Sifat Context Free Language (2)

Kuliah Teori Bahasa dan Automata
Program Studi Ilmu Komputer
Fasilkom UI

Prepared by:
Suryana Setiawan

Kendala Teorema Pumping

- Teorema Pumping untuk bahasa reguler memiliki kepastian posisi *y*, yaitu dalam *k* simbol awal dari *w*.
  - Jadi w bisa lebih mudah "diatur" untuk mempersempit ruang kemungkinan *y*.
- Teorema Pumping untuk CFL, *v* dan *y* bisa dimana saja dalam w asalkan keduanya berada dalam substring sepanjang *w*.
  - Beberapa bahasa non CFL sulit dibuktikan bukan CFL jika dengan Teorema Pumping.

Contoh: $L = \{a^i b^i c^j : i, j \geq 0, i \neq j\}$

- Bahasa ini secara intuitif pasti bukan CFL karena stack hanya bisa memeriksa pasangan a dan b saja.
- Dengan teorema Pumping jika digunakan, untuk k > 1
  - $w = a^k b^k c^{k+1}$ maka sifat pumping terpenuhi dengan memilih v=aa dan y=bb
  - $w = a^k b^k c^{2k}$ maka sifat pumping terpenuhi dengan memilih v=c y= ε
  - *Untuk* $w = a^k b^k c^{k+k!}$ juga sifat pumping terpenuhi dengan memilih v=c dan y=c
- ➔ kegagalan membuktikan "**L bukan CFL**".

