





# Modelos volumétricas e fator de forma para plantios jovens de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.)

# Volumetric models and form factor for young African mahogany plantations (*Khaya grandifoliola* C. DC.)

Talvane Coelho<sup>1</sup>; Pedro Henrique Gaspar Oliveira<sup>2</sup>; Lucas Gabriel Souza Santos<sup>3</sup>; Juliana Fonseca Cardoso<sup>4</sup>; Maria Luiza de Azevedo<sup>5</sup>; Renato Vinicius de Oliveira Castro<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de São João Del-Rei (UFSR), São João Del-Rei/MG coelhotalvane@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de São João Del-Rei (UFSR), São João Del-Rei/MG pedruoliveira@aluno.ufsj.edu.br

<sup>3</sup>Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), Diamantina/MG lucas-gabriel.santos@ufvjm.edu.br

<sup>4</sup>Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), Diamantina/MG juliana.cardoso@ufvjm.edu.br

<sup>5</sup>Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), Diamantina/MG marialuiza.azevedo@ufvjm.edu.br

<sup>6</sup>Universidade Federal de São João Del-Rei (UFSR), São João Del-Rei/MG enatocastro@ufsj.edu.br

Resumo: O Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.) é reconhecido como uma madeira nobre, com grande apelo nacional e internacional. O presente trabalho tem como objetivo gerar equações de volume total e comercial, e fator de forma para um plantio jovem de mogno africano. Os dados são oriundos da cubagem não destrutiva de 36 árvores, utilizando o dendrômetro Criterion RD 1000, em um plantio localizado em Curvelo-MG. A avaliação dos modelos e fator de forma foi realizada por meio de estatísticas de precisão e análise gráfica dos resíduos. O fator de forma variou entre 0,43 e 0,61 e, entre todos os modelos, o de Schumacher e Hall, especialmente quando utilizado com a altura comercial, demonstrou ser o mais eficiente para a estimativa de volume total e comercial. De forma geral, os modelos e fatores avaliados apresentaram um leve viés de superestimação, mas com boa precisão.

Palavras-chaves: Cubagem não destrutiva; Forma do fuste; Mensuração florestal.

**Abstract:** African mahogany (*Khaya grandifoliola* C. DC.) is recognized as a noble timber with great national and international appeal. This study aims to generate equations for total and commercial volume, and shape factor for a young African mahogany plantation. The data come from the non-destructive cubing of 36 trees, using a Criterion RD 1000 dendrometer, in a plantation located in Curvelo, Minas Gerais. The models and shape factor were evaluated using precision statistics and graphical analysis of the residuals. The shape factor ranged from 0.43 to 0.61, and among all the models, the Schumacher and Hall model, especially when used with commercial height, proved to be the most efficient for estimating total and commercial volume. Overall, the models and factors evaluated showed a slight overestimation bias, but with good precision.

**Keywords:** Non-destructive cubing; Stem shape; Forest measurement.







## INTRODUÇÃO

O Mogno Africano (*Khaya grandifoliola* C. DC.) é reconhecido como uma madeira nobre pelo mercado mundial, apresentando uma ampla gama de aplicações que incluem móveis, madeira serrada e folheados (Ferraz Filho et al., 2021).

Por se tratar de uma plantação com um alto valor agregado, cujo o produto principal é a produção de madeira, é crucial conhecer o volume que o povoamento está produzindo para avaliar e manejar adequadamente a área e o estoque de madeira. Desse modo, modelos volumétricos e fatores de forma entram como grandes auxiliares na tomada de decisão de manejo florestal, a fim de direcionar a matéria-prima ao nosso interesse de consumo (Gomes, 2017).

