

Capítulo 2: Algoritmia Elemental

1. Introducción

Este capítulo establece los fundamentos para analizar algoritmos, centrándose en su **eficiencia y correctitud**.

Se introduce la idea de que no basta con que un algoritmo sea correcto; también debe ser eficiente en tiempo y espacio.

2. Problemas y Ejemplares

- **Problema computacional:** Descripción general de una tarea a resolver.
Ejemplo: ordenar una lista de números.
- **Ejemplar (instancia):** Caso concreto del problema.
Ejemplo: la lista [5, 2, 9] es un ejemplar del problema de ordenación.

Un algoritmo debe funcionar correctamente para **todos los ejemplares válidos** del problema.

3. Eficiencia de los Algoritmos

La eficiencia se mide en términos de:

- **Tiempo de ejecución** (número de operaciones básicas).
- **Espacio en memoria** (cantidad de almacenamiento requerido).

La eficiencia depende del **tamaño del ejemplar**:

Ejemplo: ordenar 10 números vs. 10,000 números.

4. Análisis de "Caso Medio" y "Caso Peor"

- **Caso peor:** El peor escenario posible para un algoritmo.
Ejemplo: en una búsqueda lineal, cuando el elemento no está en la lista.
- **Caso medio:** Rendimiento promedio bajo ciertas suposiciones sobre las entradas.

El **caso peor** es el más utilizado en análisis teórico por ofrecer un **límite superior garantizado**.

5. ¿Qué es una Operación Elemental?

Son operaciones básicas con tiempo constante, como:

- Asignaciones
- Comparaciones
- Sumas

Ejemplo: en un algoritmo de búsqueda, cada comparación cuenta como operación elemental.

El análisis mide la **cantidad total de estas operaciones**.

6. ¿Por qué Buscar la Eficiencia?

Razones clave:

- Problemas grandes requieren eficiencia para ser resueltos en tiempo razonable.
- Aplicaciones críticas no toleran algoritmos lentos (ej. medicina, aviación).
- Los recursos (CPU, RAM) son **limitados**.

7. Ejemplos de Algoritmos Clásicos

a) Cálculo de Determinantes

- Usa un método recursivo basado en cofactores.
- Complejidad factorial en el peor caso → **ineficiente para matrices grandes**.

b) Algoritmos de Ordenación

- **Selección:** compara todos los elementos → $O(n^2)$.
- **Insertión:** eficiente en listas casi ordenadas.

c) Multiplicación de Enteros Grandes

- Método clásico: $O(n^2)$.
- **Karatsuba:** más eficiente, $O(n^{1.585})$.

d) Algoritmo de Euclides (MCD)

- Usa divisiones sucesivas.
- Complejidad: $O(\log n)$.

e) Sucesión de Fibonacci

- **Recursivo:** $O(2^n)$, muy ineficiente.

- **Iterativo:** $O(n)O(n)O(n)$.
- Se introduce **memoización** para mejorar.

f) Transformada de Fourier

- Se menciona la **FFT (Fast Fourier Transform)**, clave en procesamiento de señales.

8. ¿Cuándo está Especificado un Algoritmo?

Un algoritmo está bien definido si:

- Las **entradas y salidas** están claramente descritas.
- Cada paso es **no ambiguo y ejecutable**.
- Termina tras un **número finito de pasos**.

Ejemplo: el pseudocódigo de Euclides cumple con estos requisitos.

9. Problemas y Referencias

El capítulo concluye con ejercicios como:

- Implementar y comparar algoritmos de ordenación.
- Analizar variantes de Fibonacci y su complejidad.

Incluye referencias a textos avanzados sobre teoría de algoritmos y complejidad.

Este capítulo es clave porque:

- Introduce el **análisis riguroso de algoritmos**.
- Presenta ejemplos fundamentales para técnicas futuras (como **divide y vencerás**, **programación dinámica**).
- Enfatiza que **la elección del algoritmo depende del problema y los recursos disponibles**.