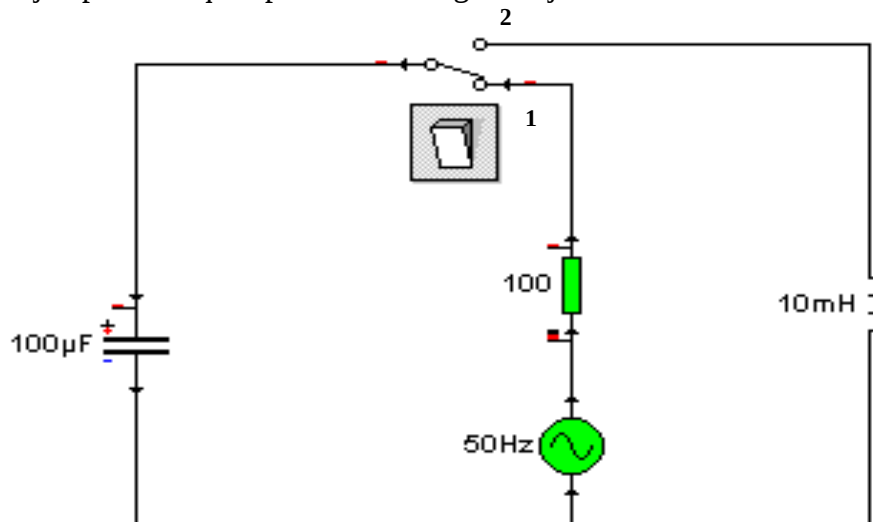
$$\sum \bar{Y}_i = -j + 1 + j = 1; U_{AB} = \frac{-10}{1} = -10 \text{ V}; \bar{U}_{BA} = 10 \text{ V}; \bar{I} = \frac{10_0}{1_{90}} = 10_{-90}^\circ \text{ A}$$

8. Circuitos oscilantes.

Los circuitos oscilantes son aquellos que poseen una bobina y un condensador. En ellos se produce de forma cíclica una interconversión entre las energías eléctrica y magnética almacenadas en el condensador y en la bobina, respectivamente.

En el siguiente esquema se aprecia este fenómeno.

El ejemplo es el que aparece en la figura adjunta:



Los pasos son los siguientes:

- El conmutador se encuentra en posición 1 y la fuente carga al condensador
- En posición 2 el condensador se descarga en las bobinas, disminuyendo la energía y la

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

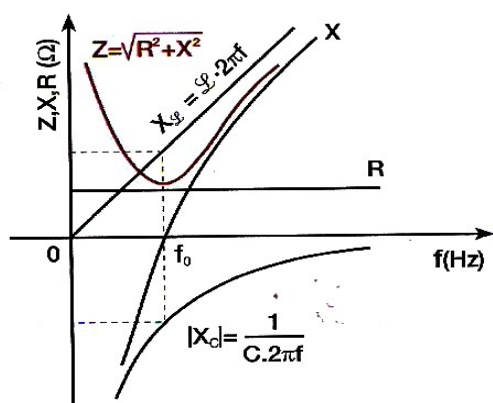
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

- energía almacenada en el condensador, se transfiere a la bobina .
- c. Cuando el condensador se descarga, se vuelve a polarizar con polaridad opuesta , aumentando la tensión entre las armaduras del condensador con polaridad opuesta, adquiriendo energía a expensas de la bobina.
- d. El fenómeno se repite cíclicamente.

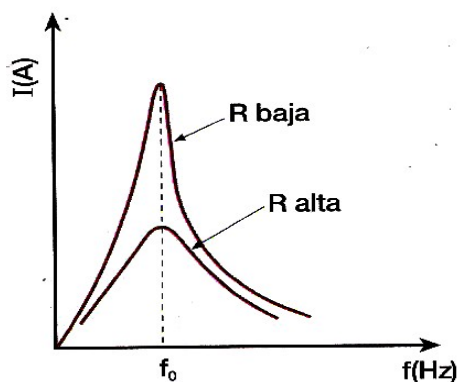
Si se conecta a los bornes de la bobina los terminales de un osciloscopio, se puede observar como la tensión varía periódicamente de acuerdo a una frecuencia f_0 , disminuyendo su amplitud hasta eliminarse (oscilación amortiguada) . La resistencia óhmica del circuito las energías eléctrica y magnética del condensador y de la bobina, transformándose en calor a causa del efecto Joule.

Para evitar la amortiguación, es necesario comunicar desde el exterior la energía disipada en la resistencia, mediante un generador de tensión cuya frecuencia sea la misma que la propia del circuito. En este caso la onda se encuentra en resonancia (es la frecuencia de resonancia f_0)

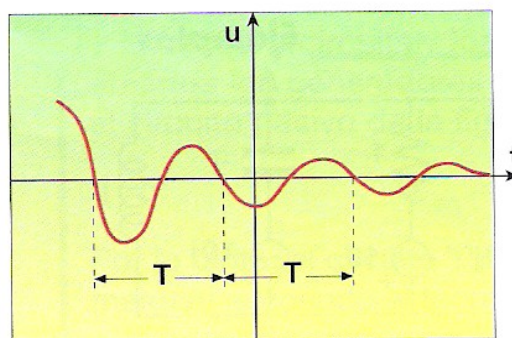
Los circuitos resonantes pueden ser en serie o en paralelo.