O fator de forma consiste na relação entre o volume real de uma árvore e o volume de um cilindro de mesma altura e diâmetro da árvore, exprimindo o volume de forma simplificada (Miranda et al., 2015; Campos, Leite, 2017). Esse método pode gerar resultados satisfatórios, especialmente em áreas pequenas e homogêneas (Campos, Leite, 2017). Entretanto, por ser um método mais generalista, acaba sendo evitado em detrimento de modelos volumétricos, que por sua vez, são equações matemáticas que são ajustadas por meio de técnicas de regressão, apresentando de forma geral menores erros de estimativa (Gomes, 2017). Por o Mogno Africano ser uma espécie relativamente nova no Brasil (Ribeiro; Ferraz Filho; Scolforo, 2017), acaba apresentando uma escassez de informações que auxiliem nas estimativas volumétricas, especialmente quando se trata de povoamentos jovens dessa espécie. De modo que o atual trabalho teve como objetivo determinar o fator de forma médio e ajustar modelos como volumétricos para o plantio jovem de mogno.

## **MATERIAL E MÉTODOS**

Área de Estudo

A área de estudo está situada na Fazenda das Pedras, localizada na zona rural do distrito de Angueretá, no município de Curvelo, região central de Minas Gerais. A fazenda encontra-se sob as coordenadas geográficas 19°02'04" S 44°35'17" W, a uma altitude média de 698 m. De acordo com a classificação climática de Koppen, o clima da região é do tipo Aw, caracterizado como tropical savânico com estação seca no inverno (Alvares et al., 2013).







#### Coleta e análise dos dados

O povoamento avaliado ocupa uma área de 20 ha com plantios de Mogno Africano (Khaya grandifoliola C. DC.), implantado no ano de 2014, no espaçamento de 5 m x 5 m. Foi realizada cubagem em pé, em 36 árvores, utilizando o dendrômetro Criterion RD 1000. Os diâmetros foram aferidos com fita diamétrica nas alturas de 0,10 m, 0,70 m, 1,30 m, 2,00 m e, a partir desse ponto, com o uso do Criterion, em intervalos regulares de 1 metro até o ponto de bifurcação ou até o diâmetro mínimo comercial de oito centímetros, o qual foi considerado como a altura comercial (hm) da árvore. As alturas totais das árvores foram estimadas com auxílio de hipsômetro Vertex IV. Todo o volume da árvore foi quantificado, seccionando-o e somando as seções até a altura comercial para determinar o volume comercial (Vc), pelo método de Smalian (Campos, Leite, 2017). O volume acima dessa altura foi considerado como ponta, sendo contabilizado e adicionado ao volume total da árvore (Vt), juntamente com as seções anteriores. A partir disso foi quantificado o fator de forma para o volume total (Equação 1) e comercial de cada árvore amostrada. Como o fator de forma comercial pode utilizar tanto a altura total quanto comercial, foram analisadas as duas opções para ele (Equação 2 e 3).

$$f = \frac{v_i}{g_i H_i};$$
 [1]  $f_m = \frac{v_{m_i}}{g_i H_i};$  [2]  $f_m = \frac{v_{m_i}}{g_i h_{m_i}}$  [3]

Em que: f = Fator de forma a 1,30 metro de altura;  $f_m$  = Fator de forma comercial a 1,30 metro de altura; v = Volume de uma árvore individual com casca (m³);  $v_m$  = Volume comercial de uma árvore individual (m³); H = altura total (m);  $h_m$  = altura comercial (m); g = Área basimétrica de uma árvore com casca.

Já os modelos volumétricos testados foram Husch e Schumacher e Hall para estimar volume total e comercial, ambos com casca (Tabela 1). Como a equação de Schumacher e Hall apresenta entrada para altura, é possível estimar volume através da altura total (Ht) e altura comercial (Hc), de modo que foi analisado o modelo em ambas formas. Avaliamos a precisão das equações ajustadas e a seleção do melhor modelo com base nos critérios estatísticos: coeficiente de determinação (R²), erro médio (EM%) e erro médio absoluto (EMA%), e gráfico de resíduos. Os cálculos e imagens foram realizados com o auxílio do software Microsoft Excel®.







