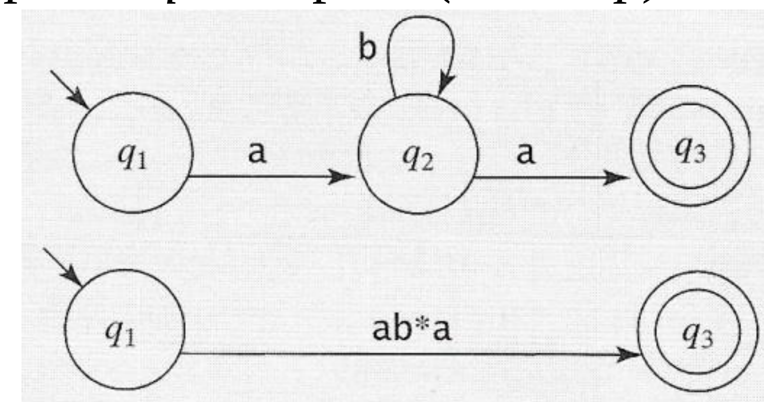
Bahasa Reguler

Kuliah Teori Bahasa dan Automata
Program Studi Ilmu Komputer
Fasilkom UI

Prepared by:
Suryana Setiawan

FSM → Ekspresi Reguler

- Ide dasar:
  - Generalisasi transisi ((p, α), q): transisi dari p ke q dengan string x, $x \in L(\alpha)$, dan α ekspresi reguler, dan
  - Jika antara p dan q terdapat r *(*state *rip)*



  - "Mengubah" dengan menghilangkan setiap state rip dari M secara step-by-step FSM M, hingga menjadi mesin M', terdiri status mulai s, dan status menerima q_f, dan transisi general ((s, α), q_f).