Circuito resonante en serie.
Variación de las reactancias y de la impedancia con la frecuencia.



Circuito resonante en serie.



Oscilograma

Onda amortiguada.

Resonancia en serie.

Si en un circuito RLC en serie se va aumentando la frecuencia aplicada, la reactancia en la bobina será :

$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \pi f$$

por lo tanto aumenta.

La reactancia en la capacidad, disminuirá :

$$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}$$

En un determinado instante en donde :

$$X_L = X_C$$

La impedancia del circuito será:

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

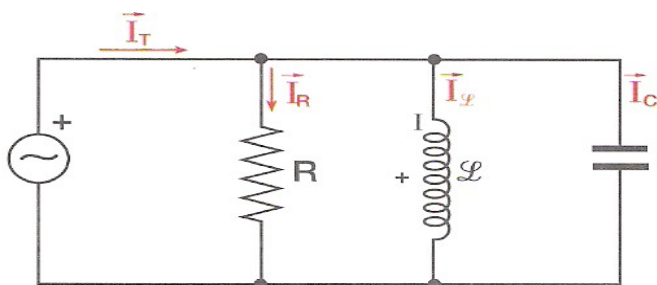
$$Z = R \quad \text{y} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} ;$$

Circuito resonante en serie. Variación de la intensidad con la frecuencia.

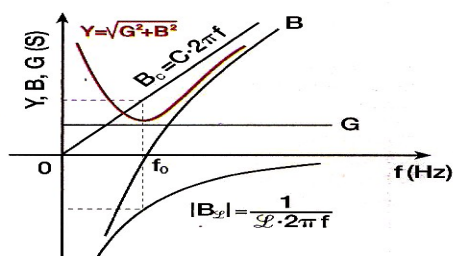
$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

En un circuito resonante en serie, las tensiones en la bobina y en el condensador, son Q veces mayores que la tensión aplicada, llamándose este parámetro, Q como factor de calidad. Es una resonancia de tensión.

Resonancia en paralelo.-



Si en un circuito RLC, en paralelo, se alimenta con una fuente de alimentación constante, se varía la frecuencia hasta conseguir que los valores absolutos de la susceptibilidad inductiva B_L inductiva y la capacitiva B_C , se igualan, el circuito se encuentra en resonancia.

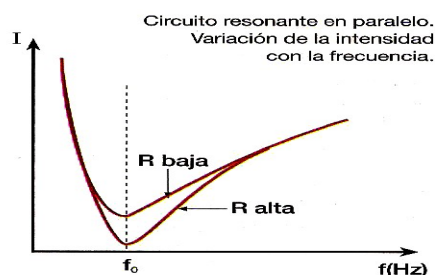


Circuito resonante en paralelo. Variación de las susceptancias y de la admitancia con la frecuencia.

$$B_L = \frac{1}{L \cdot \omega} = B_C = C \cdot \omega$$

La frecuencia es exactamente igual que la fórmula de Thomson :

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$



Circuito resonante en paralelo. Variación de la intensidad con la frecuencia.

En un circuito resonante en paralelo, la impedancia alcanza un valor máximo, que corresponde a un mínimo de la admitancia y las corrientes en la bobina y en el condensador son iguales y de fase opuesta, siendo Q (factor de calidad) veces mayores que la corriente total. En estas condiciones, alcanza un valor mínimo ya que corresponde tan sólo la que pasa por la resistencia óhmica. En las resonancias paralelas se producen extracorrientes

tanto en la bobina como en el condensador. Es la resonancia de corriente.

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

Cuando RLC en serie se encuentra en resonancia su impedancia es pequeña. En el caso de que sea en paralelo la impedancia es elevada. .

La resonancia en serie es un dispositivo que favorece la transmisión de una señal senoidal de corriente a una frecuencia determinada cuando la excitación es una tensión senoidal. Un circuito resonante en paralelo bloquea dicha señal. Debido a esto, el circuito resonante en paralelo se le llama también circuito antirresonante, circuito tanque o circuito tapón.

Problema 15.- Un generador de 50 Hz y de 220 V de fuerza electromotriz eficaz, proporciona corriente a un circuito en el que se encuentran asociadas en serie una resistencia de 5 Ω, una bobina de 1 H y un condensador de capacidad C . Determinar la capacidad C del condensador para que se encuentre en resonancia. ¿Cuáles serán las tensiones de la bobina y del condensador?.