Tabela 1 - Modelos de volumetria analisados para estimação do volume total e comercial.

N°	Modelo	Autor		
1	$log(v_i) = \beta_0 + \beta_1 log(D_i) + \beta_2 log(H_i) + log(\varepsilon_i)$	Schumacher e Hall		
2	$log(v_{m_i}) = \beta_0 + \beta_1 log(D_i) + \beta_2 log(H_i) + log(\varepsilon_i)$	Schumacher e Hall		
3	$log(v_{m_i}) = \beta_0 + \beta_1 log(D_i) + \beta_2 log(h_{m_i}) + log(\varepsilon_i)$	Schumacher e Hall		
4	$log(v_i) = \beta_0 + \beta_1 log(D_i) + log(\varepsilon_i)$	Husch		
5	$log(v_{m_i}) = \beta_0 + \beta_1 log(D_i) + log(\varepsilon_i)$	Husch		

Em que: v = Volume de uma árvore individual com casca (m³);  $v_m$  = Volume comercial de uma árvore individual (m³); H = altura total (m);  $h_m$  = altura comercial (m); D = Diâmetro com casca a 1,30 metro de altura (cm);  $\beta_k$  = parâmetros do modelo; e  $\varepsilon$  = erro aleatório.

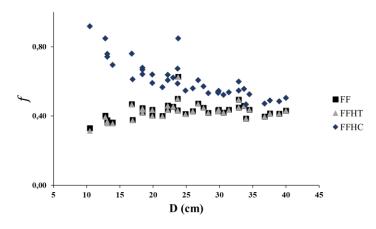
### **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

O plantio apresentou fator de forma para volume total valor de 0,43 e para volume comercial 0,428 e 0,61, utilizando altura total e altura comercial, respectivamente. Os valores obtidos estão em conformidade com o esperado, aproximando-se dos encontrados em outros estudos sobre florestas plantadas (Miranda; Junior; Gouveia., 2015; Vera et. al., 2022). Entretanto, por ser um povoamento jovem, esse fator de forma ainda está sujeito a alterações, especialmente se pensar que árvores jovens tendem assumir uma forma aproximadamente cônica (Oluwajuwon, 2025). Os fatores de forma que utilizam a altura total apresentaram valores similares (Equação 1 e 2), isso porque o topo que é descartado para obter altura comercial não apresenta uma quantidade de volume expressiva para impactar o coeficiente, podendo notar a sobreposição dos fatores na Figura 1. Podemos confirmar isso também pelo volume médio das árvores, em que se obteve 0,5416 m³ e 0,5404 m³ para volume total e comercial, respectivamente. Já o fator de forma comercial que se utiliza da altura comercial (Equação 3), apresentou maior valor e uma distribuição em que menores *D* apresentaram maiores coeficientes, que decrescem ao longo do aumento do *D* (Figura 1).









**Figura 1:** Relação entre o fator de forma e diâmetro com casca medido a 1,30 metro de altura para volume total (FF), volume comercial utilizando altura total (FFHT) e volume comercial utilizando altura comercial (FFHC).

Os resultados da Tabela 2 mostram que todos os modelos e fatores de forma que foram testados tiveram bom desempenho na estimativa volumétrica das árvores, não apresentando nenhum coeficiente de determinação inferior a 0,95. Entre as equações, Schumacher e Hall foi a que apresentou melhores resultados tanto para volume total quanto comercial. Vale ressaltar que o Modelo 3, que emprega a altura comercial para estimar o volume comercial, obteve o menor erro absoluto entre todos os modelos, além de um coeficiente de determinação de 0,99. Outros trabalhos tiveram resultados parecidos com a eficiência desse modelo em detrimento de outros modelos (Miranda; Junior; Gouveia., 2015; Martins; Costa; Marangon, 2021).