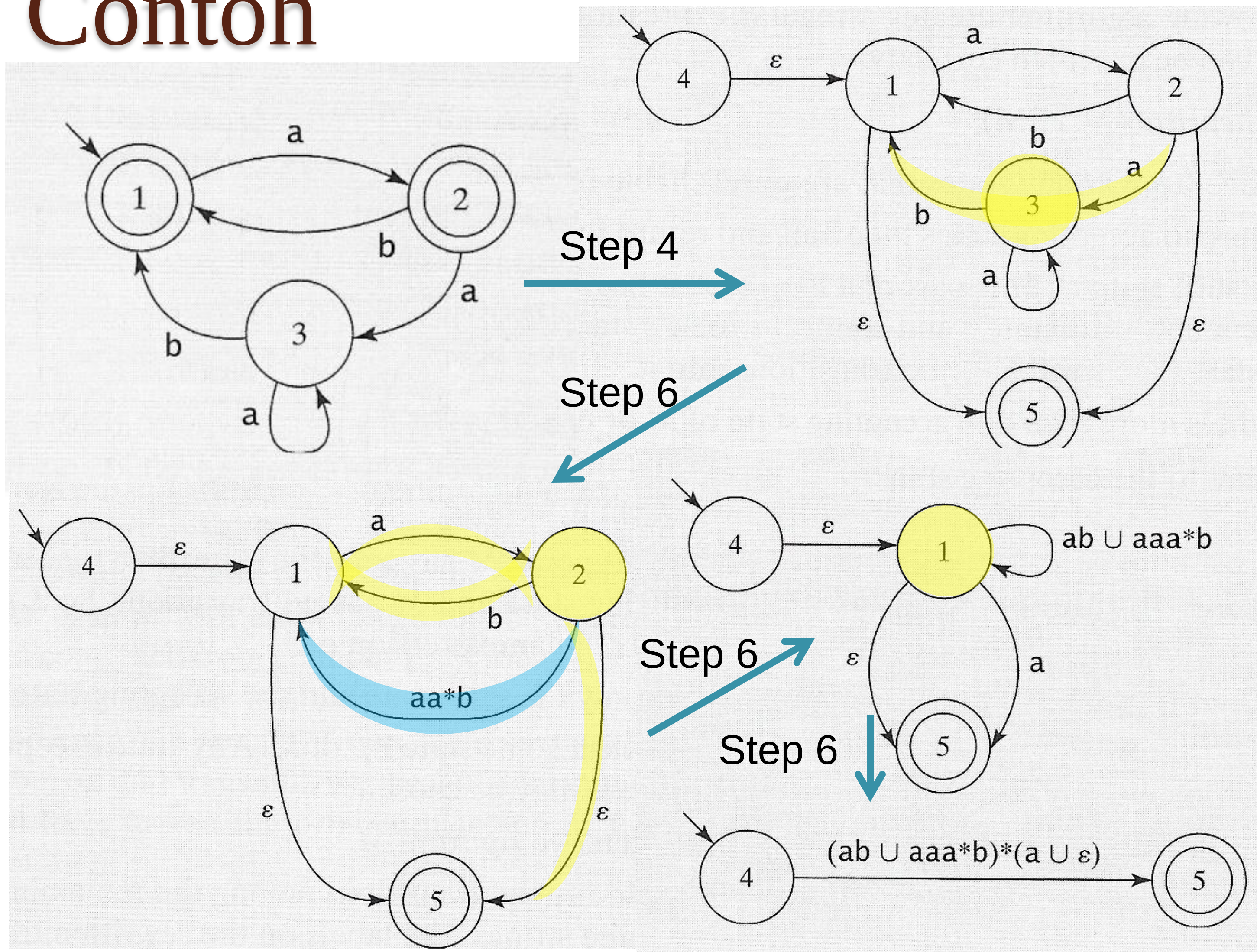
Algoritma Heuristik

1. Hapus dari *M* status-status yang unreachable dari *s*.
2. Jika *M* tidak memiliki accepting state halt, ekspresi reguler → ∅.
3. Jika start state berada dalam loop, buat start state baru s dan koneksi s ke start state semula via transisi-ε
4. Jika (|A| > 1) atau (|A| = 1, tdp transisi keluar darinya), buat accepting state baru q_F, koneksi setiap acc state lama ke q_F, dan ubah *accepting state* lama menjadi state biasa.
5. Jika, disini *M* hanya memiliki satu state (yang mrpk start state dan accepting state) , dan *M* tidak memiliki transisi, halt dan ekspresi reguler → ε
6. Lakukan…. (next page).

Algoritma Heuristik (lanjutan)

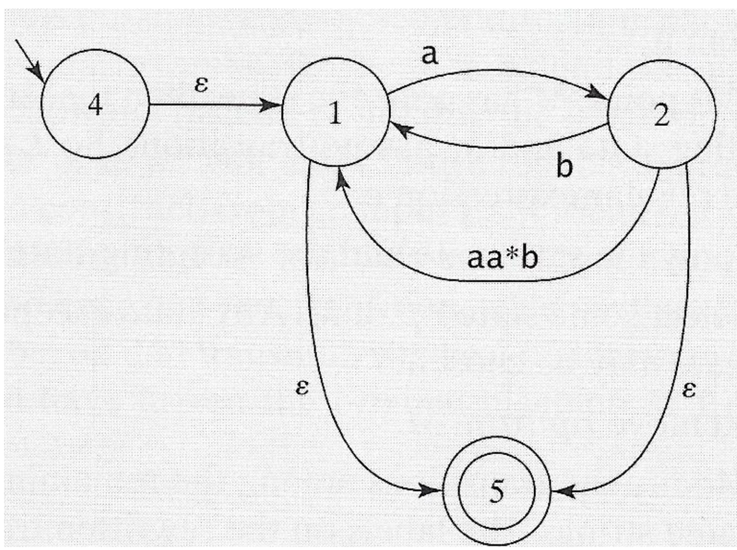
6. Lakukan berulang hingga tersisa *start state* dan *accepting state*:
    1) Pilih state *rip* dari *M* kecuali *start state* dan *accepting state*,
    2) Hapus *rip* dari *M*,
    3) Ubah setiap transisi antara state yang terdampak sehingga *M* tetap menerima bahasa yang sama dengan cara memberi label transisi general dengan ekspresi reguler.
7. Disini tersisa *start state* dan *accepting state* yang terhubungkan transisi general berlabel α, ekspresi reguler → α