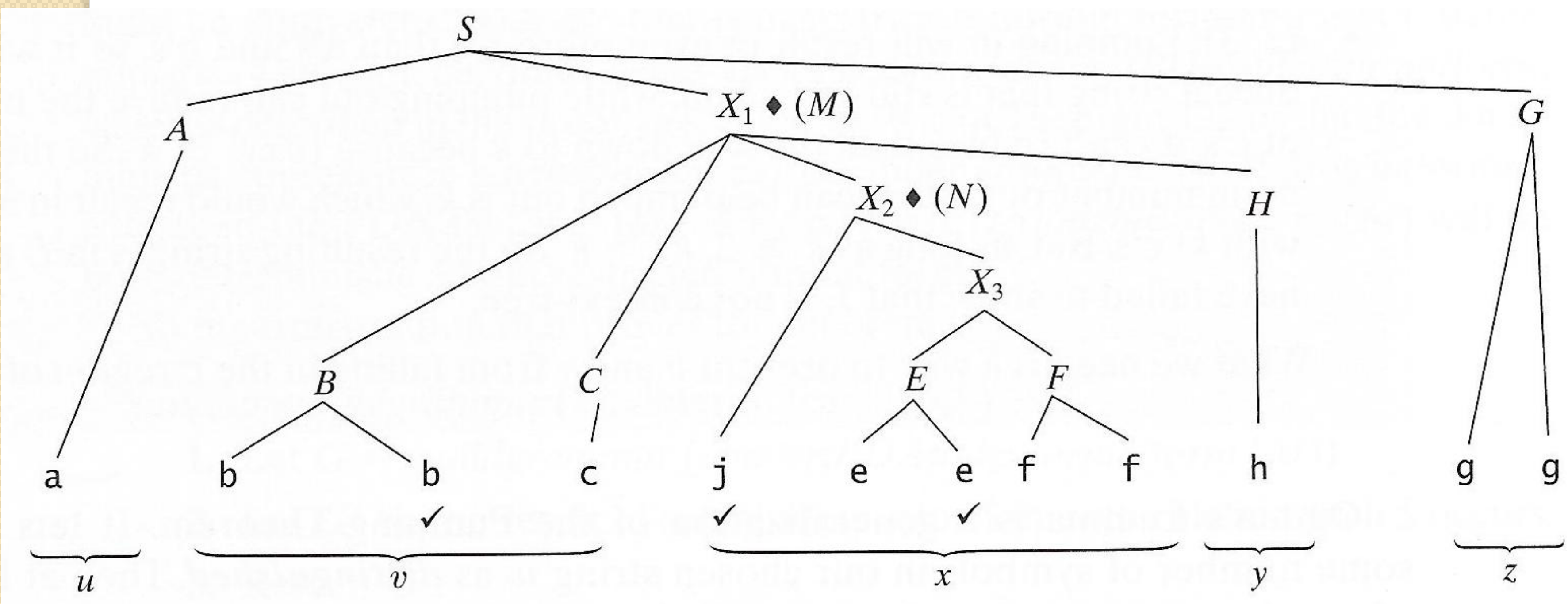
Ogden’s Lemma

- Ogden Lemma lebih powerful dari Teorema Pumping
- Ogden Lemma adalah generalisasi dari Teorema Pumping
- Menggunakan terminologi **distinguished symbol** (yaitu simbol-simbol “tertentu” dalam string *w*)

Ogden’s Lemma

- Jika L adalah context-free, maka
- $\exists k \geq 1$ ($\forall w \in L$, dengan $|w| \geq k$), bila kita menandai k buah simbol dalam w sebagai **distinguished**, maka:
  - ($\exists u, v, x, y, z$ (
    - $w = uvxyz$,
    - vy berisi setidaknya satu simbol **distinguished**,
    - vxy berisi paling banyak k simbol **distinguished**
    - $\forall q \geq 0$ ($uv^q wxy^q z \in L$)))

Ilustrasi



Contoh: $L = \{a^i b^i c^j : i, j \geq 0, i \neq j\}$

- Dengan Ogden's Lemma, kembali $w = a^k b^k c^{k+k!}$.
- Setiap a ditandai sebagai **distinguished.**
- Jika v atau y berisi dua atau lebih simbol berbeda, ambil q = 2, langsung terbukti bukan CFL.
- Untuk kemungkinan lain:
- (1, 1) dan (1, 3): ambil q= 2, panjang deretan a akan bebeda dari deretan b.
- (1, 2): Jika $v \neq y$ maka ambil q = 2, segera berbeda; jika $v = y$, pilih $q = (k!/|v|) + 1$, mengakibatkan panjang deretan a sama dengan deretan c.
- (2, 2), (2, 3), (3, 3) tidak bisa dipilih karena menyalahi - batasan teorema (segmen-2 dan segmen-3 tidak berisi distinguished)!
- Note: Ogden's lemma menghindarkan pemilihan v=c dan y=c yang tidak bisa dihindari oleh Pumping Theorem

Ogden's Lemma sebagai Generalisasi Terorema Pumping

- Teorema Pumping adalah Ogden's Lemma dengan menandai semua simbol.
  - Maka pembuktiannya menjadi identik dengan Teorema Pumping
  - Contoh pada pembuktian $L = \{a^i b^i c^j : i, j \geq 0, i \neq j\}$ semua simbol a,b dan c ditandai maka efektif menjadi Teorema Pmping

Potensi Masalah Ogden's Lemma

- Dalam theorem pumping segmen vxy berukuran maksimum k simbol, tetapi dalam Ogden's Lemma ukurannya tidak dibatasi selama berisi k distinguished symbol.
  - Keterbatasan tertentu (pilihan segmen vxy) berakibat ketidak terbatasan yang lain (ukuran vxy).
- Penting untuk menghindari adanya kemumgkinan pemilihan v atau y yang memungkinkan sifat pumping dipenuhi.
  - Contoh untuk $L = \{a^i b^j c^i \mid j >= 2i\}$