O modelo de Husch foi inferior na maioria dos casos, atingindo menores coeficientes de determinação e de erro médio absoluto (Tabela 2 e Figura 2). Isso pode ser atribuído ao fato de que este modelo não leva em consideração a altura, variável crucial para a determinação do volume. Entretanto, esse modelo apresenta um bom desempenho, conforme confirmado por Gomes (2017). Para os fatores de forma, os coeficientes de determinação foram altos (Tabela 2), mesmo sendo uma estimativa mais simplória. Entretanto, apesar do coeficiente de determinação, a Equação 3 apresentou o pior desempenho para o erro médio absoluto.



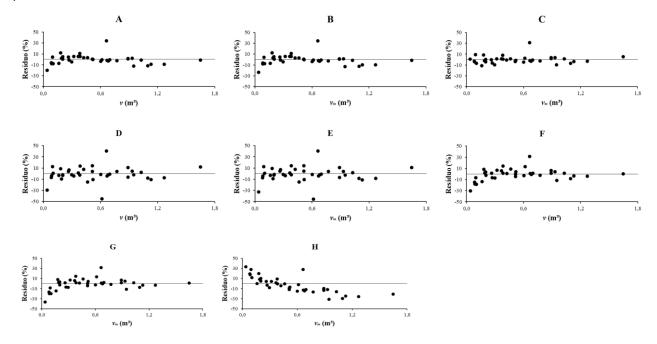




**Tabela 2** – Estatísticas de qualidade das equações de volumetria utilizadas na estimação do volume total e comercial.

Egyppão	Coeficientes			D2	<b></b>	EMA			
Equações	$oldsymbol{eta}$ 0	<b>β</b> 1	β2	R²	EM%	(%)			
Volume total									
Schumacher e Hall (H)	-10,25	2,21	0,76	0,98	-0,40	5,57			
Husch	-8,89	2,51	-	0,95	-0,85	8,57			
Fator de forma (H)	-	-	-	0,98	-1,11	7,20			
Volume comercial									
Schumacher e Hall (H)	-10,33	2,24	0,76	0,98	-0,43	5,84			
Schumacher e Hall $(h_m)$	-8,71	1,76	0,80	0,99	-0,28	4,57			
Husch	-8,96	2,53	-	0,95	-0,88	8,69			
Fator de forma (H)	-	-	-	0,98	-1,24	7,59			
Fator de forma $(h_m)$	-	-	-	0,98	-2,72	13,25			

Em que: H = modelos que utilizaram altura total para estimar; e  $h_m = \text{modelos}$  que utilizaram altura comercial para estimar.



**Figura 2:** Distribuição de resíduos das equações de volume, para as árvores de um povoamento de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola*) em Curvelo, Minas Gerais. As figuras A, B, C, D e E representam os modelos 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente, enquanto F, G e H correspondem às equações 1, 2 e 3.







A Figura 2 deixa evidente, o quão bem disperso ficou o modelo de Schumacher e Hall, com destaque para o modelo que utilizou altura comercial para estimar, sendo entre todos que apresentou melhor distribuição (Figura 2C). Para o fator de forma é possível observar que os maiores erros estão nos menores volumes dos coeficientes que utilizam altura total (Equação 1 e 2) fazendo uma superestimado. O fator de forma comercial, que emprega a altura comercial (Equação 3), subestima os volumes menores, mas eventualmente superestima drasticamente os maiores volumes. De forma geral, é possível ver que todos os modelos e coeficientes tiveram um leve viés de superestimação tanto pela Tabela 2, pelos erros médios negativos, mas também pela Figura 2.