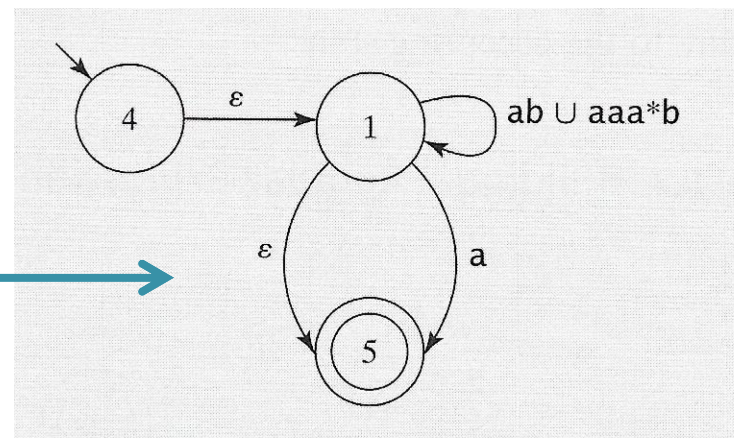
Contoh



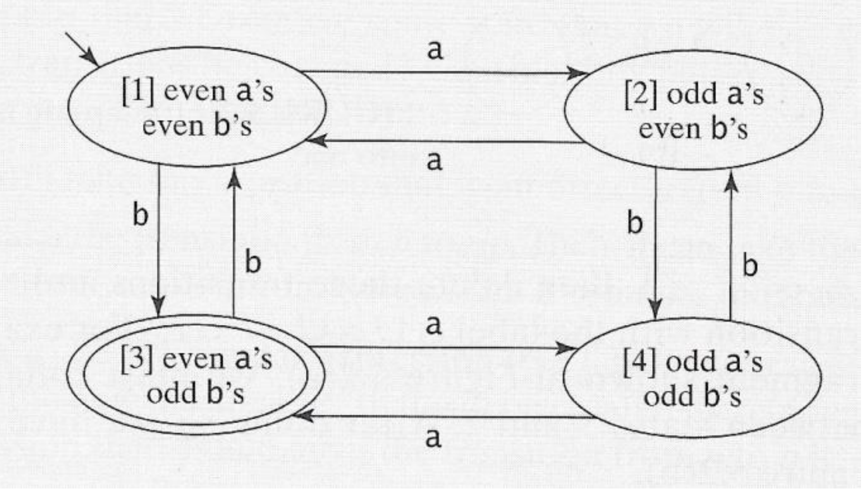
Penjelasan Contoh

- Pada tahap spt pada gambar ini penghapusan state 2 berdampak pada 3 transisi:
  - ((1,*a*),2) dan ((2,*b*),1), menjadi ((1,*ab*),1)
  - ((1,*a*),2) dan ((2,aa^*b),1), menjadi ((1,aaa^*b),1)
  - ((1,*a*),2) dan ((2,ε),5) menjadi ((1, a), 5)





Bagaimana dengan mesin ini?



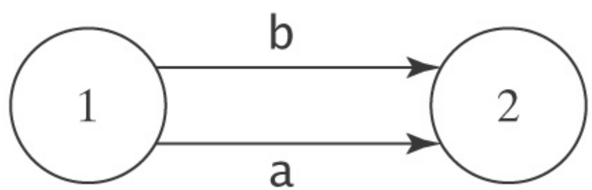
- Dengan cara heuristik tsb ekspresi regulernya tidak dapat dengan mudah ditemukan (terutama langkah 6.3).
    - Misalkan menghapus [2] akan berdampak sekaligus pada setiap transisi lain.

Standarisasi FSM

- FSM tidak memiliki *unreachable state*
- *Start state* tidak memiliki transisi masuk ke dirinya
- *Accepting state* hanya satu dan tidak ada transisi keluar darinya
- Dari setiap state (kecuali menuju start state atau dari accepting state) terdapat transisi general $((p, \alpha), q)$
  - jika $((p, a),q) \in \delta$ maka tetap $\alpha = a$
  - jika $((p, a),q) \notin \delta$ maka buat $\alpha = \varnothing$