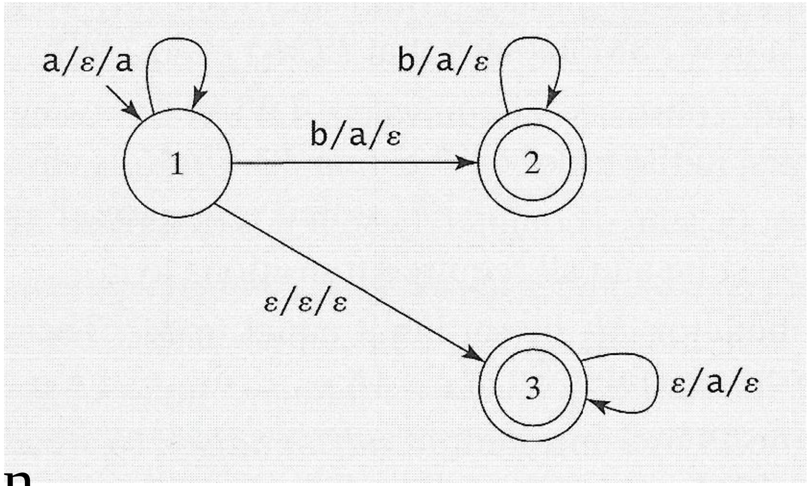
CFL Deterministik

- Sementara Bahasa Reguler memiliki sifat closure pada operasi komplemen, irisan dan difference,
  - CFL tidak memiliki sifat closure tersebut.
- Ingat bahwa suatu PDA *M* deterministik jika
  - Δ_M tidak memiliki lebih dari satu pilihan transisi dari setiap konfigurasi.
  - Jika q accepting state dalam *M*, maka tidak ada transisi $((q, \varepsilon, \varepsilon), (p, a))$.
- <u>Bahasa *L* adalah CFL deterministik **iff** *L*$ dapat diterima oleh PDA deterministik</u>.
  - $L\$ = \{w\$: w \in L$, dan \$ adalah simbol end-of-string$\}$

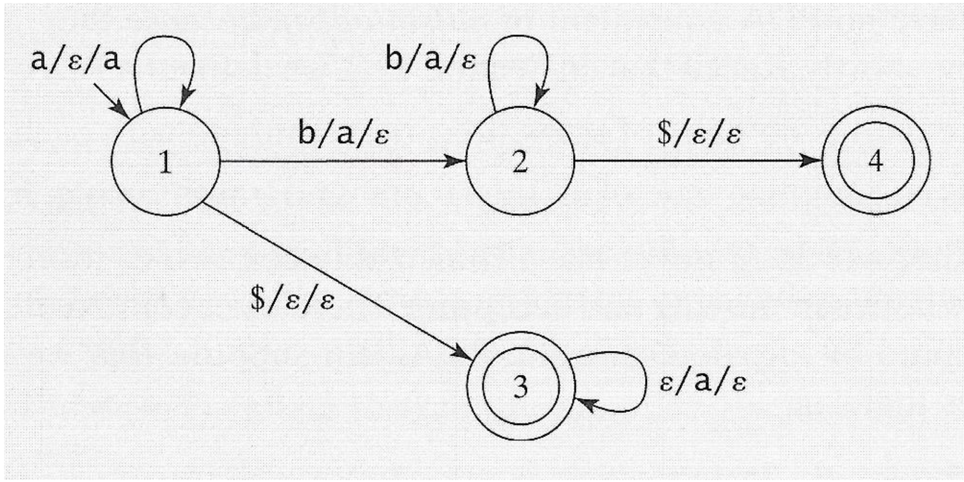
Contoh:

- $L = a^* \cup \{a^n b^n : n > 0\}$
- L diterima dengan nondeterminism untuk membedakan deretan a saja atau yang diikuti oleh deretan b.
- L$ dapat diterima secara deterministik dengan adanya $ di akhir string.