## **CONCLUSÃO**

O estudo possibilitou a determinação de um fator de forma (entre 0,43 e 0,61) e o ajuste de modelos volumétricos para estimativa de volume de Mogno Africano (*Khaya grandifoliola*) em plantios jovens em Minas Gerais. A equação de Schumacher e Hall, especialmente quando utilizada com a altura comercial, demonstrou ser a mais eficiente para a estimativa de volume total e comercial. Os fatores de forma também mostraram bons coeficientes de determinação, sendo o fator de forma comercial que utiliza a altura comercial o pior entre as equações avaliadas. De forma geral, os modelos e fatores avaliados apresentaram um leve viés de superestimação, mas com boa precisão.

### **REFERÊNCIAS**

ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. D. M.; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift,** v. 22, n. 6, p. 711-728, 2013.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. Mensuração florestal: perguntas e respostas. 5° edição, atualizada e ampliada. Viçosa, Editora: UFV, 2017, p. 636.

CORREIA, J.; FANTINI, A.; PIAZZA, G. Equações volumétricas e fator de forma e de casca para florestas secundárias do litoral de Santa Catarina. **Floresta e Ambiente**, v. 24, p. e20150237, 2017.

FERRAZ FILHO, A. C.; RIBEIRO, A.; BOUKA, G. U. D.; FRANK JÚNIOR, M.; TERRA, G. African Mahogany Plantation Highlights in Brazil. **Floresta e Ambiente**, v. 28, n. 3, p. e20200081, 2021.







GOMES, J. P. Equações de volume e biomassa para plantios de *Acacia mangium* Willd. em área de savana, em Roraima. 2017. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Faculdade de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Amazonas, Manaus. 87p.

MARTINS, D. S.; COSTA, E. A.; MARANGON, L. C. Estimativas volumétricas em plantios de eucalipto para duas mesorregiões do Rio Grande do Sul. **Biofix Scientific Journal**, v. 6, n. 1, p. 28–36, 2021.

MIRANDA, D. L. C.; JUNIOR, V. B.; GOUVEIA, D. M. Fator de forma e equações de volume para estimativa volumétrica de árvores em plantio de Eucalyptus urograndis. **Scientia Plena**, v. 11, n. 3, p. 030202, 2015.

OLUWAJUWON, T. V.; OGBUKA, C. E.; OGANA, F. N.; HOSSAIN, M. S.; ISRAEL, R.; LEE, D. J. Describing and Modelling Stem Form of Tropical Tree Species with Form Factor: A Comprehensive Review. **Forests**, v. 16, n. 1, p. 29, 2025.

PENG, P. H.; KUO, C. H.; WEI, C. H.; HSIEH, Y. T.; CHEN, J. C. The relationship between breast height form factor and form quotient of Liquidambar formosana in the eastern part of Taiwan. **Forests**, v. 13, n. 7, p. 1111, 2022.

REIS, C. A. F.; OLIVEIRA, E. B.; SANTOS, A. M. Mogno-africano (*Khaya* spp.): atualidades e perspectivas do cultivo no Brasil. Brasília, DF: Embrapa Florestas, p. 378, 2019.

RIBEIRO, A.; FERRAZ FILHO, A. C.; SCOLFORO, J. R. S. O cultivo do mogno africano (*Khaya* spp.) e o crescimento da atividade no Brasil. **Floresta e Ambiente**, v. 24, p. e00076814, 2017.

SILVA, R.; BARREIRA, S. Desenvolvimento de *Khaya grandifoliola* C. DC. sob diferentes espaçamentos de plantio. **Agrarian Academy**, v. 10, n. 19, p. 91–98, 2023.

SILVA, G. F.; de OLIVEIRA, O. M.; de MENDONÇA, A. R.; FRAGA FILHO, C. V. Acurácia do método de pressler e fator de forma na estimação do volume de árvores de *Tectona grandis* L. f. **Brazilian Journal of Biometrics**, v. 35, n. 2, p. 213-225, 2017.

VERA, D. E.; LAURA, V. A.; FERREIRA, A. D.; COUTO, A. M. Crescimento e forma do eucalipto em função da densidade de plantio. **Ciência Florestal**, v. 32, n. 1, p. 504–522, 2022.