



Relação hipsométrica de um plantio de *Khaya grandifoliola* C. DC. em Curvelo-MG
Hypsometric relationship of a population of *Khaya grandifoliola* C. DC. in Curvelo-MG

Maria Luiza de Azevedo¹; Juliana Fonseca Cardoso²; Lucas Gabriel Souza Santos³; Gilciano Nogueira⁴; Marcio Leles Romarco de Oliveira⁵; Renato Vinicius Oliveira Castro⁶

¹Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), Diamantina/MG
marialuiza.azevedo@ufvjm.edu.br

²Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), Diamantina/MG
juliana.cardoso@ufvjm.edu.br

³Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), Diamantina/MG
lucas-gabriel.santos@ufvjm.edu.br

⁴Universidade Federal de Viçosa (UFV), Viçosa/MG
gilciano.nogueira@ufv.br

⁵Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), Diamantina/MG
marcioromarco@ufvjm.edu.br

⁶Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), Sete Lagoas/MG
renatocastro@ufs.edu.br

Resumo: O objetivo deste estudo foi estimar a altura de árvores de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.) em Curvelo-MG, por meio do ajuste de sete modelos hipsométricos. Os dados provêm de um inventário florestal em um povoamento de 20 hectares com 10 anos de idade, com espaçamento inicial de 5m x 5m. A avaliação das equações foi feita por meio de estatísticas de qualidade (significância dos parâmetros, erro padrão da estimativa, coeficiente de correlação e Viés) e análise gráfica. Embora os modelos não lineares tenham se destacado estatisticamente, todos os modelos apresentaram moderada correlação. Essa correlação sugere que a relação altura-diâmetro não está consolidada neste povoamento, possivelmente devido à heterogeneidade da distribuição dos dados. Conclui-se que, para este povoamento específico, a estimativa da altura não deve se basear unicamente no diâmetro.

Palavras-chaves: Equações alométricas; Altura; Mogno africano.

Abstract: The objective of this study was to estimate the height of African mahogany (*Khaya grandifoliola* C. DC.) trees in Curvelo, Minas Gerais, through the adjustment of seven hypsometric models. The data were obtained from a forest inventory conducted in a 20-hectare, 10-year-old plantation, initially spaced at 5 × 5 meters. The evaluation of the equations was based on quality statistics (parameter significance, standard error of the estimate, correlation coefficient, and bias) and graphical analysis. Although nonlinear models showed better statistical performance, all models presented low correlation. This weak correlation suggests that the height-diameter relationship is not well established in this stand, possibly due to heterogeneity in data distribution. It is concluded that, for this specific stand, height estimation should not rely solely on diameter.

Keywords: Allometric equations; Height; African mahogany.



INTRODUÇÃO

A busca por modelos de crescimento e produção florestal cada vez mais preciso configura-se como uma diretriz central da mensuração florestal (Burkhart, 2021). Nesse contexto, destaca-se a importância de modelos auxiliares, como os modelos hipsométricos, que descrevem a altura das árvores em função de seu diâmetro e, eventualmente, de outras variáveis de povoamento. Embora não representem o crescimento ao longo do tempo, esses modelos são fundamentais para estimativa acurada do volume, subsidiando o planejamento da produção e as tomadas de decisão no manejo florestal (Lafetá et al., 2024).

Espécies de alto valor agregado, como o Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.), têm despertado crescente interesse por plantios comerciais no Brasil (Ferraz Filho et al., 2021). Contudo, a carência de equações hipsométricas específicas para essa espécie, ajustadas para as diferentes condições edafoclimáticas do país, representa uma lacuna técnica significativa (Matias et al., 2023). A utilização de equações genéricas ou desenvolvidas para outras espécies, o que não é recomendado, pode levar a erros sistemáticos nas estimativas do inventário florestal, comprometendo a confiabilidade das projeções de produção (Mulatu et al., 2024).

Nesse contexto, o objetivo deste estudo foi testar diferentes modelos hipsométricos, e selecionar o que melhor representa um povoamento comercial de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola*) em Curvelo, Minas Gerais. Busca-se, com isso, selecionar uma equação precisa e aplicável que contribua para aprimorar a acurácia do inventário florestal e as práticas de manejo para a espécie na região.