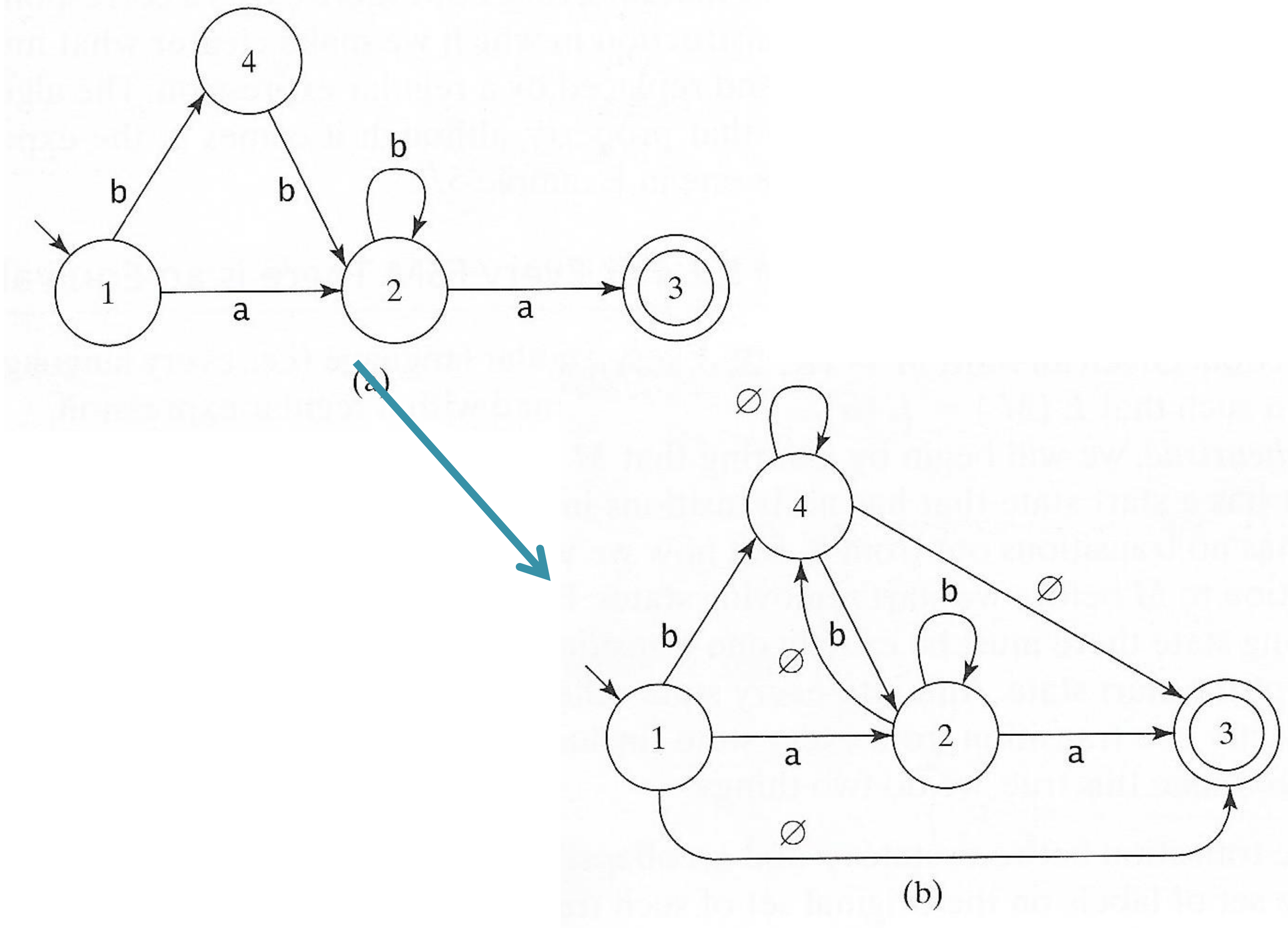
Gabungkan Transisi

- Jika untuk p dan q, terdapat $((p, \alpha),q)$ dan $((p, \beta),q)$ dengan $\alpha \neq \beta$, maka gabungkan menjadi satu transisi $((p, \alpha \cup \beta),q)$



Lengkapi Transisi

- Jika ada transisi yang tidak lengkap, tambahkan transisi



(a)

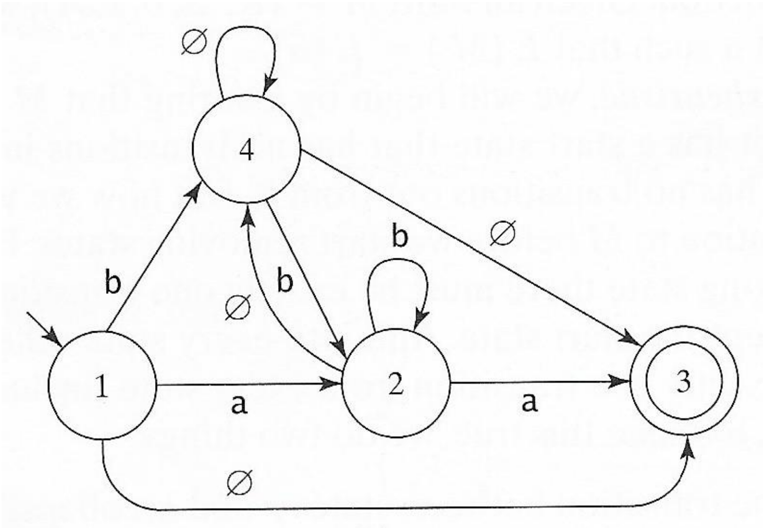
(b)