NPDA untuk L



DPDA untuk L$

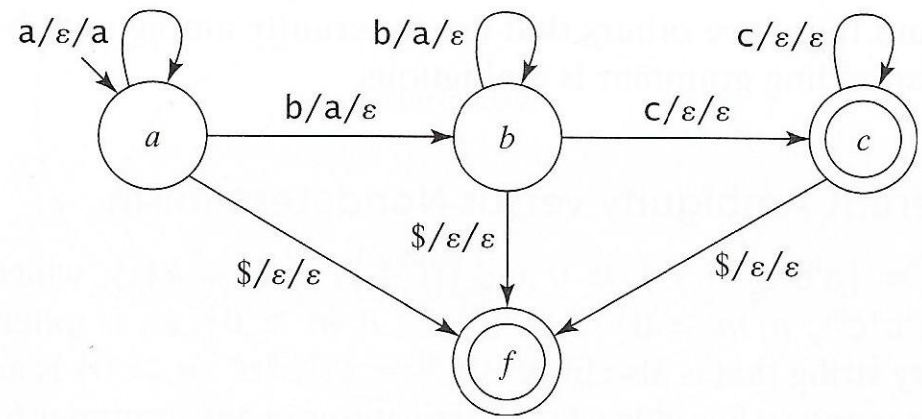


CFL Deterministik → CFL

- Setiap CFL deterministik (DCFL) adalah CFL
- Jika $L\$$ diterima oleh $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, A)$, maka M' dapat dibangun dari $\underline{M}$ sehingga $L(M') = L$.
- Ide: apa yang dilakukan M saat membaca \$, M' melakukan pembaaan ε (dengan dugaan keberadaan di akhir input), kemudian tidak dapat membaca input berikutnya.

Contoh DCFL

- PDA deterministik untuk menerima $\{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0$ dan $i = j\}$



Sifat Closure DCFL

- DCFL **closure** dalam operasi **komplemen**
- DCFL **tidak closure** dalam operasi **union**
- Contoh $L' = L_1 \cup L_2$,

$L_1 = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0, i \neq j\}$ DCFL

$L_2 = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0, j \neq k\}$, DCFL

Lihat contoh PDA untuk $L=(a^m b^{n:}\ m \neq n, n>0)$

$L' = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0, i \neq j \text{ atau } j \neq k\}$

$L'' = \neg L' = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0, i = j = k\} \cup$
$\{w \in \{a, b, c\}^* : \text{urutan tidak diperhatikan}\}$.

$L''' = L'' \cap a^*b^*c^*$.
$= \{a^n b^n c^n, n \geq 0\}$.

L''' bukan CFL, jadi jelas bukan DCFL
Karena DCFL closure under komplement dan CFL juga closure under irisan dengan bahasa reguler, maka L', L'' juga bukan CFL.

Sifat Closure DCFL

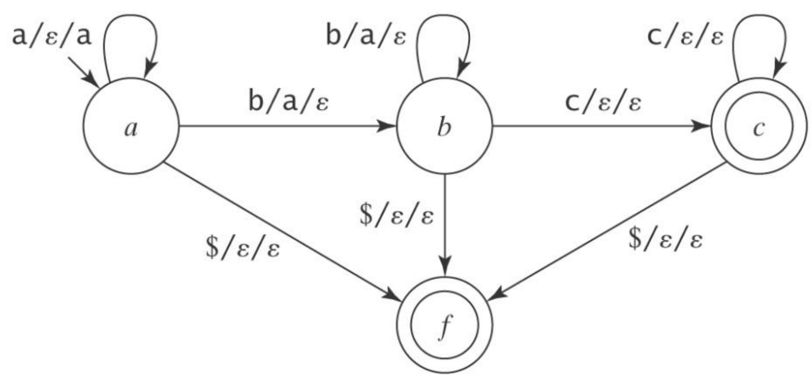
- DCFL **tidak closure** dalam operasi **irisan**
- Contoh $L' = L_1 \cap L_2$

$L_1 = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0, i = j\}$

$L_2 = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0, j = k\}$,

$L' = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0, i = j = k\}$
$= \{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$, bukan CFL.

- **Tidak semua CFL adalah DCFL**



Sifat DCFL

- **Setiap bahasa reguler adalah DCFL**
  - Jika L reguler maka L$ juga reguler. Karena terdapat PDA deterministik untuk menerima *L*$, maka *L* juga adalah DCFL.
- **Setiap DCFL dapat memiliki unambiguous grammar**.
  - Buki dengan adanya algoritma konversi membentuk *unambiguous grammar* dari DCFL.

Sifat Closure dari Bahasa-bahasa

Bahasa	Operasi	Closure?
Reguler	Union, Irisan, Kleene star	Ya
Reguler	Irisan, komplemen, diff	Ya
CFL	union, konkatenasi, Kleene Star, Reverse, dan letter substitution	Ya
CFL	Irisan, komplemen, dan different	Tidak
DCFL	Komplemen	Ya
DCFL	Union dan irisan	Tidak
Dst... Dst...		

Hirarki dalam CFL