MATERIAL E MÉTODOS

Área de Estudo

A área de estudo está situada na Fazenda das Pedras (Figura 1), localizada na zona rural do distrito de Angueretá, no município de Curvelo, região central de Minas Gerais. A fazenda encontra-se sob as coordenadas geográficas 19°02'04" S 44°35'17" W, a uma altitude média de 698 m. De acordo com a classificação climática de Koppen, o clima da região é do tipo Aw, caracterizado como tropical savânico com estação seca no inverno (Alvares et al., 2013).



Os solos predominantes na região são argilosos, de baixa fertilidade natural e com baixos teores de matéria orgânica (Strahler; Strahler, 2002). As classes de solo mais comuns na região são os Latossolos Vermelho, Latossolos Vermelho-Amarelo e Cambissolos, com textura argilosa e média, e teores de argila entre 30 e 40% (Pereira et al., 2010).

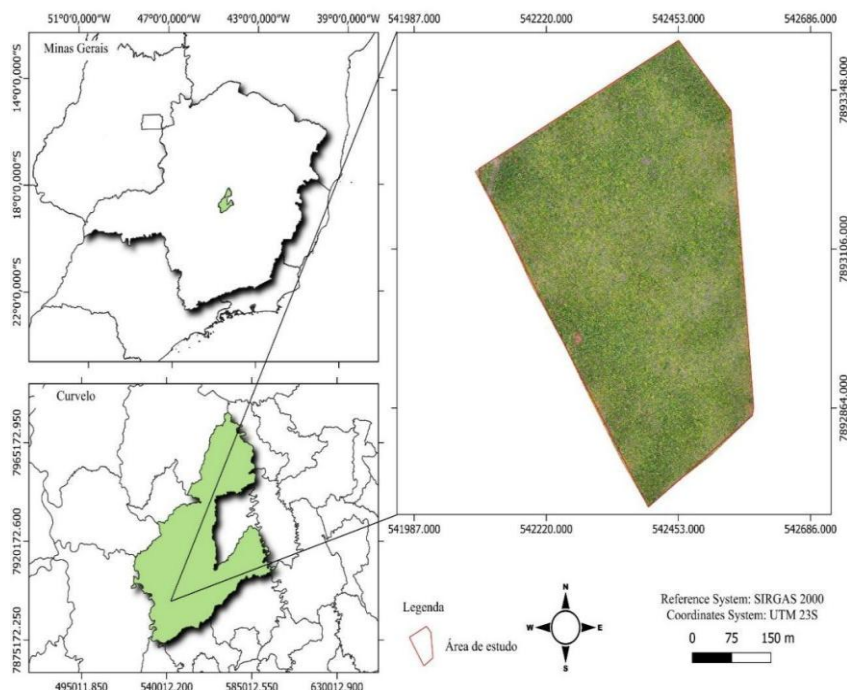


Figura 1: Área do povoamento de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.) na Fazenda das Pedras, Curvelo-MG.

Coleta e análise dos dados

O povoamento ocupa uma área de 20 ha de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.) implantado no ano de 2014, em espaçamento de 5 m x 5 m. A altura total das árvores (H) foi estimada com auxílio de hipsômetro Vertex IV. Com os dados de diâmetro (D) e a altura total (H) foram ajustadas oito equações hipsométricas referentes aos modelos apresentados na Tabela 1.

Todos os ajustes foram realizados por meio do software R versão 4.5.0 (R Core Team, 2025). O ajuste para os modelos lineares (1, 2 e 3) foi pelo método dos mínimos quadrados ordinários (Legendre, 1805) e para os não lineares (4, 5, 6 e 7) pelo método Levenberg-Marquardt (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963). A seleção da melhor equação



foi baseada nas estatísticas de qualidade: coeficiente de correlação ($ry\hat{y}$), erro padrão da estimativa (Sy_x), viés (V) e análise gráfica dos valores estimados e observados.

Tabela 1 - Modelos hipsométricos ajustados para a estimativa da variável altura, para o povoamento de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.).

Modelos	Equação	Forma de ajuste
Polinomial	1	$H = \beta_0 + \beta_1 D + \varepsilon_i$
	2	$H = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 D^2 + \varepsilon_i$
Hiperbólica	3	$H = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{D^2} \right) + \varepsilon_i$
Weibull	4	$H = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 D^{\beta_2}} \right) + \varepsilon_i$
Logístico	5	$H = \frac{\beta_0}{(1 + \beta_1 + e^{-\beta_2 D})} + \varepsilon_i$
Campos e Leite (2006)	6	$H = \beta_0 D^{\beta_1} + \varepsilon_i$
Campos e Leite (2006)	7	$H = \beta_0 e^{\frac{\beta_1}{D}} + \varepsilon_i$

Em que: H = altura total (m); D = diâmetro com casa a 1,30 m do solo (cm); β_k = parâmetros do modelo; ε = erro aleatório.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A dispersão dos dados de diâmetros (D) em relação às alturas totais (H) é apresentada na Figura 2, indicando a relação exponencial entre o diâmetro (eixo X) e as alturas (eixo y), com grande dispersão.