Resolución.- $X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \pi f = 1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314,15 \Omega = X_C$

$$X_C = \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} \quad ; \quad X_C = X_L \quad ; \quad C = 10,13 \mu F$$

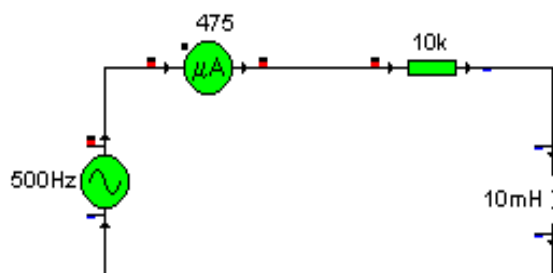
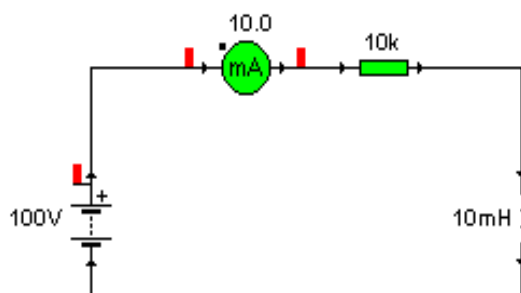
$$I_e = \frac{U_{ef}}{R} = \frac{220}{5} = 44 A$$

$$U_C = U_L = X_C \cdot I = 314,15 \cdot 44 = 13838 V$$

Proporciona una tensión de V = 220 V una tensión de U = 13838 V, peligrosa.

El factor de calidad será : $Q = \frac{13838}{220} = 62,9$

Problema 16.- En el circuito de la figura, se sabe que :



- Si la fuente es de DC con V = 100 V y el amperímetro marca 100 A.
- Si la fuente de alimentación es AC de 100 V y f = 50 Hz

Si aplicamos a la bobina una tensión alterna de 100 V y 100 Hz de frecuencia ¿cuál será la lectura del amperímetro?

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia

Tema 10.- Circuitos de corriente alterna

Resolución.-

$$R = \frac{100}{100} = 1 \, \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2} = \frac{100}{50} = 2$$

$$L = 5,51 \cdot 10^{-3} \, \text{H}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2} = 3,60 \, \Omega$$

$$I = \frac{100}{3,60} = 27,7 \, \text{A}$$

Problema 17.- En el circuito de la figura la tensión de alimentación es de 220₄₅(V) y las impedancias conectadas en paralelo son $Z_1 = 6 + 6j \, \Omega$, $Z_2 = 3 + 4j \, \Omega$, calcular :

- La impedancia total.
- La admitancia total.
- La intensidad total.

Resolución.-

$$Z_1 = 8,48_{45} \, \Omega \quad ; \quad Z_2 = 5_{53,1} \, \Omega$$

$$Y = Y_1 + Y_2 = 0,117_{-45} + 0,2_{-53,1}$$
$$Y = 0,082 - 0,082j + 0,12 - 0,16j = 0,202 - 0,242j = 0,31_{-50} \, (\text{S})$$

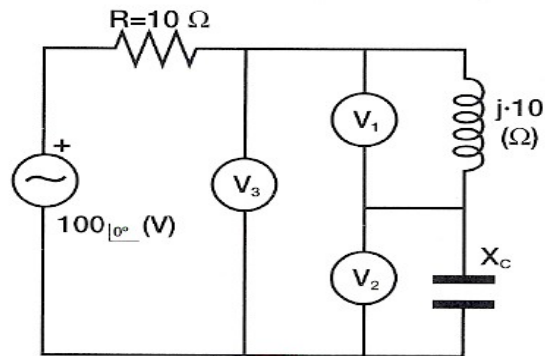
$$Z = 1/Y = 3,2_{50} \, \Omega$$

$$I = V/Z = \frac{220/45}{3,2/50} = 68,7_{-5} \, (\text{A})$$

Problema 18 .- En el circuito de la figura la lectura del voltímetro V3 es cero cuando la pulsación de la fuente es de 100 rad/s . Determinar:

- Las lecturas V1 y V2
- Si aumenta la pulsación en 200 rad/s ¿Cuáles serán las lecturas de los tres aparatos de medida?.

CIDEAD. 2º Bachillerato. Electrotecnia
Tema 10.- Circuitos de corriente alterna



En el primer caso se encuentra el circuito en resonancia:

$$X_C = L \omega = 10 \quad ; \quad L = 10 / 100 = 0,1 \text{ H}$$

$$10 = \frac{1}{C \cdot \omega} \quad ; \quad C = 1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$$

$$V_1 = 100_{90} \text{ V} \quad ; \quad V_2 = 100_{-90} \text{ V} \quad ; \quad I = 10 \text{ A}$$

Segundo caso .- $X_C = 5 \Omega \quad ; \quad X_L = 20 \Omega \quad ; \quad Z = 10 + 15j = 18_{56,3} \Omega$

$$I = 5,55_{-56,3} \text{ A} \quad ; \quad U_R = R \cdot I = 55,5_{-56,3} \text{ V}$$

$$U_L = X_L I = 111_{33,7} \text{ V} = V_1$$

$$U_C = X_C I = 27,75_{-146,3} \text{ V} = V_2$$

$$V = (X_L + X_C) I = 15_{90} \cdot 5,55_{-56,3} = 83,25_{33,7} \text{ V}$$