Penghapusan State Rip

- Penghapusan status rip *r* berdampak pada setiap transisi antara *p* dan *q* apabila terdapat (dengan $\alpha \neq \emptyset$ dan $\beta \neq \emptyset$)
  - $((p,\alpha), r)$, dan $((r, \beta), q)$
- Jika $R(p, q)$ adalah eksresi reguler dari transisi antara p dan q maka penghapusan r mengubah:
  - $R'(p, q) = R(p, q) \cup R(p, r)\, R(r, r)^* R(r, q)$

Contoh

- Contoh, dengan $r = 2$:
- $R'(1,3) = R(1,3) \cup$
  $R(1,2)R(2,2)^{*}R(2,3)$
  $= \varnothing \cup a\ \ b^{*}\ a$
  $= ab^{*}a$



- $R'(1,4) = R(1,4) \cup$
  $R(1,2)R(2,2)^{*}R(2,4) = b \cup ab^{*}\ \varnothing = b$
- $R'(4,4) = R(4,4) \cup R(4,2)R(2,2)^{*}R(2,4)$
  $= \varnothing \cup bb^{*}\ \varnothing = \varnothing$
- $R'(4,3) = R(4,3) \cup R(4,2)R(2,2)^{*}R(2,3)$
  $= \varnothing \cup bb^{*}a = bb^{*}a$

Aljabar pada Ekspresi Reguler

Berikut ini untuk ekspresi-ekspresi reguler α, β, γ:

- Operasi Union:
  - bersifat komutatif: $\alpha \cup \beta = \beta \cup \alpha$
  - bersifat asosiatif: $(\alpha \cup \beta) \cup \gamma = \alpha \cup (\beta \cup \gamma)$
  - $\varnothing$ bersifat identitas thd union: $\alpha \cup \varnothing = \varnothing \cup \alpha = \alpha$
  - bersifat idempoten: $\alpha \cup \alpha = \alpha$
  - $A = L(\alpha)$ dan $B = L(\beta)$, dan diketahui $B \subseteq A$, sehingga $A \cup B = A$, maka juga $\alpha \cup \beta = \alpha$
- Operasi Kokatenasi:
  - bersifat asosiatif: $(\alpha\ \beta)\ \gamma = \alpha(\beta\ \gamma)$
  - ε bersifat identitas thd konkatenasi: $\alpha\varepsilon = \varepsilon\alpha = \alpha$
  - $\varnothing$ bersifat konkatenasi nol: $\varnothing\alpha = \alpha\varnothing = \varnothing$

Aljabar pada Ekspresi Reguler

- Selanjutnya juga
  - $(\alpha^*)^* = \alpha^*$
  - $\alpha^*\alpha^* = \alpha^*$
  - $(\alpha \cup \beta)^* = (\alpha^*\beta^*)^*$
- $A = L(\alpha^*)$ dan $B = L(\beta^*)$, dan diketahui $B \subseteq A$, maka $\alpha^*\beta^* = \alpha^*$
- $A = L(\alpha^*)$ dan $B = L(\beta)$, dan diketahui $B \subseteq A$, maka $(\alpha \cup \beta)^* = \alpha^*$

Contoh Aljabar Ekspresi Reguler

$$
\begin{array}{ll}
((a^* \cup \varnothing)^* \cup aa)(b \cup bb)^* b^* ((a \cup b)^* b^* \cup ab)^* = & /^*\ L(\varnothing) \subseteq L(a^*). \\
((a^*)^* \cup aa)(b \cup bb)^* b^* ((a \cup b)^* b^* \cup ab)^* = & \\
(a^* \cup aa)(b \cup bb)^* b^* ((a \cup b)^* b^* \cup ab)^* = & /^*\ L(aa) \subseteq L(a^*). \\
a^* (b \cup bb)^* b^* ((a \cup b)^* b^* \cup ab)^* = & /^*\ L(bb) \subseteq L(b^*). \\
a^* b^* b^* ((a \cup b)^* b^* \cup ab)^* = & \\
a^* b^* ((a \cup b)^* b^* \cup ab)^* = & /^*\ L(b^*) \subseteq L((a \cup b)^*). \\
a^* b^* ((a \cup b)^* \cup ab)^* = & /^*\ L(ab) \subseteq L((a \cup b)^*). \\
a^* b^* ((a \cup b)^*)^* = & \\
a^* b^* (a \cup b)^* = & /^*\ L(b^*) \subseteq L((a \cup b)^*). \\
a^* (a \cup b)^* = & /^*\ L(a^*) \subseteq L((a \cup b)^*). \\
(a \cup b)^* &
\end{array}
$$