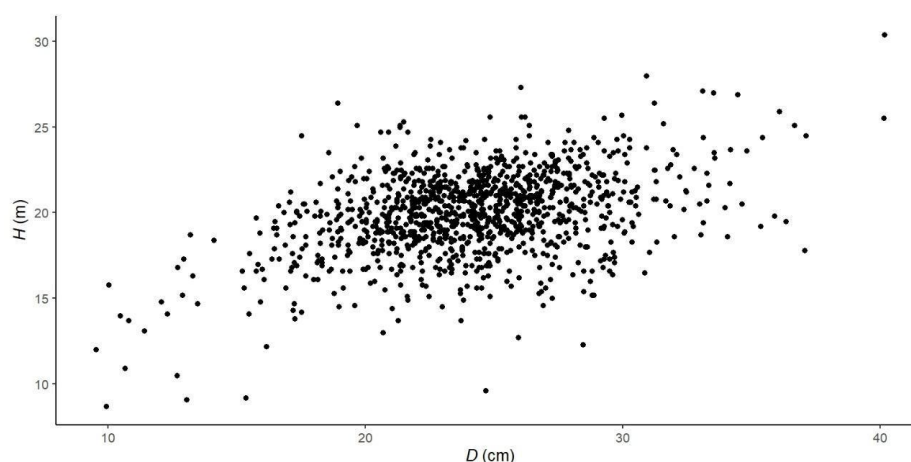


Figura 2: Dispersão dos dados de diâmetros (D) em relação às alturas totais (H), das árvores de um povoamento de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.).



Os coeficientes ajustados e as estatísticas de qualidade para os sete modelos hipsométricos testados estão apresentados na Tabela 2. A análise dos critérios de seleção indica que os modelos não lineares apresentam desempenho estatístico superior aos lineares, com o menor erro padrão da estimativa e o maior coeficiente de correlação. Todos os modelos apresentaram viés (V) próximo de zero, indicando ausência de erros sistemáticos de super ou subestimação. Todos os parâmetros foram estatisticamente significativos ($p < 0.05$).

Todos os coeficientes de correlação entre os valores de altura estimados e observados apresentaram abaixo de 44%. Isso sugere que existe uma alta variabilidade na altura das árvores para uma mesma classe de diâmetro.

Tabela 2 - Coeficientes e estatísticas de qualidade das equações ajustadas para estimativa de altura, de povoamento de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.).

Equações	Coeficientes			Estatística de qualidade		
	β_0	β_1	β_2	Sy.x	V	$ry\hat{y}$
1	14,0087	0,2470	-	3,579	<-0,001	0,41
2	8,5668	0,7122	-0,0097	3,554	<-0,001	0,42
3	22,1702	-1154,1425	-	3,523	<-0,001	0,44
4	21,6700	0,0528	1,2347	3,528	-0,002	0,44
5	21,3489	3,9995	0,1774	3,531	-0,001	0,44
6	7,8669	0,2936	-	3,553	-0,002	0,42
7	26,3992	-6,5560	-	3,525	-0,002	0,44

A análise gráfica dos valores observados de D e H em relação às estimativas das alturas (Figura 3) corrobora a análise estatística e revela um ponto crucial para a discussão. Todos os modelos apresentaram um comportamento similar nas estimativas das alturas. Observa-se menor precisão nas estimativas de altura das árvores menores (H entre 10 e 15 metros, aproximadamente). Conforme as árvores aumentam em altura, a dispersão em torno da estimativa é mais homogênea, indicando que os modelos são mais precisos para as árvores co-dominantes e dominantes do povoamento. Essa tendência demonstra uma limitação dos modelos ajustados, cuja aplicação para árvores de classes de diâmetro inferiores deve ser feita com cautela. No entanto, considerando a estrutura da distribuição diamétrica do povoamento, há geralmente uma menor frequência de indivíduos nas classes mais baixas e mais altas. Assim, embora as estimativas para árvores menores



apresentem maior imprecisão, o impacto dessas discrepâncias no volume total estimado tende a ser reduzido.

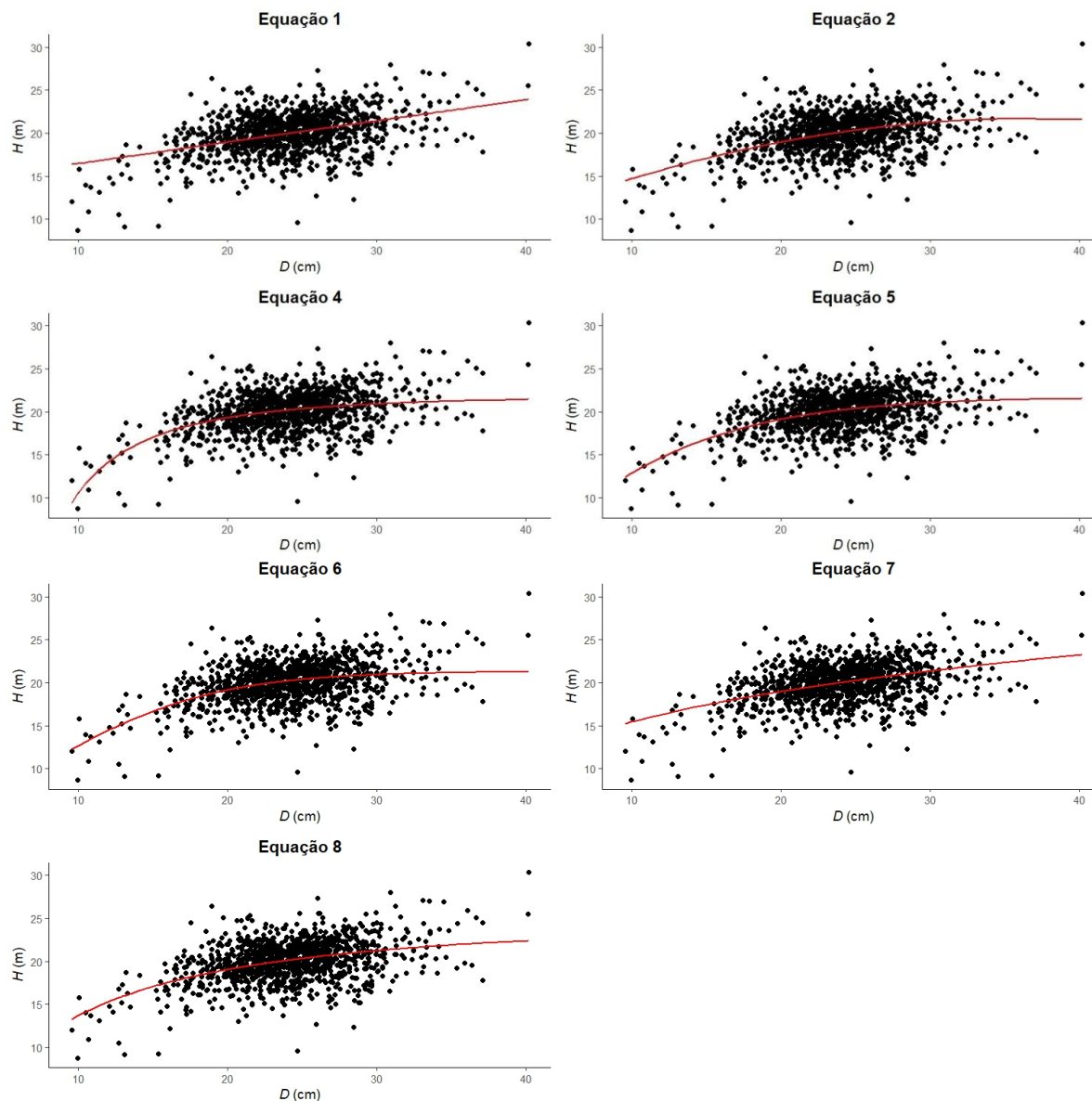


Figura 3: Análise gráfica dos resíduos, para as árvores de um povoamento de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.).

A moderada relação hipsométrica observada pode ser atribuída a uma combinação de fatores relacionados às características do povoamento. Primeiramente, a idade do plantio (10 anos no momento da coleta) pode ser considerada jovem para a espécie, em que a relação altura-diâmetro ainda não se estabilizou completamente devido à dinâmica de crescimento inicial. Em segundo lugar, o espaçamento inicial de 5 m x 5 m (400



árvores/ha) confere uma baixa densidade ao povoamento. Em densidades menores, a competição entre indivíduos é reduzida, permitindo que as árvores expressem maior variabilidade em suas taxas de crescimento em altura e diâmetro, o que "enfraquece" a correlação entre essas duas variáveis (Cerqueira et al., 2019).

Além disso, o povoamento analisado é de origem seminal, o que confere maior heterogeneidade estrutural em comparação aos povoamentos clonais. Essa variabilidade estrutural indica a necessidade de incorporar novas variáveis dendrométricas e de povoamento aos modelos hipsométricos, a fim aprimorar a acurácia na estimativa das alturas. Nesse sentido, também se recomenda o uso de técnicas de aprendizado de máquina (*machine learning*) para identificar e explorar padrões complexos entre essas variáveis. Diante disso, sugere-se a medição direta da altura de todas as árvores, como forma de garantir maior precisão nas estimativas volumétricas da espécie, até que modelos mais robustos possam ser desenvolvidos.

Assim, os resultados sugerem que, para este povoamento de Mogno Africano sob as condições específicas de idade e densidade, a estimativa da altura unicamente em função do diâmetro é pouco confiável. Para um planejamento de manejo acurado, seria recomendável a medição direta da altura de uma amostra maior de árvores durante o inventário ou a inclusão de outras variáveis nos modelos, para melhorar a capacidade preditiva das equações.

CONCLUSÃO

Os modelos não lineares apresentaram melhor desempenho estatístico para descrever a relação hipsométrica do povoamento de *Khaya grandifoliola*. No entanto, todos os modelos testados demonstraram moderada capacidade preditiva. A moderada relação entre diâmetro e altura, possivelmente decorrente da reduzida idade das árvores, da baixa densidade do povoamento e da origem seminal do plantio, torna a utilização de qualquer uma das equações ajustadas inadequada para estimativas precisas de volume. Portanto, conclui-se que, para este povoamento específico, a estimativa da altura não deve se basear unicamente no diâmetro.



REFERÊNCIAS

- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C. et al. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2013.
- BURKHART, H. E. **Modeling Forest Stand Dynamics, Growth and Yield**. *Forests*, v. 12, 1553, 2021.
- CERQUEIRA, C. L.; MÔRA, R.; TONINI, H. et al. Efeito do espaçamento e arranjo de plantio na relação hipsométrica de eucalipto em sistema consorciado de produção. **Nativa**, v. 7, n. 6, 2019.
- FERRAZ FILHO, A. C.; RIBEIRO, A.; BOUKA, G. U.; FRANK, M.; TERRA, G. African mahogany plantation highlights in Brazil. **Floresta e Ambiente**, v. 28, e20200081, 2021.
- LAFETÁ, B.O.; SAMPAIO, J. M. B.; MILAGRES, V. A. C. et al. Applications of hypsometric relations and volumetry in seminal stand of *Eucalyptus cloeziana* F. Muell. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, v. 23, n.3, 2024.
- LEGENDRE, A. **Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes**. **Nineteenth Century Collections Online (NCCO)**. Science, Technology, and Medicine: 1780-1925, F. Didot. 1805.
- LEVENBERG, K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. **Quarterly of applied mathematics**, v. 2, n. 2, p. 164-168, 1944.
- MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. **Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 11, n. 2, p. 431-441, 1963.
- MATIAS, R. K.; BRITO, C. N.; RESENDE, R. T. et al. Biometric assessment of early stem growth at a commercial stand of African mahogany (*Khaya grandifoliola*). **Bioscience Journal**, 39, 1981-3163, 2023.
- MULATU, A.; NEGASH, M.; ASRAT, Z. Species-specific allometric models for reducing uncertainty in estimating above ground biomass at Moist Evergreen Afromontane Forest of Ethiopia. **Scientific Reports**, 14, 1147, 2024.
- PEREIRA, T. T. C.; KER, J. C.; SCHAEFER, C. E. G. R. et al. Gênese de Latossolos e Cambissolos desenvolvidos de rochas pelíticas do Grupo Bambuí-Minas Gerais. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 34, p. 1283-1295, 2010.
- R CORE TEAM. **_R: A Language and Environment for Statistical Computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2025.
- STRAHLER, A.; STRAHLER, A. N. **Physical geography: science and systems of the human environment**. 2nd ed. New York: J. Wiley, 748 p. 2002.